

10. Klasse der Hauptschule

Abschlussprüfung

zum Erwerb des

Mittleren Schulabschlusses

2009

Hinweise zur Auswahl, Korrektur und Bewertung
der Prüfungsaufgaben

Mathematik

Nicht für den Prüfling bestimmt !

Hinweise für

1. Auswahl
2. Bewertung
3. Lösung der Aufgaben

1 Hinweise zur Auswahl der Aufgabengruppen im Fach Mathematik

1.1 Im Schuljahr 2008/2009 werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

1.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülern zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben aus verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

1.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen auch unterschiedliche Aufgabengruppen ausgewählt werden.

1.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrer achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Schüler jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die die Prüfungskommission der Schule verbindlich ausgewählt hat.

2 Hinweise für die Bewertung der Aufgaben

2.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktezahl und Note landeseinheitlich festgesetzt:

Note	1	$\hat{=}$	45	-	38	Punkte
Note	2	$\hat{=}$	37,5	-	31	Punkte
Note	3	$\hat{=}$	30,5	-	23	Punkte
Note	4	$\hat{=}$	22,5	-	15	Punkte
Note	5	$\hat{=}$	14,5	-	7	Punkte
Note	6	$\hat{=}$	6,5	-	0	Punkte

2.2 Ein Vorschlag einer möglichen Punkteverteilung für die Teilergebnisse ist den Lösungen jeweils beigelegt. Halbe Punkte können vergeben werden.

2.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Aufgabenteilen sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden.

- 2.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Der Schüler erhält für den anschließenden richtigen Lösungsablauf die jeweils angegebenen Punkte **nur dann, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist**. Dabei ist ein **strenger Maßstab** anzusetzen.
- 2.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen. Die Zweitkorrektur muss als solche ersichtlich und nachvollziehbar sein.
- 2.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungsweg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt des Schülers ersichtlich sind.
- 2.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je ein Bewertungspunkt abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.
- 2.8 Fehlen bei Ergebnissen dazugehörige Benennungen, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktezahl einer Aufgabe ein halber Punkt abgezogen werden.
- 2.9 Eine für den Gebrauch an der Hauptschule genehmigte Formelsammlung ist zugelassen.
- 2.10 Schülern mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet.
- 2.11 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.99 (KWMBI I Nr. 23/1999) wird verwiesen.

Aufgabengruppe I - Ergebnisse

	Punkte
1. a) Jährlicher Rückgang in Prozent: $q = \sqrt[10]{0,86}$ $q \approx 0,985$ $p = 1,5$	2
b) Zahl der Schulanfänger in 5 Jahren: $754\,900 \cdot 0,977^5 \approx 672\,000$	1
c) Anzahl der Jahre: $754\,900 \cdot 0,977^x = 500\,000$ $x = \frac{\log 0,662}{\log 0,977}$ $x \approx 18$	2
	5
2. a) Funktionsgleichung von g_1 : $m_1 = \frac{-4-6}{-5-0} = 2$ $6 = 2 \cdot 0 + t_1$ $t_1 = 6$ $g_1: y = 2x + 6$	1,5
b) Funktionsgleichung von g_2 : $m_2 = \frac{-1}{m_1} = -\frac{1}{2}$ $1 = -\frac{1}{2} \cdot 0 + t_2$ $t_2 = 1$ $g_2: y = -\frac{1}{2}x + 1$	1,5
c) Schnittpunkt S: $2x + 6 = -\frac{1}{2}x + 1$ $x = -2$ $y = 2$	1
$\Rightarrow S(-2 2)$	

