Jahrgangsstufenarbeit Mathematik

für die Jahrgangsstufe 6
an den bayerischen Haupt-/Mittelschulen

29. September 2011

Lösungen und Hinweise zu Korrektur und Auswertung

1. Allgemeine Korrekturhinweise

Die Punktevergabe erfolgt nach der beigelegten Musterlösung. Um eine aussagekräftige Auswertung zu erhalten, werden **keine Teilpunkte** vergeben. Bei einigen Aufgaben gibt es bei den Lösungen zusätzliche Hinweise zum Korrekturverfahren.

Zu beachten:

- Bei allen Aufgaben und/oder Aufgabenteilen sind unterschiedliche Lösungswege denkbar. Für richtige Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend.
- Die Gesamtpunktzahl der jeweiligen Aufgabe darf nicht überschritten werden.
- Bei fehlerhaften Zwischenergebnissen werden keine Punkte vergeben (Ausnahmen sind im Lösungsteil vermerkt).
- Bei Aufgaben mit Ankreuzmöglichkeiten wird der Punkt nur vergeben, wenn ausschließlich die vorgegebene/n Lösung/en angekreuzt wurde/n. Falls eine Schülerin/ein Schüler mehr Lösungen als erfordert angekreuzt hat, wird die Aufgabe trotz richtiger Lösung/en mit 0 Punkten bewertet.

  In den Lösungen sind die Aufgaben stichpunktartig beschrieben und werden dem jeweiligen Lehrplanthema, der entsprechenden Leitidee und den hauptsächlich geforderten allgemeinen mathematischen Kompetenzen zugeordnet.

Der Benotung liegt folgender Notenschlüssel zugrunde:

Note	1	2	3	4	5	6
Punkte	24 – 21	20 – 17	16 – 13	12 – 9	8 – 5	4 – 0
Prozentuale Wertung	100 – 84	83 – 68	67 – 51	50 – 34	33 – 18	17 – 0

Bei Schülerinnen und Schülern mit nichtdeutscher Muttersprache kann in begründeten Ausnahmefällen bei gravierenden sprachlichen Problemen von einer Bewertung des Tests abgesehen werden. Die Entscheidung liegt hierbei in der Verantwortung der Lehrkraft.

Die Noten zählen im Schuljahr 2011/12 für das Zwischenzeugnis bzw. den Jahresfortgang im Rahmen einer mündlichen Note.

Die korrigierten Aufgaben werden bis zum Schuljahresende aufbewahrt.

2. Auswertung / Rückmeldung

Die Erfassung und Weitergabe der Daten erfolgt wie in den Vorjahren mit Hilfe von Computerprogrammen. Diese werden unter folgender Adresse ab dem jeweiligen Prüfungstag zum Download angeboten:

http://www.isb.bayern.de

Die Schule erfasst die von der Lehrkraft ausgefüllten Klassendaten, kontrolliert die Eintragungen auf Plausibilität und leitet die gesammelten Daten an das Schulamt weiter.

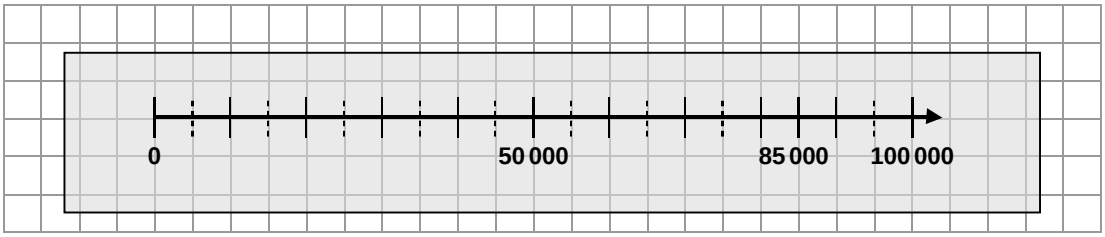
3. Weiterarbeit

- Die Ergebnisse der Jahrgangsstufenarbeiten dienen der Lehrkraft zur Bestandsaufnahme sowie als Ausgangspunkt für eine **individuelle Fehleranalyse** (in Einzelfällen ergänzt durch weitere diagnostische Aufgaben) und die darauf aufbauende Förderung bzw. Stoffplanung.
- Das Erfassungsprogramm für die Lehrkräfte liefert eine detaillierte Übersicht über die von der **einzelnen Schülerin**/vom **einzelnen Schüler** erreichten Punkte bei jeder Teilaufgabe.
- Die Einteilung der Aufgaben in Lernbereiche auf dem Deckblatt zu den Aufgaben dient dem Schüler zur **Selbstdiagnose** und soll von ihm anhand seiner korrigierten Arbeit ausgefüllt werden. Sie ist Grundlage für eine individuelle Lern- und Übungsarbeit.
- Die Auswertung der Aufgaben liefert darüber hinaus auch Aussagen über die Leistungen der einzelnen Schülerin/des einzelnen Schülers im **Vergleich zur Klasse**. Es stellt eine geeignete Grundlage für Elterngespräche dar.
- Die jeweilige **Lösungsquote aller Schülerinnen und Schüler der Klasse** sowohl bei den einzelnen Aufgaben als auch bei den Lehrplanbereichen gibt der Lehrkraft Anhalt für eine Schwerpunktsetzung bei der Stoffverteilung in Mathematik für das Schuljahr.
- Die gemeinsame **schulhausinterne** Thematisierung und Reflexion der Arbeitsergebnisse kann wichtige Impulse zur Weiterarbeit in der Schule geben.
- Nach der Zusammenfassung der bayernweiten Ergebnisse wird der **Auswertungsbericht für die Weiterarbeit** zur Verfügung gestellt (www.isb.bayern.de).

LP 5.1 Natürliche Zahlen

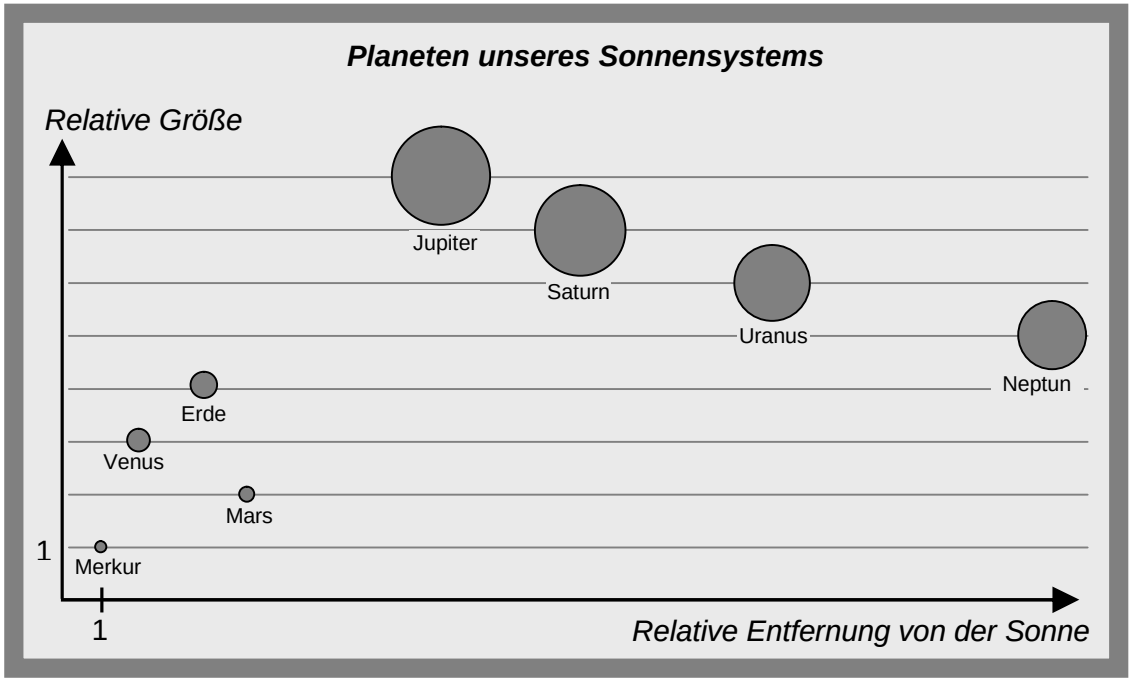
1.	Dir stehen die folgenden Ziffernkärtchen zur Verfügung: 0 1 2 3 4 5 Bilde mit vier Kärtchen die Zahl, die so nahe wie möglich bei 4000 liegt. Jede Ziffer darf nur einmal verwendet werden. 4 0 1 2	1 P ____

2011	**LP 5.1 Natürliche Zahlen** Zahlen bilden; Zahlen runden	L1 (Zahl)	K2 (Probleme lösen)	Tra Pro	

2.	Zeichne einen Zahlenstrahl von 0 bis 100 000 (10 cm lang). Kennzeichne folgende Zahlen: *0; 50 000; 85 000; 100 000.*  	1 P ____

2011	**LP 5.1 Natürliche Zahlen** Zahlen am Zahlenstrahl ordnen	L1 (Zahl)	K4 (Darstellungen verwenden)	Re Re	

3.	Das Schaubild zeigt die Planeten unseres Sonnensystems. Ergänze die zwei Aussagen zum Diagramm.	1 P ____



Der Planet . Venus / Mars / Merkur . ist kleiner als die Erde.

