10. Klasse der Hauptschule

Abschlussprüfung zum Erwerb
des Mittleren Schulabschlusses
2010

(23. Juni 2010 von 8:30 bis 11:00 Uhr)

M A T H E M A T I K

Bei der Abschlussprüfung zum Erwerb des mittleren Schulabschlusses im Fach Mathematik ist der elektronische Taschenrechner nach KMS vom 17. November 1997 Nr. IV/3-S 7402/3-4/153 945 zugelassen.

Eine für den Gebrauch an der Hauptschule genehmigte Formelsammlung ist zugelassen.

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungsweg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind.

Jeder Schüler muss e i n e von der Prüfungskommission ausgewählte A u f g a b e n g r u p p e bearbeiten.

Aufgabengruppe I

Punkte

1. a) Berechnen Sie, bei welchem festen Zinssatz sich ein Kapital in einem Zeitraum von 21 Jahren nur durch Zins und Zinseszins verdreifacht.

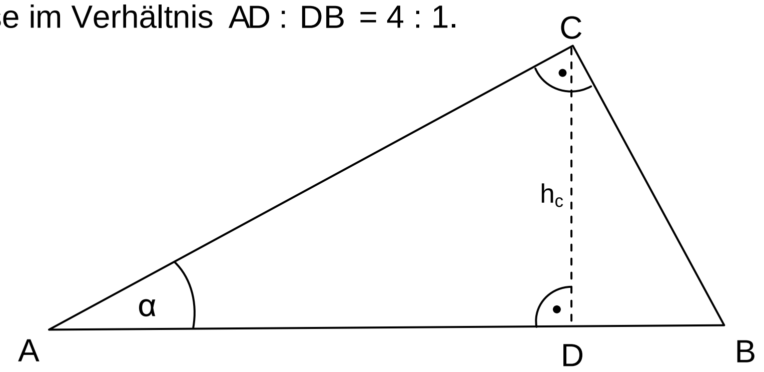
   Hinweis: Runden Sie den Zinssatz auf eine Dezimalstelle.

   b) Ein Darlehen über 70 000 Euro wird zu einem festen Zinssatz von 7,25 % aufgenommen.
   Wie hoch wäre die Darlehensschuld nach 3 Jahren ohne Tilgung?

   c) Nach wie vielen Jahren würde eine Darlehensschuld über 40 000 Euro bei einem Zinssatz von 7,9 % ohne Tilgung auf einen Betrag von 100 000 Euro anwachsen?

   Hinweis: Runden Sie das Ergebnis auf ganze Jahre. 5

2. Im rechtwinkligen Dreieck ABC teilt die Höhe h_c mit der Länge 10 cm die Hypotenuse im Verhältnis $\overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 1$.



   a) Berechnen Sie die Längen der Hypotenuse $\overline{AB}$ und der Kathete $\overline{BC}$.

   b) Berechnen Sie den Winkel α.

   Hinweis: Runden Sie, wenn nötig, alle Ergebnisse auf eine Dezimalstelle. 4

3. Eine Probearbeit in einer M10, an der 24 Schüler teilnahmen, ergab einen Notendurchschnitt von 3,75 und folgende Notenverteilung:

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	1	**x**	6	7	**y**	2

Wählen Sie die beiden Gleichungen aus, die ein Gleichungssystem zur Bestimmung von x und y bilden und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

a) $2x + 5y = 24 \cdot 3{,}75$ b) $2x + 5y = 30$ c) $2x - 5y = 90$
d) $2x + 5y + 59 = 24 \cdot 3{,}75$ e) $x + y = 8$ f) $24 + x + y = 16$ 2

Hinweis: Das Gleichungssystem muss nicht gelöst werden.

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. a) Überprüfen Sie rechnerisch, ob die drei Punkte A (4|6,5), B (–4|0,5) und C (6|8) auf einer Geraden liegen.

   b) Die Geraden g_1: $3x + 15y - 81 = 0$ sowie g_2: $y = \frac{3}{4}x + 3{,}5$ schneiden sich im Punkt D. Berechnen Sie die Koordinaten von D.

   c) Die Gerade g_3 verläuft durch den Punkt E (3|1) und steht senkrecht auf g_2. Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von g_3 rechnerisch.