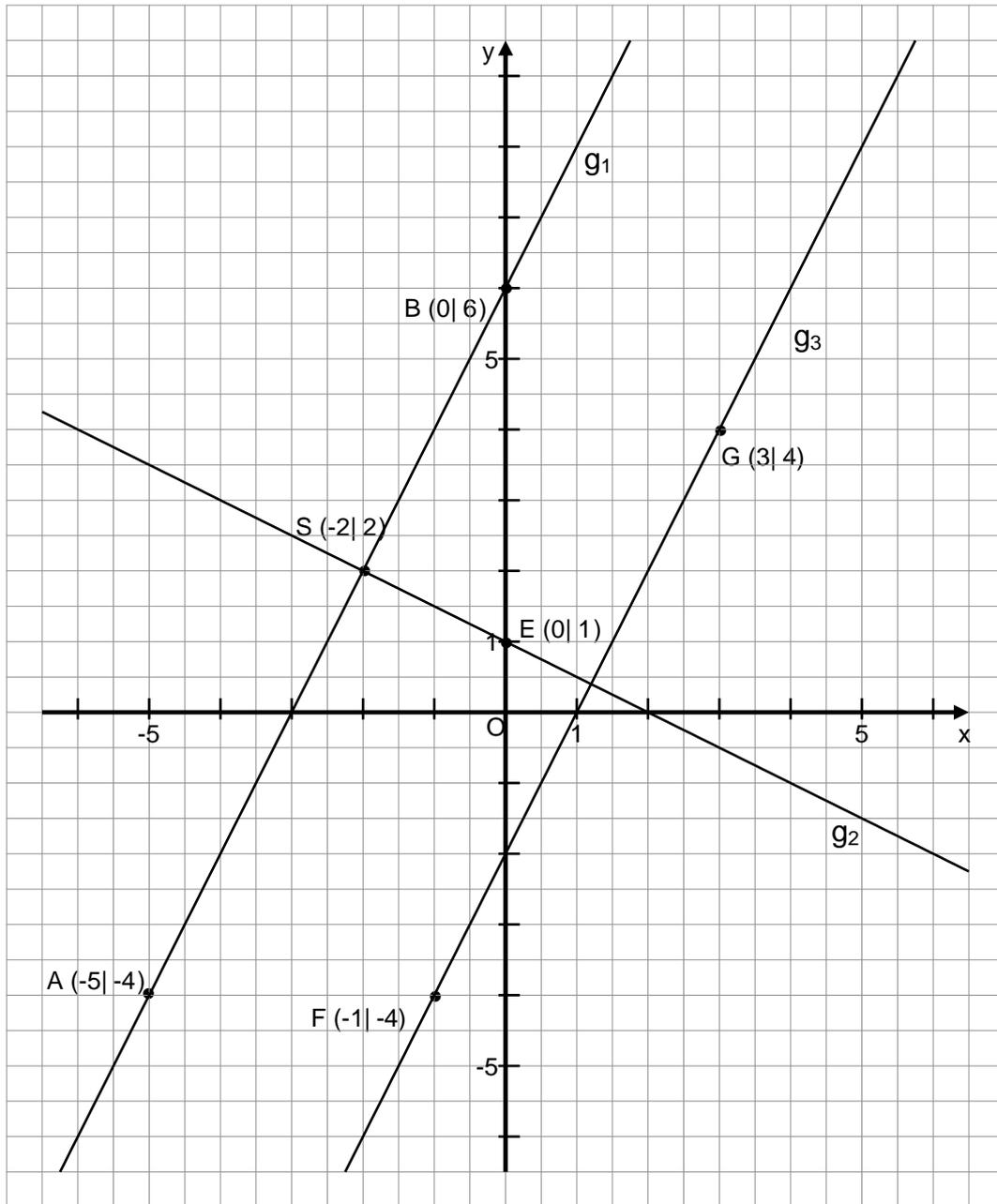
Fortsetzung nächste Seite

d) Steigung von g_3 :

$$m_3 = \frac{-4 - 4}{-1 - 3} = 2 \Rightarrow \text{parallel zu } g_1, \text{ da gleiche Steigung}$$

1

e) Grafische Darstellung:



1

6

3. a) $121d^2 - 176df + 64 = (11df - 8)^2$
 b) $(6a - 9d)^2 = 81d^2 + 36a^2 - 108ad$
 c) $225w^2 - 81z^2 = (15w - 9z) \cdot (15w + 9z)$
 d) $(7b + 5d) \cdot (7b - 3d) = 49b^2 + 14bd - 15d^2$