Der Planet . Neptun . ist am weitesten von der Sonne entfernt.

2011	**LP 5.1 Natürliche Zahlen** Schaubild verstehen	L2 (Messen)	K4 (Darstellungen verwenden) K6 (kommunizieren)	

4.	Unterstreiche die Zahl, die auf 30 000 gerundet werden kann. 24 970 35 070 **25 070** 37 050	1 P ____

2011	**LP 5.1 Natürliche Zahlen** Rundungsregel anwenden	L1 (Zahl)	K5 (symbolisch-formale Elemente)	

5.	Schätze, wie lang der Lkw auf dem Bild in Wirklichkeit ist. Begründe deine Schätzung. …… Der Lkw ist ca. 8 m lang (Lösungsrahmen: **6** bis **10** m). ……. …… Z. B.: Person ca. 1,70 m – 2,00 m. Ca. 4 Personen können sich längs aneinandergereiht neben den Lkw legen. …… …… ODER: Schrittlänge 0,9 bis 1 m … ……			1 P ____
2011	**LP 5.1 Natürliche Zahlen** Länge abschätzen und Schätzung begründen	L2 (Messen)	K1 (argumentieren) K3 (modellieren)	

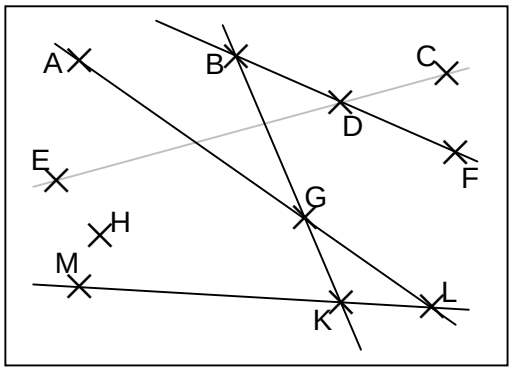
LP 5.2 Grundrechenarten

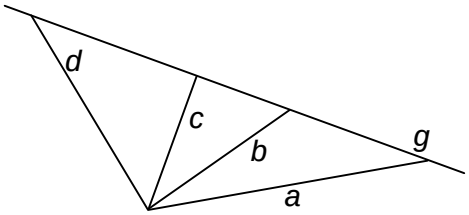
6.	Ordne das passende Rechenzeichen (+, –, •, **:**) den Fachbegriffen zu. Differenz **–** addieren **+** multiplizieren **•** Punkt nur vergeben bei vollständig korrekter Lösung.			1 P ____
2011	**LP 5.2 Grundrechenarten** Rechenzeichen den Fachbegriffen zuordnen	L1 (Zahl)	K5 (symbolisch-formale Elemente)	

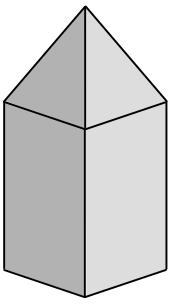
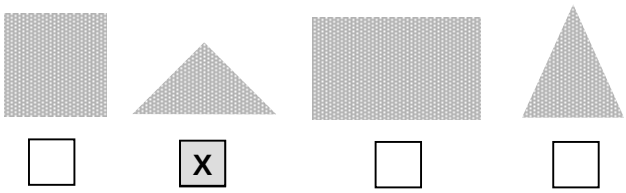
7.	1 100 Flaschen werden in Getränkekästen sortiert (siehe Abbildung). Wie viele dieser Kästen können vollständig gefüllt werden? **183** Kästen (Rest 2 Flaschen)			1 P ____
2011	**LP 5.2 Grundrechenarten** Anzahl Teilmengen bestimmen	L1 (Zahl)	K3 (modellieren) K4 (Darstellungen verwenden)	

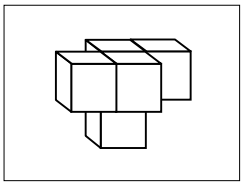
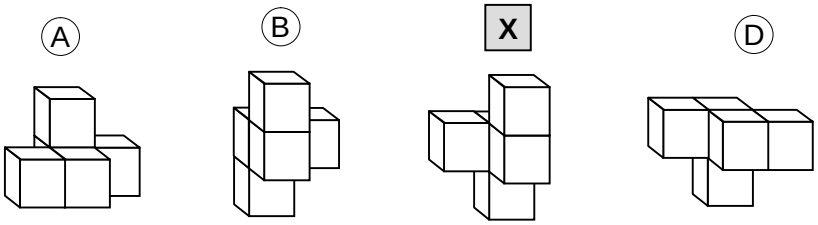
8.	Berechne schriftlich. a) 103 + 320 044 + 6 989 + 71 **327 207** b) 34 • 129 **4 386**			a) 1 P b) 1 P
2011	**LP 5.2 Grundrechenarten** Schriftlich addieren und multiplizieren	L1 (Zahl)	K5 (symbolisch-formale Elemente)	

LP 5.3.1 Geometrische Figuren und Beziehungen

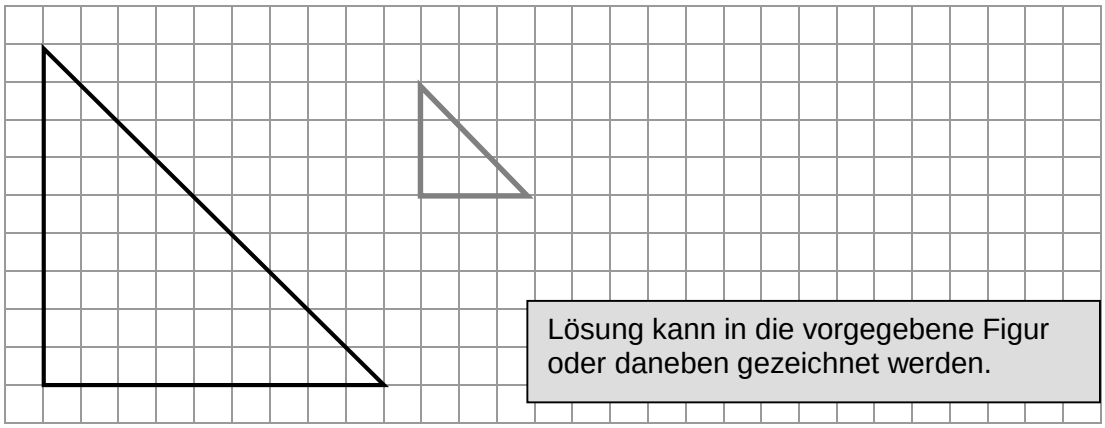
9.	Suche drei Punkte, die auf einer Geraden liegen (siehe Beispiel). Schreibe zwei weitere Möglichkeiten auf. Beispiel: EDC **MKL** **BGK** **AGL** **BDF**  			1 P
2011	**LP 5.3.1 Geometr. Figuren und Beziehungen** Geraden erkennen	L3 (Raum u. Form)	K4 (Darstellungen verwenden)	

10.	Gib die Strecke an, die senkrecht auf der Geraden *g* steht.  **c**			1 P
2011	**LP 5.3.1 Geometr. Figuren und Beziehungen** Senkrechte erkennen	L3 (Raum u. Form)	K4 (Darstellungen verwenden)	

11.	 Der abgebildete Körper wird auf ein Blatt Papier gestempelt. Einer der Abdrücke passt nicht dazu. Kreuze den falschen Abdruck an.  ☐ ☒ ☐ ☐			1 P ____
2011	**LP 5.3.1 Geometr. Figuren und Beziehungen** Flächen einem Körper zuordnen	L3 (Raum u. Form)	K4 (Darstellungen verwenden)	

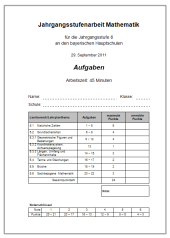
12.	 Welche der folgenden Figuren erhält man, wenn man die links abgebildete Figur dreht? Kreuze an. (A) (B) ☒ (D) 			1 P ____
2011	**LP 5.3.1 Geometr. Figuren und Beziehungen** Drehfiguren erkennen	L3 (Raum u. Form)	K4 (Darstellungen verwenden)	

LP 5.3.2 Koordinatensystem, Achsenspiegelung

13.	Verkleinere die dargestellte Figur im Maßstab 1 : 3.  Lösung kann in die vorgegebene Figur oder daneben gezeichnet werden.			1 P ____
2011	**LP 5.3.2 Koordinatensystem, Achsenspiegelung** Maßstäbliches Verkleinern	L3 (Raum u. Form) L4 (Fkt. Zus.-hang)	K4 (Darstellungen verwenden)	

LP 5.3.3 Längen; Umfang u. Flächeninhalt von Rechteck u. Quadrat

14. a) Miss die Seitenlängen deines Jahrgangsstufentests im Original (DIN A4) und berechne daraus den Umfang.



a) Hinweis: Der Schüler kann mit Lineal oder Geodreieck messen (mehrmals angelegt). Messfehler werden großzügig gewertet.

Ergebnisse ca. zwischen 100 und 103 cm werden gewertet.

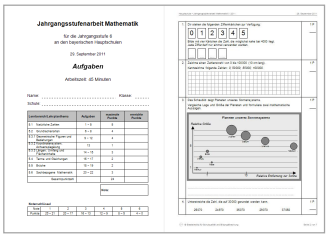
a) u = 101,4 cm

b) Wie groß ist der Umfang eines doppelt so großen Blattes (Doppelseite DIN A3)? Kreuze die richtige Aussage an.

Der Umfang der Doppelseite ist

- £ genauso groß wie
- Q kleiner als
- £ größer als

der Umfang von zwei einzelnen DIN-A4-Seiten.



a) 1 P

b) 1 P

2011	LP 5.3.3 Längen; Umfang u. Flächeninhalt von Rechteck u. Quadrat Umfang ermitteln	L2 (Messen)	K3 (modellieren)	

15. Ergänze die fehlenden Längeneinheiten.

Peter springt 3,42 **m**

Die Länge eines Fingernagels beträgt ca. 8 .. **mm**

1 P

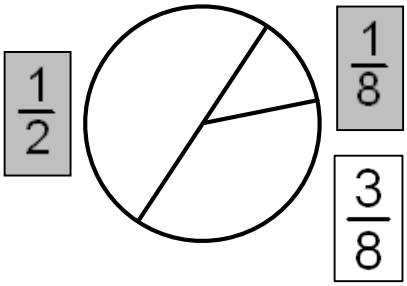
2011	LP 5.3.3 Längen; Umfang u. Flächeninhalt von Rechteck u. Quadrat Längen benennen	L2 (Messen)	K5 (formal-technische Elemente)	

LP 5.4 Terme und Gleichungen

16.	25 + (7 – 2 • 3) = 25 + (5 • 3) = 25 + 15 = 40 Beim Berechnen des Terms wurde ein Fehler gemacht. Welche Rechenregel wurde nicht beachtet? Erkläre. …… „**Punkt-vor-Strich-Regel**“; evtl. auch „2 wurde nicht mit 3 multipliziert“ ……. ……			1 P ____
2011	**LP 5.4 Terme und Gleichungen** Rechenregel angeben	L1 (Zahl)	K1 (argumentieren) K5 (symbolisch-formale Elemente)	

17.	Die Mutter geht mit ihren drei Kindern ins Hallenbad. Insgesamt zahlt sie 22 €, Erwachsene kosten 7 €. Was kostet der Eintritt für ein Kind? Kind: **5 €**			1 P ____
2011	**LP 5.4 Terme und Gleichungen** Gleichung lösen	L1 (Zahl)	K3 (modellieren)	

LP 5.5 Brüche

18.	Gib die fehlenden Bruchteile bei den zwei Kreisausschnitten an. Ungekürzte Bruchangaben wie $\frac{2}{4}$ oder $\frac{4}{8}$ werden auch gewertet.  			1 P ____
2011	**LP 5.5 Brüche** Bruchteile erkennen	L1 (Zahl)	K4 (Darstellungen verwenden)	

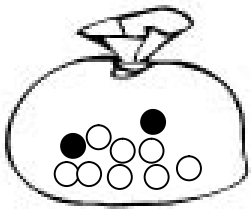
19.	In einer Klasse mit 20 Schülern ist $\frac{1}{4}$ der Schüler krank. Wie viele Schüler sind krank? **5** Schüler			1 P ____
2011	**LP 5.5 Brüche** Anteile berechnen	L1 (Zahl)	K5 (symbolisch-formale Elemente)	

LP 5.6 Sachbezogene Mathematik

20. In einem Kugelsäckchen befinden sich 8 weiße und 2 schwarze Kugeln.

Anita zieht Kugeln aus dem Säckchen, ohne diese zu sehen.

Kreuze die beiden richtigen Aussagen an.



1 P

- **Q** Es ist unmöglich, eine karierte Kugel zu ziehen.
- **£** Es ist gleich wahrscheinlich, eine schwarze oder weiße Kugel zu ziehen.
- **Q** Es ist möglich, zwei weiße Kugeln zu ziehen.

2011	**LP 5.6 Sachbezogene Mathematik** Wahrscheinlichkeiten erkennen	L5 (Daten u. Zufall)	K6 (kommunizieren)	

21. Die 10-jährige Eva will mit ihren Eltern ein Fußballspiel besuchen.

Evas Vater findet im Internet folgende Angaben:

1 P

Eintrittspreise

Haupttribüne	38 €
Nordkurve	16 €
Südkurve	16 €
Gegentribüne	24 €

Kinder von 5 bis 14 Jahren zahlen die Hälfte.

Evas Vater gibt für die drei Karten 60 € aus. Welche Plätze hat er gebucht?

Gegentribüne

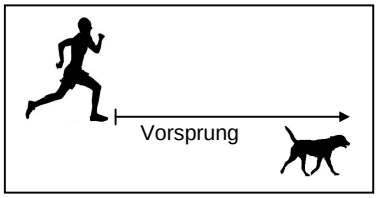
2011	**LP 5.6 Sachbezogene Mathematik** Daten entnehmen und Preise berechnen	L5 (Daten u. Zufall)	K2 (Probleme lösen) K3 (modellieren)	

22. Stefan startet mit seinem Hund Bello zu einem Waldlauf.

Stefan legt in 1 Sekunde 3 m zurück,

Bello schafft in 1 Sekunde 7 m.

Wie viele Meter Vorsprung hat Bello nach 10 s?



1 P

40 (m)

2011	**LP 5.6 Sachbezogene Mathematik** Wegdifferenz ermitteln	L4 (Fkt. Zus.-hang)	K2 (Probleme lösen) K3 (modellieren)	

STAATSINSTITUT FÜR SCHULQUALITÄT
UND BILDUNGSFORSCHUNG
MÜNCHEN

Abteilung *Grund-, Mittel- und Förderschulen*

Jahrgangsstufenarbeiten 2011 an bayerischen Mittelschulen[1]

Ergebnisanalyse MATHEMATIK – Jahrgangsstufe 6

INHALT

1 Bayernergebnisse 1

2 Aufgabenbezogene Ergebnisse 3

3 Analyse der Testergebnisse 5

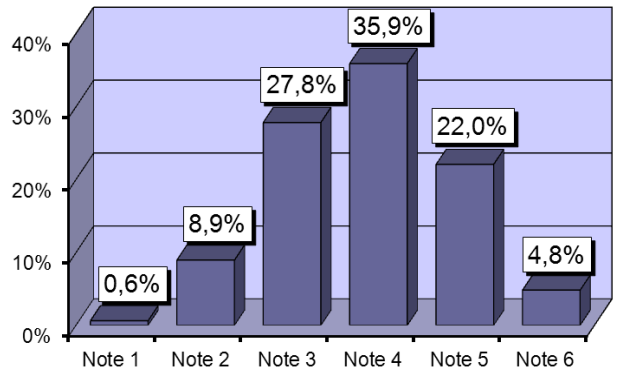
1 Bayernergebnisse

1.1 Gesamtergebnis

Die Jahrgangsstufenarbeit Mathematik für die Jahrgangsstufe 6 wurde am 29. September 2011 durchgeführt. Die Anzahl der Teilnehmer und die Ergebnisse gestalten sich wie folgt:

	2011	*(2010)*
Teilnehmer gesamt	**32 910**	*(34 707)*
Nichtteilnehmer gesamt	**1 786**	*(1 785)*
Gesamterfassung Aufgaben: Prozentual erreichte Punkte	**46 %**	*(46 %)*
Notendurchschnitt	**3,84**	*(3,57)*

1.2 Notenverteilung in Prozent



[1] Gilt auch für Hauptschulen

1.3 Notenverteilung in den einzelnen Regierungsbezirken in Prozent

	Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6	*Ø Note*
Obb	0,5	8,0	25,9	35,9	23,5	6,3	*3,93*
Ndb	0,7	9,6	30,3	35,9	18,6	4,9	*3,77*
Opf	1,1	12,6	31,4	34,4	18,2	2,3	*3,63*
Ofr	0,6	8,3	27,8	36,5	22,2	4,6	*3,85*
Mfr	0,4	6,2	23,9	36,4	27,7	5,5	*4,01*
Ufr	0,5	9,2	29,3	34,8	22,1	4,1	*3,81*
Schw	0,6	9,9	28,9	36,6	20,2	3,8	*3,77*

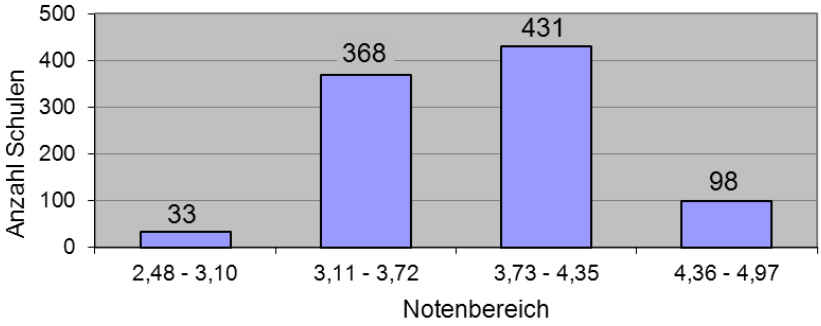
1.4 Eckdaten zur Orientierungshilfe

Differenz zwischen bestem und schlechtestem Schulschnitt:

Bayerischer Gesamtschnitt	3,84
Bester Schulschnitt	2,48
Schlechtester Schulschnitt	4,97

Differenz: 2,5 Notenstufen

Verteilung der Schulen innerhalb vier gleich großer Notenspannen vom besten bis zum schlechtesten Schulschnitt:



Die Notenschnitte in den vier Bereichen steigen jeweils um knapp eine Drittel Note. Auffällig wie in allen Jahren sind die sehr kleinen Randbereiche: 33 Schulen (4 Prozent) im obersten Viertel, 98 Schulen (11 Prozent) im untersten Viertel.