0,5

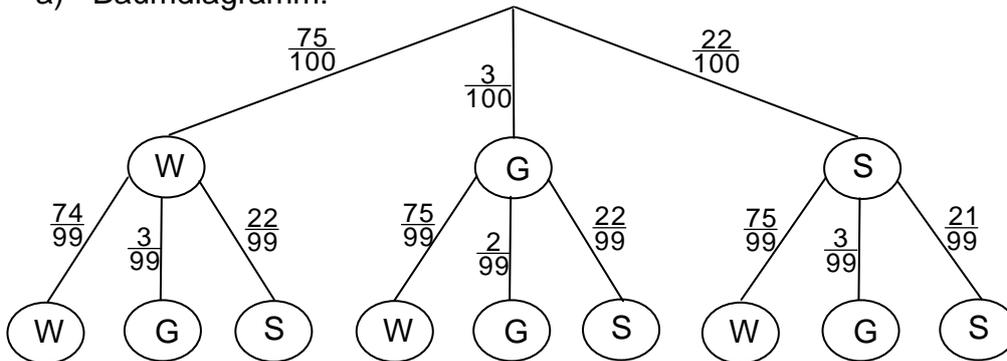
1

1

0,5

3

4. a) Baumdiagramm:



Ergebnismenge:

$$\Omega = \{WW, WG, WS, GW, GG, GS, SW, SG, SS\}$$

1

- b) Wahrscheinlichkeit:

$$p(E_1) = \frac{3}{100} \cdot \frac{75}{99} \approx 2,27\%$$

1

- c) Wahrscheinlichkeit:

$$p(E_2) = \frac{22}{100} \cdot \frac{75}{99} + \frac{75}{100} \cdot \frac{22}{99} = \frac{1}{3}$$

1

4

5. a) Streckungsfaktor k:

$$k = \sqrt{\frac{3,375}{6}} = 0,75$$

1

- b) Höhe h_c in m:

$$\overline{BC} = 0,75 \cdot 5 = 3,75$$

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 + 3,75^2} = 6,25$$

$$h_c = \frac{3,75 \cdot 5}{6,25} = 3$$

3

- c) Antworten 1) und 4) sind richtig.

1

5

6. Definitionsbereich:

$$ID = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$$

Lösungsmenge:

$$(2x + 5)(2x - 6) = (7x - 15)(x - 2)$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 5$$

$$IL = \{4; 5\}$$

0,5

3

0,5

4

7. a) Normalform von p_1 :

$$y = (x - 1)^2 - 4$$

$$p_1: y = x^2 - 2x - 3$$

1

b) Schnittpunkte N_1 und N_2 mit der x-Achse:

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1; \quad N_1 (-1|0)$$

$$x_2 = 3; \quad N_2 (3|0)$$

1

c) Funktionsgleichung von p_2 :

$$A (-2|-3): \quad (I) \quad -3 = -(-2)^2 - 2p + q$$

$$B (1|0): \quad (II) \quad 0 = -(1)^2 + p + q$$

$$p = 0$$

$$q = 1$$

$$p_2: y = -x^2 + 1$$

2

d) Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2 :

$$y = -(x + 0)^2 + 1$$

$$S_2 (0|1)$$

1

e) Schnittpunkte P und Q:

$$x^2 - 2x - 3 = -x^2 + 1$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

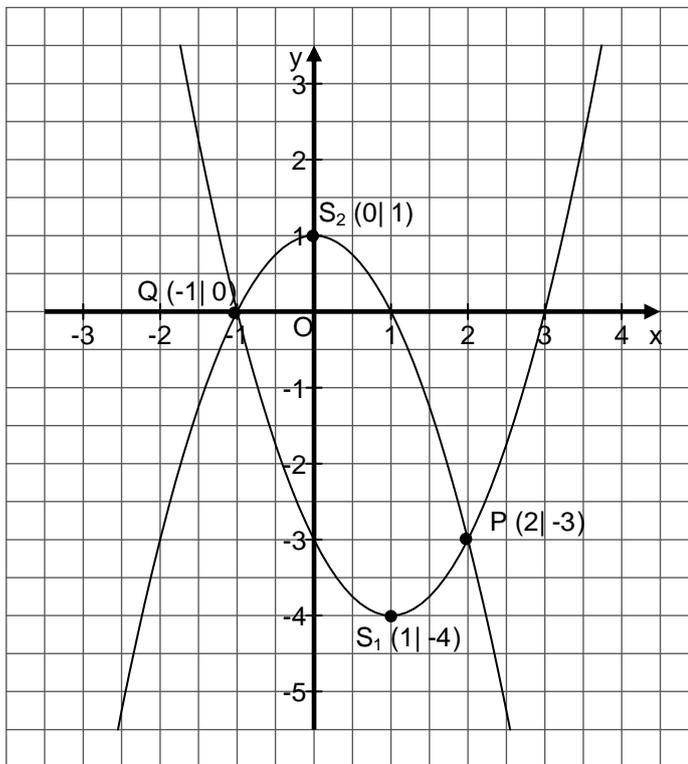
$$x_1 = 2; y_1 = -3 \quad P (2|-3)$$

$$x_2 = -1; y_1 = 0 \quad Q (-1|0)$$

2

Fortsetzung nächste Seite

f) Grafische Darstellung:



1

8

8. $x \Rightarrow$ ursprünglicher Preis Auto 1
 $y \Rightarrow$ ursprünglicher Preis Auto 2

(I) $x + y = 18\,000$

(II) $0,95x + 1,25y = 19\,500$

$x = 10\,000$

$y = 8\,000$

2

1

3

Fortsetzung nächste Seite

9. Länge der Strecke CF in cm:

$$\overline{CF} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

1

Winkel ECF:

$$\tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha \approx 36,9^\circ$$

1

Länge der Strecke BC (Breite des Rechtecks) in cm:

$$\cos(90^\circ - 36,9^\circ) = \frac{5}{BC}$$

$$\overline{BC} \approx 8,3$$

1

Länge der Strecke DC (Länge des Rechtecks) in cm:

$$\frac{\overline{DC}}{4} = \frac{8,3}{3}$$

$$\overline{DC} \approx 11,1$$

1

4

10. Radius der großen Kugel in cm:

$$r_1 = \sqrt[3]{\frac{14130 \cdot 3}{4 \cdot 3,14}} = 15$$

1

Radius der kleinen Kugel in cm:

$$k^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow k = \frac{4}{3}$$

1

$$r_2 = 15 : \frac{4}{3}$$

$$r_2 = 11,25$$

1

3

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

1. a) Funktionsgleichung von g_1 :

$$m_1 = \frac{(-2) - 3}{4 - 2} = -2,5$$

$$t_1 = 3 + 2,5 \cdot 2 = 8$$

$$g_1: y = -2,5x + 8$$

Punkte

1,5

b) Funktionsgleichung von g_2 :

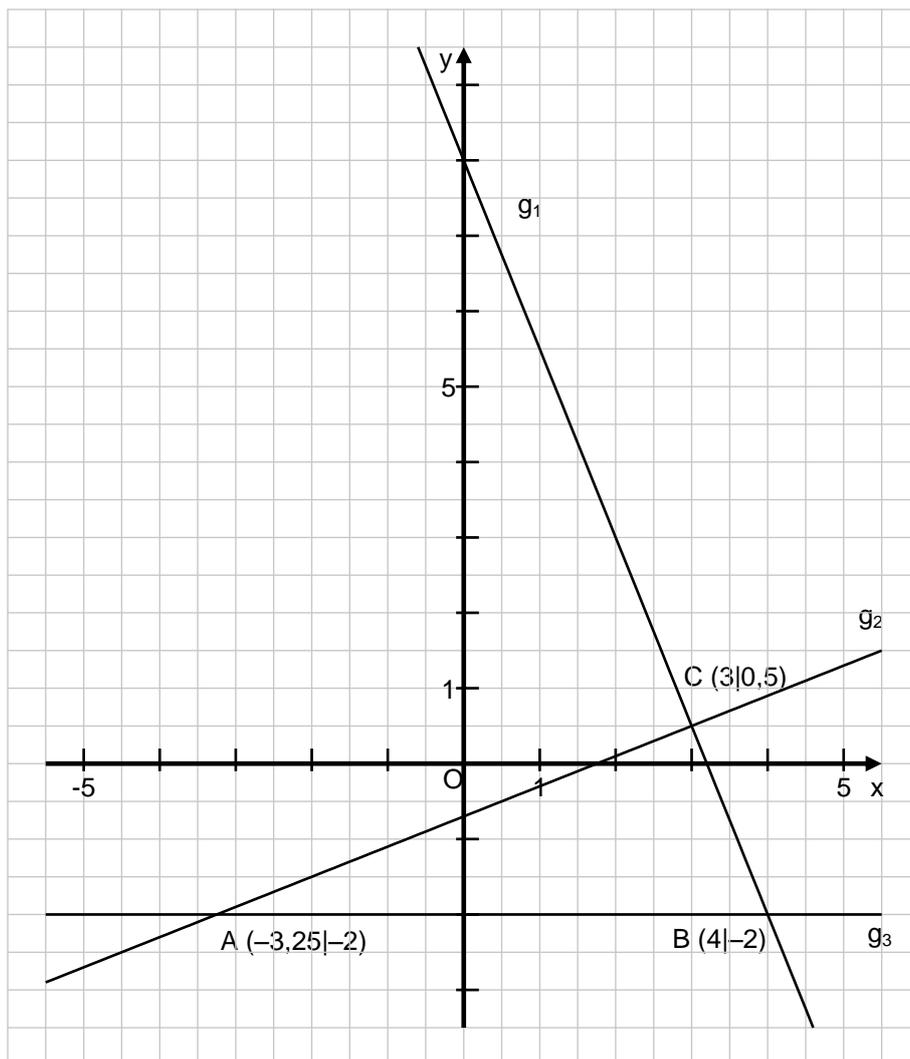
$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = 0,4$$