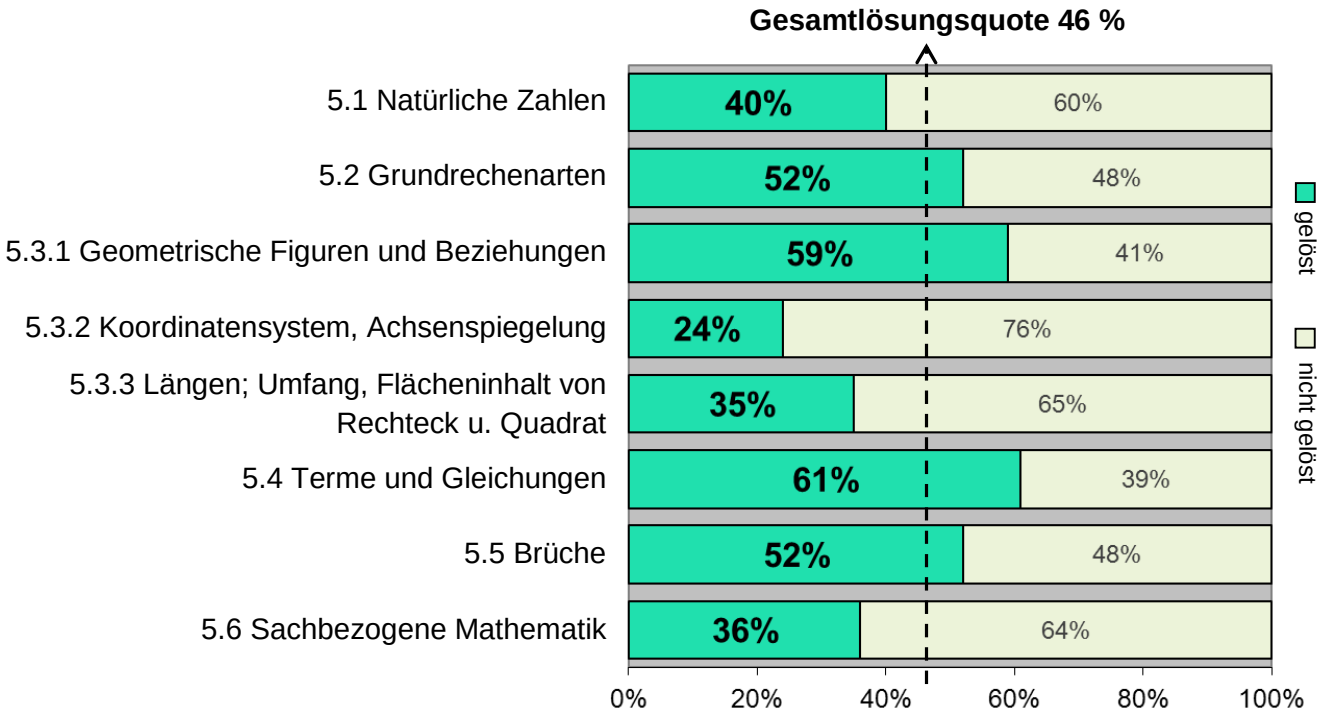
Verteilung der Noten in drei Bereiche:

Noten 1 und 2 Lösungsquote > 67 %	Noten 3 und 4 Lösungsquote 67 % – 35 %	Noten 5 und 6 Lösungsquote < 35 %
9 % (Vorjahr: 18 %)	**64 %** (Vorjahr: 60 %)	**27 %** (Vorjahr: 22 %)

Nachdem in den Jahren 2009 und 2010 die „Risikogruppe“ (Noten 5 und 6) etwa ein Fünftel der Schülerinnen und Schüler betrug, ist sie 2011 auf gut ein Viertel gestiegen. Wie immer zeigt sich bei der Gesamtauswertung der Jahrgangsstufenarbeit Mathematik ein großes Mittelfeld (Noten 3 und 4). Vor allem die Anzahl der starken Schülerinnen und Schüler (Noten 1 und 2) sank im Vergleich zu den Vorjahren erheblich.

2 Aufgabenbezogene Auswertung

2.1 Lösungsquoten der Aufgaben nach den Lehrplanbereichen



Lösungsquote aus allen Einzelaufgaben der drei geometrischen Bereiche 5.3.1, 5.3.2 und 5.3.3: 46 %.

2.2 Lösungsquoten der einzelnen Aufgaben

		Rang	
5.1 Natürliche Zahlen (Lösungsquote 40 %)			
1. Zahlen bilden; Zahlen runden	30%	19	TraPro
2. Zahlen am Zahlenstrahl ordnen	49%	12	ReRe
3. Schaubild verstehen	28%	21	TraPro
4. Rundungsregel anwenden	62%	7	ReRe
5. Länge abschätzen und Schätzung begründen	31%	18	TraPro
5.2 Grundrechenarten (Lösungsquote 52 %)			
6. Rechenzeichen den Fachbegriffen zuordnen	35%	16	ReRe
7. Anzahl Teilmengen bestimmen	43%	13	TraPro
8a. Schriftlich addieren	73%	2	ReRe
8b. Schriftlich multiplizieren	56%	9	ReRe
5.3.1 Geometrische Figuren (Lösungsquote 59 %)			
9. Geraden erkennen	65%	3	ReRe
10. Senkrechte erkennen	54%	11	ReRe
11. Flächen einem Körper zuordnen	77%	1	TraPro
12. Drehfiguren erkennen	39%	15	TraPro
5.3.2 Koordinatensystem, Achsenspiegelung (Lösungsquote 24 %)			
13. Maßstäbliches Verkleinern	24%	22	ReRe
5.3.3 Längen; Umfang und Flächeninhalte (Lösungsquote 35 %)			
14a. Umfang ermitteln	30%	20	ReRe
14b. Umfang ermitteln (Doppelseite)	12%	24	TraPro
15. Längeneinheiten benennen	64%	4	ReRe
5.4 Terme und Gleichungen (Lösungsquote 61 %)			
16. Rechenregel angeben	60%	8	ReRe
17. Gleichung lösen	62%	6	TraPro
5.5 Brüche (Lösungsquote 52 %)			
18. Bruchteile erkennen	42%	14	ReRe
19 Anteile berechnen	63%	5	ReRe
5.6 Sachbezogene Mathematik (Lösungsquote 36 %)			
20. Wahrscheinlichkeit erkennen	18%	23	TraPro
21. Daten entnehmen und Preise berechnen	56%	10	TraPro
22. Wegdifferenz ermitteln	33%	17	TraPro

ReRe: Reproduktion/Reorganisation; TraPro: Transfer/Problemlösen

3 Analyse der Testergebnisse

3.1 Zusammenfassende Wertung

In allen Einzelaufgaben wurden zwischen 12 und 77 Prozent der Punkte erreicht, woraus sich eine Gesamtlösungsquote von 46 Prozent ergibt. In den einzelnen Lernbereichen bewegen sich die Lösungsquoten zwischen 24 und 61 Prozent. Betrachtet man die drei geometrischen Bereiche gemeinsam (Lösungsquote aus den Einzelaufgaben 46 Prozent), bewegen sich die Lösungsquoten aller Lernbereiche zwischen 36 und 61 Prozent und weichen somit nach unten um max. 10 Prozent (Sachbezogene Mathematik) bzw. nach oben um max. 15 Prozent (Terme und Gleichungen) vom Gesamtschnitt ab.

In den Lernbereichen weisen alle Einzelaufgaben deutliche Schwankungen bei den Lösungsquoten auf (Ausnahme: Terme und Gleichungen). Besondere Stärken und Schwächen der Schülerinnen und Schüler können somit nicht belastbar den Lernbereichen zugeordnet werden. Sowohl die meisten besten als auch die meisten schlechtesten Ergebnisse zeigen sich bei geometrischen Aufgabenstellungen:

Ränge 3, 1 und 4:	Ränge 22, 20 und 24:
Geraden erkennen	Maßstäbliches Verkleinern
Flächen einem Körper zuordnen	Umfang ermitteln DIN A4
Flächeneinheiten benennen	Umfang ermitteln DIN A3

Wie in den Vorjahren gibt es eine eindeutige Diskrepanz zwischen Aufgaben aus dem Gebiet der Reproduktion und Reorganisation (von denen etwa die Hälfte im oberen Rangdrittel zu finden sind) und Aufgaben aus dem Gebiet der Transferleistung und des Problemlösens (von denen etwa die Hälfte im unteren Rangdrittel zu finden sind). Dies zeigt sich auch im Schnitt der Lösungsquoten aller Aufgaben dieser Gebiete mit einerseits 52 Prozent und andererseits 39 Prozent (siehe Tabelle).

	Anzahl gesamt	Schnitt der Lösungsquoten	Rangbereich und Lösungsquoten		
			oberes Drittel 77-56 Prozent	mittleres Drittel 55-34 Prozent	unteres Drittel 33-12 Prozent
Aufgaben im Gebiet ReRe	13	52 %	7	4	2
Aufgaben im Gebiet TraPro	11	39 %	3	2	6

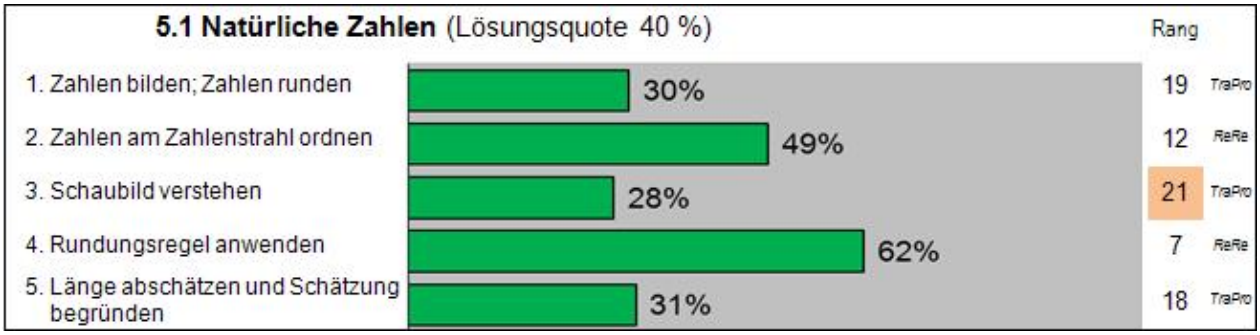
Defizite lassen sich Themen unabhängig den unterschiedlichen Anforderungsbereichen der Mathematik zuordnen:

- Fehlende Begriffsvorstellungen:
  Aufgabe 1: Stellenwertsystem für Rundung anwenden; Aufgabe 18: Bruchteile erkennen.
- Nicht nachhaltig gesicherte Routineabläufe:
  Aufgabe 6: Fachbegriffe verwenden; Aufgabe 12: Räumliches Vorstellungsvermögen zeigen; Aufgabe 13: Maßstäbliches Verkleinern.
- Fehlen von grundlegenden Strategien zur Problemlösung und Modellierung von Aufgaben:
  Aufgabe 3: Diagramm lesen; Aufgabe 5: Schätzen mit Vergleichsgrößen; Aufgabe 14: Umfang ermitteln; Aufgabe 22: Wegdifferenz ermitteln.

Diesen Defiziten kann nicht begegnet werden, indem der Anspruch im Fach Mathematik generell reduziert wird, vielmehr müssen individuell vorhandene Stärken erkannt und ausgebaut sowie vorhandene Defizite behoben werden. Begriffliche Klarheit mathematischer Inhalte und Aspekte sowie ein Mindestmaß an nachhaltig gesicherten rechnerischen Routinen sind Voraussetzung, um Mathematik betreiben zu können. Anhaltspunkte für eine Einschätzung und Weiterarbeit der Schülerinnen und Schüler liefern die folgenden Abschnitte der Ergebnisanalyse.

3.2 Ergebnisse der Teilbereiche und Einzelaufgaben

Die Aufgaben für die Jahrgangsstufenarbeiten wurden in Vortests pragmatisch erprobt. Es können deshalb Aussagen über besondere Aufgabenschwierigkeiten getroffen werden.



In diesem Bereich geht es um Basiskenntnisse wie Zahlvorstellungen und das Ausführen einfacher Operationen, wie sie in der Grundschule eingeführt und geübt und in der Mittelschule konsequent weitergeführt werden. Mit 40 Prozent Lösungsquote liegt dieser Bereich unter dem Durchschnitt der Gesamtlösungsquote von 46 Prozent.

1. Dir stehen die folgenden Ziffernkärtchen zur Verfügung:

0	1	2	3	4	5

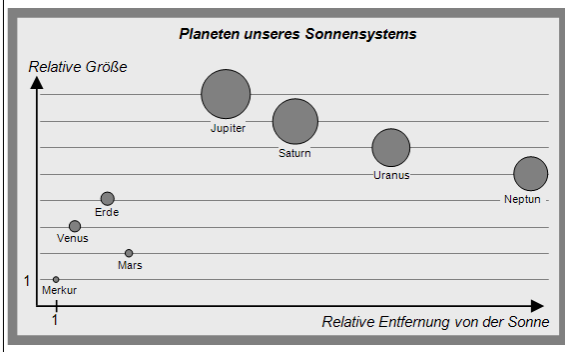
Bilde mit vier Kärtchen die Zahl, die so nahe wie möglich bei 4000 liegt. Jede Ziffer darf nur einmal verwendet werden.

Aufgabe 1 erfordert ein grundlegendes Verständnis des Zahlenraums. Vom Stellenwertsystem her gedacht hat eine Zahl nahe 4000 vier Tausender und sehr wenige Hunderter, Zehner und Einer oder drei Tausender und sehr viele Hunderter, Zehner und Einer. Da eher kleine Ziffern gegeben waren, sollten die Schülerinnen und Schüler auf die erste Lösung kommen und die Ziffern dem Stellenwert entsprechend notieren. Dies gelang weniger als einem Drittel der Schülerschaft.

2. Zeichne einen Zahlenstrahl von 0 bis 100 000 (10 cm lang).
Kennzeichne folgende Zahlen: *0; 50 000; 85 000; 100 000.*

Aufgabe 2 verlangt, einen Zahlenstrahl gleichmäßig einzuteilen und große Zahlen darauf zu kennzeichnen. Etwa die Hälfte der Sechstklässler war hier erfolgreich.

3. Das Schaubild zeigt die Planeten unseres Sonnensystems.
Ergänze die zwei Aussagen zum Diagramm.



Der Planet ..... ist kleiner als die Erde.

Der Planet ..... ist am weitesten von der Sonne entfernt.

Bei Aufgabe 3 wird das Verständnis beim Lesen von Schaubildern abgefragt, was nur etwas mehr als einem Viertel der Schülerinnen und Schüler gelang, womit die Aufgabe zu den fünf am schlechtesten gelösten gehört. Bei Schülerinnen und Schülern, die zwar die erste Antwort geben konnten, jedoch nicht die zweite, sollte vertieft auf die Bedeutung der Beschriftung der Achsen eingegangen werden und eine Erklärung jeweils anhand des jeweiligen Schaubilds erfolgen, hier z. B. „Woran erkenne ich die Größe?“, „Wo befindet sich die Sonne und woran erkenne ich das?“.

Aufgabe 4 ist mit 62 Prozent die in diesem Bereich am besten gelöste. Im Gegensatz zu Aufgabe 1 kann hier ein direkter Vergleich zwischen der gegebenen Zahl und einer möglichen Rundungszahl erfolgen.

4. Unterstreiche die Zahl, die auf 30 000 gerundet werden kann.

24 970 35 070 25 070 37 050

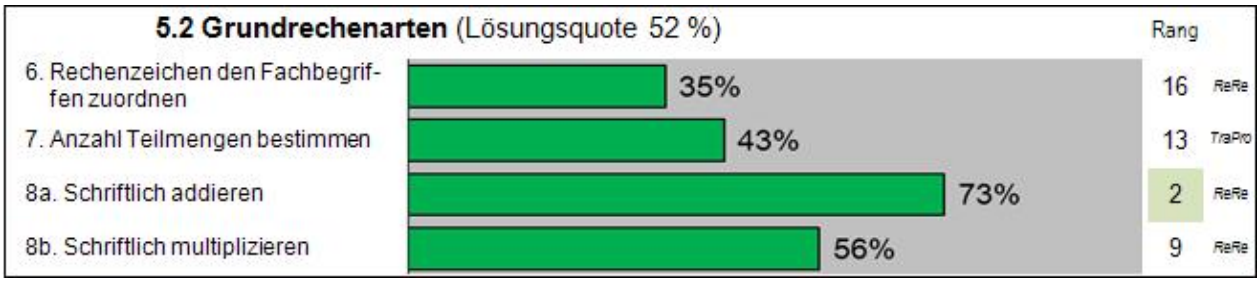
Aufgabe 5 löste knapp ein Drittel der Schülerinnen und Schüler erfolgreich. Hierzu war es nötig, eine Darstellung aus dem Alltagsleben mathematisch zu interpretieren und zu lösen, wobei zuerst eine sinnvolle Vergleichsgröße erkannt und dann mit realistischen Maßangaben versehen werden musste. Hierfür eignete sich v. a. die Schrittlänge oder die Größe der abgebildeten Person. Räumliches Denken und Größenvorstellung sind zentrale Kompetenzen, die hier gefordert werden, die Berechnung selbst spielt eine untergeordnete Rolle.