$$t_2 = 0,5 - 0,4 \cdot 3 = -0,7$$

$$g_2: y = 0,4x - 0,7$$

1

c)



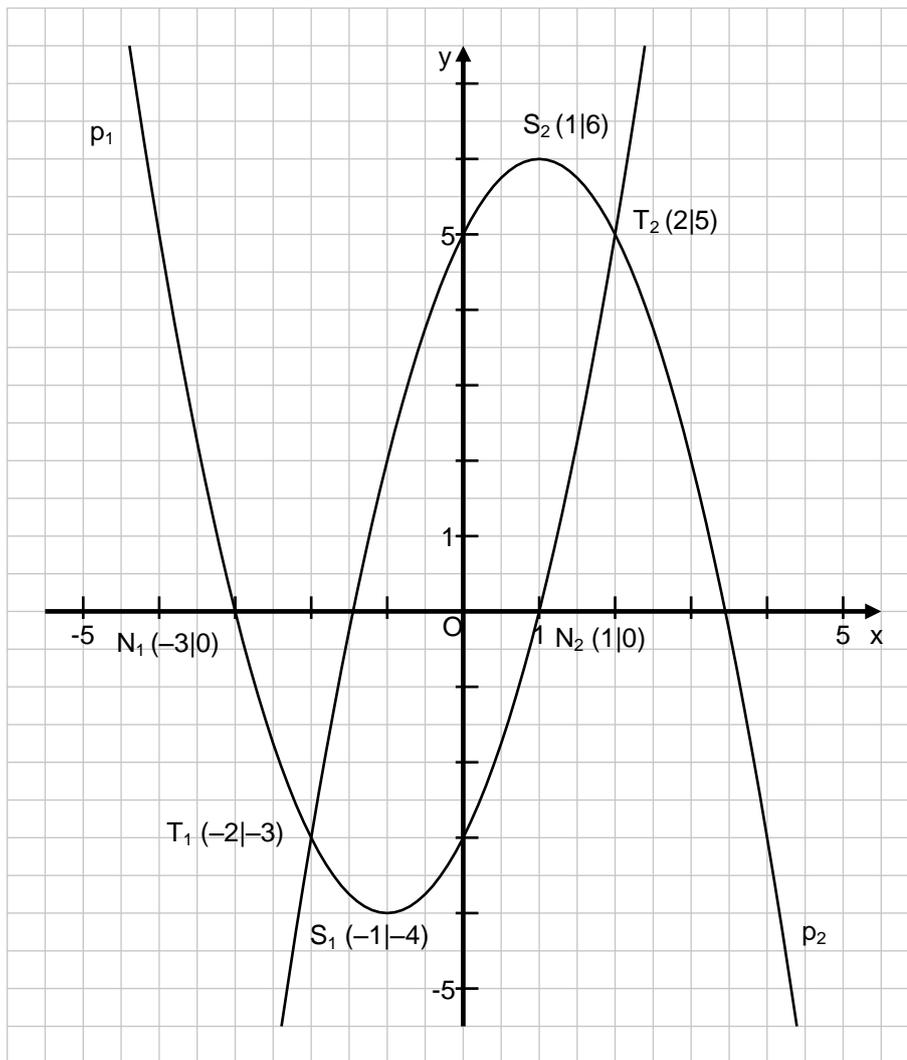
1,5

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
d) Schnittpunkt A von g_2 und g_3 : $0,4x - 0,7 = -2$ $x = -3,25; \quad y = -2$ A (-3,25 -2)	1
e) Flächeninhalt des Dreiecks ABC in cm^2 : $\frac{7,25 \cdot 2,5}{2} \approx 9$	1
6	
2. Kegelradius r in cm: $r = \sqrt{\frac{201 \cdot 3}{3,14 \cdot 12}} \approx 4$ Volumen der Halbkugel in cm^3 : $V = \frac{2}{3} \cdot 4^3 \cdot 3,14 \approx 134$ Volumen des Werkstücks in cm^3 : $V_{\text{gesamt}} = 201 + 134 = 335$ Masse des Werkstücks in g: $m = 335 \cdot 0,7 \approx 235$	1 1 1 1
4	
3. $ID = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$ $(3x + 2)(3x + 1) + 14 \cdot 2 = 6 \cdot 2(3x + 1)$ $x^2 - 3x + 2 = 0$ $IL = \{1; 2\}$	3
3	
4. a) Umsatz für das Jahr 2008 in Euro: $250\,000 \cdot 1,05^6 \approx 335\,023,91$	1
b) Durchschnittliche jährliche Steigerung in Prozent: $q = \sqrt[6]{\frac{500\,000}{250\,000}} \approx 1,12$ $p = 12$	2
c) Anzahl der Jahre: $n = \log_{1,08}(1\,000\,000 : 250\,000) \approx 18$	2
5	

	Punkte
5.	
$x \rightarrow$ Preis einer Kaisersemmel in Euro	
$y \rightarrow$ Preis einer Laugenbreze in Euro	
I) $6x + 3y + 8 \cdot 2x = 8,10$	
II) $x + y = 0,80$	2