5. Schätze, wie lang der LKW auf dem Bild in Wirklichkeit ist. Begründe deine Schätzung.

.....

.....

.....



In diesem Bereich geht es weitgehend um das sichere Beherrschen von Rechenroutinen. Die Lösungsquote beträgt 52 Prozent und steht somit an dritter Stelle der Lernbereiche.

Den Anspruch in Aufgabe 6, drei gängigen Fachbegriffen die entsprechenden Rechenzeichen zuzuordnen, konnten etwas mehr als ein Drittel der Sechstklässler erfüllen. Dies lässt erwarten, dass die erfolglosen Schülerinnen und Schüler z. B. im Lernbereich *Terme und Gleichungen* bei den Befehlssätzen auch nicht erfolgreich sein werden, da sie Terme, die sie berechnen sollen, gar nicht aufstellen können. Eine konsequente Wiederholung in der Warm-up-Phase könnte das Memorieren dieser Fachbegriffe festigen.

6. Ordne das passende Rechenzeichen (+, –, •, :) den Fachbegriffen zu.

Differenz ☐ addieren ☐ multiplizieren ☐

Aufgabe 7 erfordert die Rechenfrage „Wie oft passt 6 in 1100?“ und die Strategie, dies durch Dividieren berechnen zu können. 43 Prozent der Sechstklässler konnten dies lösen. Die Beherrschung der Strategie sollte bei der individuellen Weiterarbeit vorrangiges Ziel sein. Rechenfehler sollten nur diskutiert werden, wenn diese bei der Schülerin oder dem Schüler gehäuft auftreten.

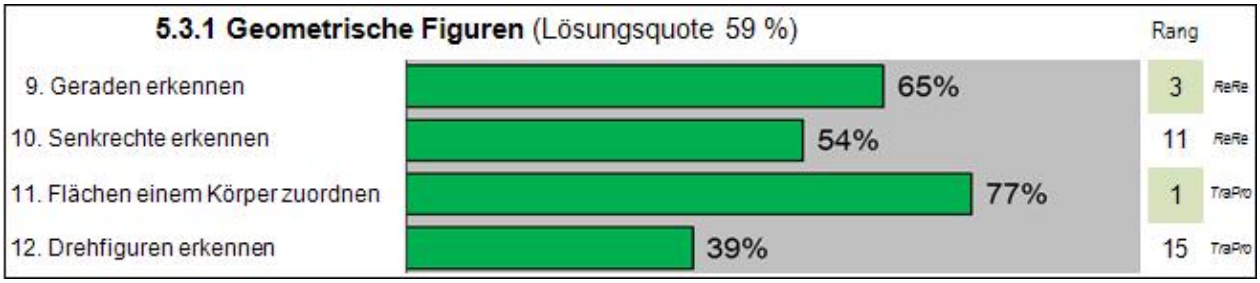
7. 1 100 Flaschen werden in Getränkekästen sortiert (siehe Abbildung). Wie viele dieser Kästen können vollständig gefüllt werden?

In Aufgabe 8a die Addition auszuführen gelang fast drei Viertel der bayerischen Sechstklässler. Die Multiplikation in Aufgabe 8b wurde noch von gut der Hälfte gelöst. Wie immer in der Mathematik gilt auch hier, dass bei der Analyse der Schülerleistung Rechenfehler bei Häufung thematisiert werden müssen, „Denkfehler“ (z. B. falsche oder fehlende Strategien) jedoch immer.

8. Berechne schriftlich.

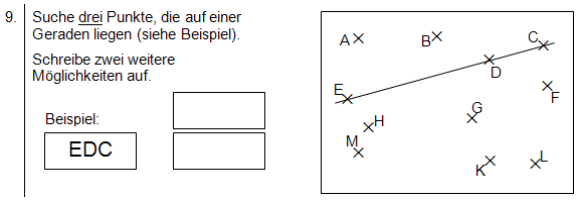
a) 103 + 320 044 + 6 989 + 71

b) 34 • 129



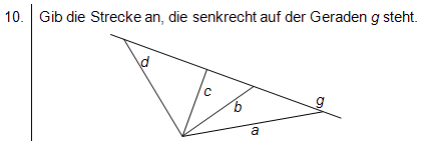
Von allen drei geometrischen Teilbereichen wurde dieser Bereich mit deutlichem Abstand am besten gelöst (59 Prozent ó 24 Prozent bzw. 35 Prozent).
Begriffliche Vorstellungen zu geometrischen Körpern und Flächen sowie der Umgang mit Zeichengeräten sind zentrale Themen in diesem Lernbereich.

Aufgabe 9 gehört zu den fünf am besten gelösten Aufgaben. Sie zeigt ein Beispiel, bei dem drei Punkte auf einer Geraden liegen. Knapp zwei Drittel der Schülerinnen und Schüler konnten dem Beispiel entsprechend zwei weitere Möglichkeiten angeben, bei denen drei Punkte auf einer Geraden liegen.

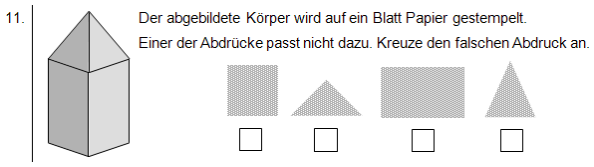


Diese Aufgabe verlangt eine Einschätzung, auf welche Punkte die Forderung zutreffen könnte und das Anlegen und Verschieben eines Lineals um diese Einschätzung zu überprüfen.

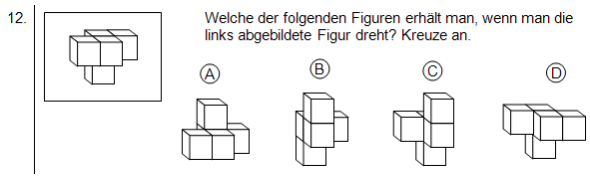
In Aufgabe 10 gelang etwas mehr als der Hälfte der Schülerinnen und Schüler, die Senkrechte zu einer Geraden aus vier gegebenen Strecken zu finden. Zwei zentrale Fehlerpunkte können sein, dass der Begriff *Senkrechte* nicht verankert oder die Technik des Messens eines rechten Winkels nicht vorhanden ist.

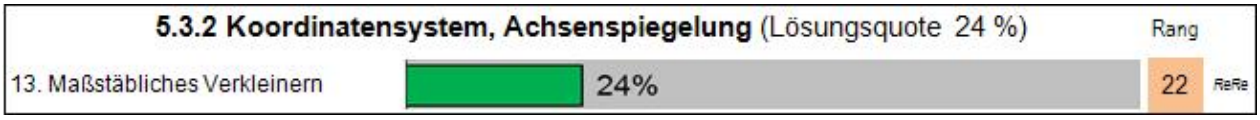


Aufgabe 11 wurde mit einer Lösungsquote von 77 Prozent am besten gelöst. Erwartete Kompetenz war das Erkennen und Zuordnen unterschiedlicher geometrischer Flächen in unterschiedlicher Darstellung.



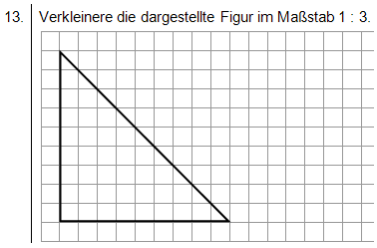
Aufgabentypen wie Aufgabe 12 erfordern räumliches Vorstellungsvermögen. Wie Untersuchungen in der Grundschule gezeigt haben, kann dies verloren gehen, wenn es nicht konsequent angewendet wird. Knapp 40 Prozent der Mittelschülerinnen und -schüler in Jahrgangsstufe 6 konnten die richtige Figur angeben.

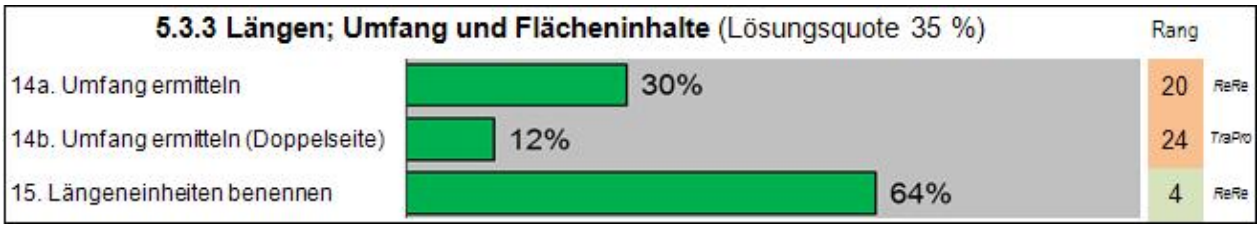




Zeichnen im Koordinatensystem, Abstände messen, Figuren verkleinern und vergrößern sowie an einer Achse spiegeln sind die zentralen Kompetenzen in diesem Lernbereich.

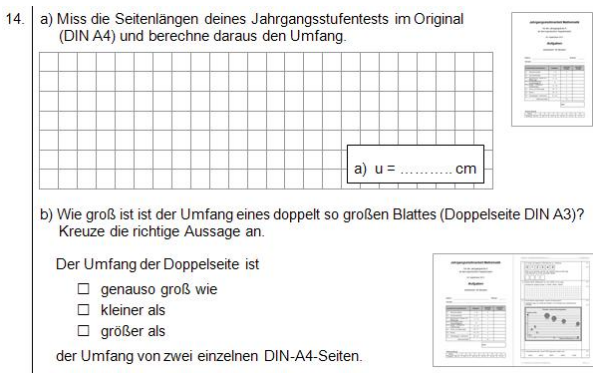
In Aufgabe 13 wird erwartet, dass eine Verkleinerung der Figur durchgeführt wird. Die Größenangabe lässt nur den Schluss zu, dass die Verkleinerung etwas mit den Zahlen 1 und 3 zu tun hat. Die logische Konsequenz ist, die Maße der gegebenen Figur zu dritteln. Dies gelang nur knapp einem Viertel der Schülerinnen und Schüler, womit diese Aufgabe bei den fünf am schlechtesten gelösten verortet wird.



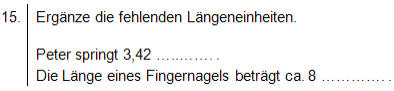


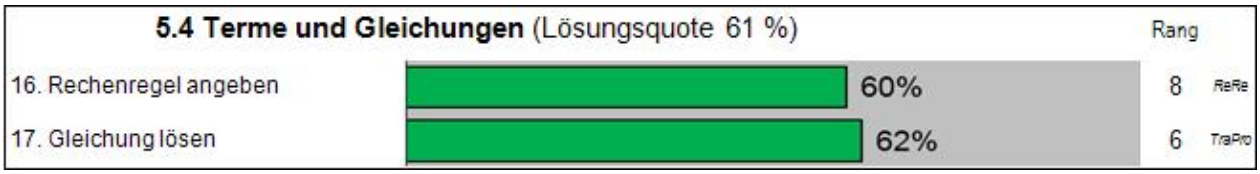
Im Zentrum stehen die Größenbereiche Längen und Flächeninhalte. Die begrifflichen Vorstellungen werden bei Berechnungen von Quadrat und Rechteck angewendet. Dieser Bereich ist nach dem Lernbereich Koordinatensystem und Achsenspiegelung der am zweitschlechtesten gelöste.

In Aufgabe 14a wurde mit dem realen Messen sozusagen der „Einstieg“ in die Umfangsberechnung gefordert. Da weniger als ein Drittel der Sechstklässler hier erfolgreich waren, sollte nach der Einführung der Umfangsberechnung wie bei anderen Themen auch eine Analyse des Lernstands erfolgen, die aufzeigt, welche Schülerinnen und Schüler eine längere Arbeitsphase für die sichere Begriffsbildung benötigen. Da zunehmend auch anspruchsvollere Flächenformen berechnet werden sollen, muss umso mehr das Prinzip am einfachen Beispiel gesichert sein. Ein Vergleich der zu messenden Seiten bei einem Doppelblatt (DIN-A3) mit dem DIN-A4-Blatt, wie in Aufgabe 14b gefordert, gelang nur gut einem Zehntel der Sechstklässler. Beide Aufgaben gehören zu den fünf am schlechtesten gelösten.



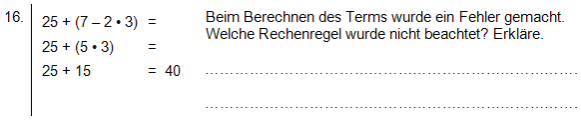
Aufgabe 15 wurde bedeutend besser gelöst. Etwa zwei Drittel der Teilnehmer lieferten für zwei Längeneinheiten zu Alltagsangaben korrekte Ergebnisse. Hier war eine Vorstellung von sinnvollen Längeneinheiten gefordert.





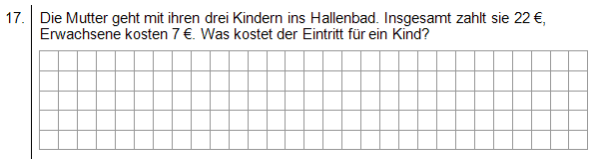
In diesem Bereich wird ein Ansetzen und Berechnen von Termen bzw. das Lösen von Gleichungen verlangt. Er ist in dieser Jahrgangsstufenarbeit der am besten gelöste Bereich.

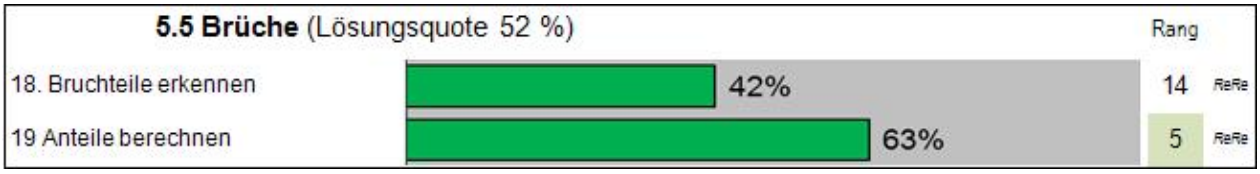
Den Rechenfehler in Aufgabe 16 fanden und erklärten 60 Prozent der Schülerinnen und Schüler. Wie bei vielen Aufgaben der Jahrgangsstufenarbeit wird hier Grundlagenwissen erwartet, so dass bei den erfolglosen 40 Prozent der Teilnehmer so weit wie möglich Ursachenklärung und -behebung erfolgen muss.


16. 25 + (7 – 2 • 3) =
25 + (5 • 3) =
25 + 15 = 40

Beim Berechnen des Terms wurde ein Fehler gemacht. Welche Rechenregel wurde nicht beachtet? Erkläre.

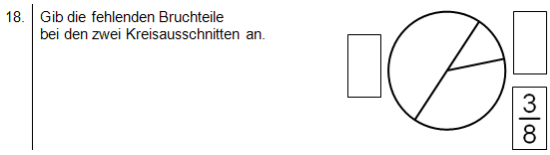
Aufgabe 17, in diesem Lernbereich die komplexere jedoch weniger „formal-mathematische“ Aufgabe, wurde mit einer etwas höheren Lösungsquote als Aufgabe 16 gelöst. Für die Lösung dieser leicht nachvollziehbaren Alltagssituation konnte jede Schülerin/jeder Schüler ihre/seine eigene Lösungsstrategie wählen.


17. Die Mutter geht mit ihren drei Kindern ins Hallenbad. Insgesamt zahlt sie 22 €, Erwachsene kosten 7 €. Was kostet der Eintritt für ein Kind?

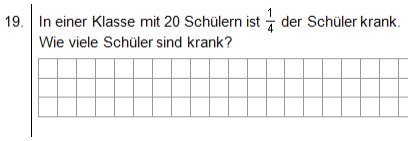


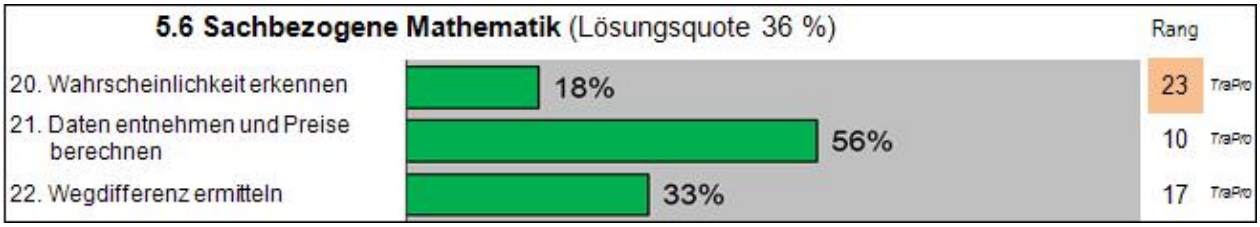
Ein Verständnis des Bruchbegriffs und einfache Rechenoperationen mit alltäglichen Bruchzahlen bilden die Lerninhalte. Im Schnitt lösten gut die Hälfte der Schülerinnen und Schüler die Aufgaben aus diesem Bereich.

Aufgabe 18 erfordert ein Verständnis von Bruchanteilen, wie es schon in der Grundschule angebahnt wird. Etwas über 40 Prozent der Sechstklässler verfügt hier über sichere Kompetenzen. Auch die Bruchvorstellung sollte regelmäßig in Warm-up-Phasen aufgegriffen werden.