$x = 0,30; \quad y = 0,50$	
Preise:	
Kaisersemmel 0,30 €; Laugenbreze 0,50 €; Vollkornstange 0,60 €	2
	4
6.	
Richtige Aussagen:	
(2), (3) und (6)	3
	3
7.	
a) Scheitelpunkt S_1 von p_1 :	
$y = (x + 1)^2 - 4$	
$S_1(-1 -4)$	1
b) Schnittpunkte N_1 und N_2 :	
$(x + 1)^2 - 4 = 0$	
$x_1 = -3; \quad x_2 = 1$	
$N_1(-3 0); \quad N_2(1 0)$	2
c) Funktionsgleichung von p_2 :	
$y = -(x - 1)^2 + 6$	
$y = -x^2 + 2x + 5$	2
d) Schnittpunkt T_1 und T_2 :	
$x^2 + 2x - 3 = -x^2 + 2x + 5$	
$x_1 = -2; \quad x_2 = 2$	
$y_1 = -3; \quad y_2 = 5 \quad T_1(-2 -3); \quad T_2(2 5)$	2
e) $60 = 7^2 + 2 \cdot 7 - 3$	
$60 = 60 \Rightarrow P$ liegt auf p_1	1

f)



Punkte

1

9

8. a) Länge der Strecke x in cm:
 $x = 16 : \tan 10^\circ \approx 90,7$
- b) Länge der Strecke h in cm:
 $\tan 29^\circ = (h - 16) : 90,7$
 $h = \tan 29^\circ \cdot 90,7 + 16 \approx 66,3$
- Länge der Strecke y in cm:
 $\tan 29^\circ = (66,3 - 54) : y$
 $y = 12,3 : \tan 29^\circ \approx 22,2$

1

3

4

		Punkte
9.	Der Fehler ist in Zeile 3.	
.	I) - II) $0 = 5x - 35$	
	$x = 7; \quad y = 3$	3
		<hr/>
		3
10.	Breite x des Grünstreifens in m:	
	$2 \cdot 49x + 2 \cdot 34x - 4x^2 = 0,4 \cdot 49 \cdot 34$	
	$x^2 - 41,5x + 166,6 = 0$	2
	$[x_1 \approx 37,00]$ keine sinnvolle Lösung	
	$x_2 \approx 4,50$	2
		<hr/>
		4