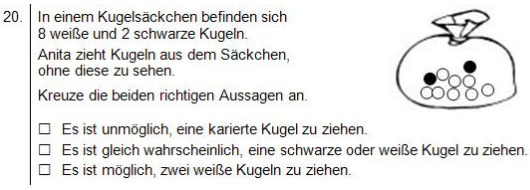
Deutlich erfolgreicher wurde Aufgabe 19 gelöst, die ähnlich wie Aufgabe 17 eine leicht nachvollziehbare Alltagssituation darstellt, die ohne formal-technische Rechenschritte gelöst werden konnte. Hier zeigt sich, dass mehr Schülerinnen und Schüler über eine (zahlgebundene/rechnerische) Vorstellung von ¼ verfügen, als in Aufgabe 19 über die (bildliche/anteilsmäßige) Vorstellung von ½ und ⅛.


19. In einer Klasse mit 20 Schülern ist $\frac{1}{4}$ der Schüler krank. Wie viele Schüler sind krank?



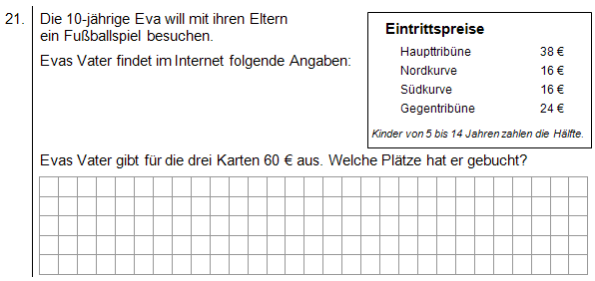
Neben Zahl- und Größenvorstellungen sowie dem Beherrschen von Rechenverfahren müssen vor allem Problemlösestrategien und mathematisches Modellieren bei der Bearbeitung von Sachproblemen angewandt werden. Dieser Bereich steht an drittletzter Stelle aller Lernbereiche.

Aufgabe 20 steht am vorletzten Rang der erfolgreich gelösten Aufgaben. Im Erkennen der beiden richtigen Antworten war ein Verständnis für die falsche Aussage (längerer, evtl. schwerer zu verstehender Satz) nicht mehr notwendig.


20. In einem Kugelsäckchen befinden sich 8 weiße und 2 schwarze Kugeln.
Anita zieht Kugeln aus dem Säckchen, ohne diese zu sehen.
Kreuze die beiden richtigen Aussagen an.

☐ Es ist unmöglich, eine karierte Kugel zu ziehen.
☐ Es ist gleich wahrscheinlich, eine schwarze oder weiße Kugel zu ziehen.
☐ Es ist möglich, zwei weiße Kugeln zu ziehen.

In Aufgabe 21 konnte gut die Hälfte der Schülerinnen und Schüler Daten aus einer Preisliste entnehmen und einen Gesamtpreis berechnen. Hilfreich war hier die Technik des Ausschlussverfahrens, da z. B. schon zwei Karten der Haupttribüne zu teuer waren und drei Karten von Nord- und Südkurve selbst ohne Kinderermäßigung zu billig waren.


21. Die 10-jährige Eva will mit ihren Eltern ein Fußballspiel besuchen.
Evas Vater findet im Internet folgende Angaben:

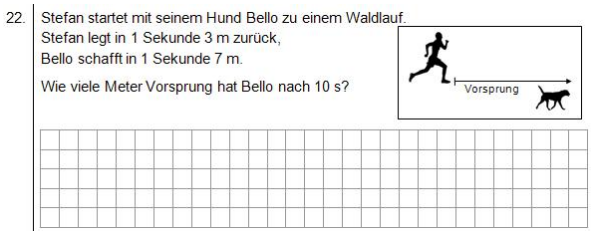
Eintrittspreise

Haupttribüne	38 €
Nordkurve	16 €
Südkurve	16 €
Gegentribüne	24 €

Kinder von 5 bis 14 Jahren zahlen die Hälfte.

Evas Vater gibt für die drei Karten 60 € aus. Welche Plätze hat er gebucht?

Aufgabe 22 löste etwa ein Drittel der Sechstklässler. Wie bei allen Sachaufgaben/Modellierungsaufgaben ist ein Verständnis der Sachlage von grundlegender Bedeutung. Rechnerisch wurden hier keine besonderen Kompetenzen gefordert. Für Schülerinnen und Schüler, die hier erfolglos waren, kann ein zeichnerisches Skizzieren des Sachverhalts Verständnis fördernd sein (falls nicht vorhanden, selbst Skizze erstellen und z. B. gegebene Maße und ggf. erste Rechenergebnisse eintragen).


22. Stefan startet mit seinem Hund Bello zu einem Waldlauf.
Stefan legt in 1 Sekunde 3 m zurück,
Bello schafft in 1 Sekunde 7 m.
Wie viele Meter Vorsprung hat Bello nach 10 s?

3.3 Konsequenzen / Weiterarbeit

Seit Einführung der Jahrgangsstufenarbeiten ist es ein zentrales Anliegen, die Ergebnisse für eine erste **Analyse der Kompetenzen** heranzuziehen und ausgehend davon konkrete Problemstellen bei der einzelnen Schülerin/dem einzelnen Schüler zu eruieren, um eine **gezielte Förderung** planen und durchführen zu können. Die Schülerin/der Schüler soll hierbei eingebunden werden, was in einem ersten Schritt durch eine übersichtliche Darstellung seiner Leistungen auf dem Aufgabenblatt durch die Schülerin/den Schüler selbst erfolgen kann. Da mathematische Aufgaben immer vielschichtig sind und falsche Lösungen mannigfaltige Ursachen haben können (individuelle Probleme können von unsicheren Begriffsvorstellungen bis zu falsch konstruierten Strategien reichen), bedarf es stets einer Auseinandersetzung mit den Ursachen für falsche Lösungen. Diese Arbeit ist nicht ausschließlich von der Lehrkraft zu leisten, sondern soll zunehmend in die Verantwortung der Schülerin/des Schülers selbst und von Kleingruppen gegeben werden (Stichwort „Arbeit am Fehler“). Eine ausführliche Auseinandersetzung vor allem mit den Leistungen der „Risikoschüler“ ist unabdingbar.

Durch das Konzept der **modularen Förderung in Mathematik** in der Mittelschule, mit seinem zentralen Anliegen des kompetenzorientierten, individuellen Lernens, ändert sich der Blickwinkel der Unterrichtsplanung und -gestaltung. Das Lernangebot an die Schülerin/den Schüler richtet sich in erster Linie nach seinem Kenntnisstand (bekannte Schlagworte sind „kumulatives Lernen“ und „den Schüler abholen, wo er steht“), erst in zweiter Hinsicht nach lehrplanbezogenen Kriterien. Dabei können die geforderten **Kompetenzen**, für den Hauptschulabschluss und den Mittleren Schulabschluss in den KMK-Standards 2004 formuliert und auf die einzelnen Jahrgangsstufen im bayerischen Lehrplan für die Hauptschule aufgegliedert, **auf unterschiedlichem Niveau** erreicht werden. Sicherheit in begrifflichen Vorstellungen, Routineabläufen und im Einsatz von einfachen Strategien ermöglicht der Schülerin/dem Schüler erst ein Arbeiten auf anspruchsvollerem Niveau.

Ein weiterer wichtiger Aspekt der modularen Förderung ist eine verstärkte Konzentrierung auf **nachhaltiges Lernen**. In diesem Zusammenhang wird die im Lehrplan 2004 formulierte Wiederholung konsequent eingefordert und themenübergreifend für alle Lehrplaninhalte gesehen, umgesetzt z. B. in einer täglichen Warm-up-Phase sowie durch gute, offene, selbstdifferenzierende Aufgabenformate. Dies zeigt sich auch in Probearbeiten, die über das Schwerpunktthema hinaus grundlegende Kenntnisse abprüfen (siehe auch Beispiele in den Starterkits Mathematik zur modularen Förderung).

Durch eine Analyse der Klassen- und Einzelergebnisse kann jede Lehrkraft die Testergebnisse nutzen, um Stärken und Schwächen der eigenen Klasse oder einzelner Schülerinnen und Schüler absolut und im Vergleich zu anderen Schulen festzustellen. Ebenso kann durch Aufbereitung der Ergebnisse den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit gegeben werden, sich selbst in der Relation zu anderen Gleichaltrigen zu sehen. Durch Vergleich der Noten der Klassenarbeiten mit den in der Jahrgangsstufenarbeit erzielten Noten finden Lehrkräfte Anhaltspunkte, inwieweit die eigene Beurteilung auf einem mit anderen Schulen vergleichbaren Niveau ist.

Stimmen Übungs- und Testformate der eigenen Schule mit den in der Jahrgangsstufenarbeit geforderten wenig überein oder befindet sich die Schule zum wiederholten Mal im unteren Drittel der Skala, bieten Fortbildungen Anregungen für die Unterrichts- und Schulentwicklung. Aspekte hierbei können v. a. sein:

- Auseinandersetzung mit der eigenen Lehrerrolle und persönliche Weiterbildung,
- Aktivierung der Schülerinnen und Schüler durch innovative Formen des Lehrens und Lernens (z. B. selbstgesteuertes, materialgeleitetes Arbeiten),
- entlastende und befruchtende Teamarbeit im Kollegium.