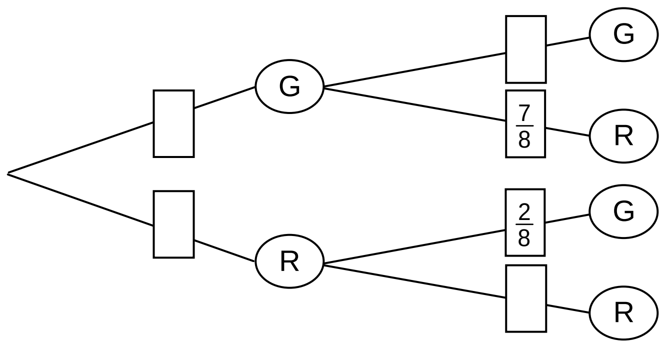
   d) Zeichnen Sie die drei Geraden in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

5. Multipliziert man zwei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen miteinander, so ist das Produkt um 14 kleiner als die Differenz aus dem Neunfachen der größeren Zahl und dem Zweifachen der kleineren Zahl.

   Ermitteln Sie die möglichen Zahlenpaare rechnerisch. 4

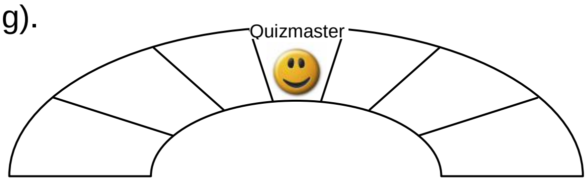
6. In einer Lostrommel befinden sich grüne Kugeln (G) und rote Kugeln (R). Nacheinander werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

   Übertragen Sie das folgende Baumdiagramm auf Ihr Blatt und ergänzen Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten.



2

7. An einer Quizsendung nehmen sechs Personen teil.
   Zwei Frauen und vier Männer wählen nacheinander einen Platz (siehe Abbildung).



   a) Wie viele verschiedene Sitzordnungen sind möglich, wenn sich jede Person einen beliebigen freien Platz aussucht?

   b) Wie viele verschiedene Sitzordnungen sind möglich, wenn die beiden Frauen unmittelbar links und rechts neben dem Quizmaster sitzen sollen? 3

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

8. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Bruchgleichung an und bestimmen Sie deren Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{24x^2 - 13x - 14}{(6x + 4)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$ 4

9. Die Punkte A (5|8) und B (–2|15) liegen auf einer nach oben geöffneten Normalparabel p_1.

   a) Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 von p_1.

   Hinweis: Rechnen Sie mit p_1: $y = x^2 - 4x + 3$.

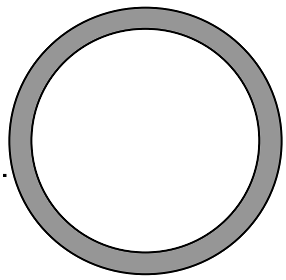
   c) Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x-Achse.

   c) Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat die Funktionsgleichung $y = -x^2 + 8x - 13$. Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 von p_2.

   d) Die Normalparabeln p_1 und p_2 schneiden sich in den Punkten P und Q. Berechnen Sie deren Koordinaten.

   e) Zeichnen Sie p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 8

10. Die Wandstärke einer Hohlkugel aus Messing beträgt 0,5 cm. Wenn man die Hohlkugel exakt in der Mitte durchschneidet, ergibt sich als Schnittfläche ein Kreisring mit dem Flächeninhalt von 36,89 cm² (siehe Skizze der Schnittfläche).



Wie viel cm³ Messing wurde zur Herstellung der Hohlkugel benötigt?

Hinweise: Rechnen Sie mit $\pi = 3{,}14$.
Runden Sie das Endergebnis auf ganze cm³. 4

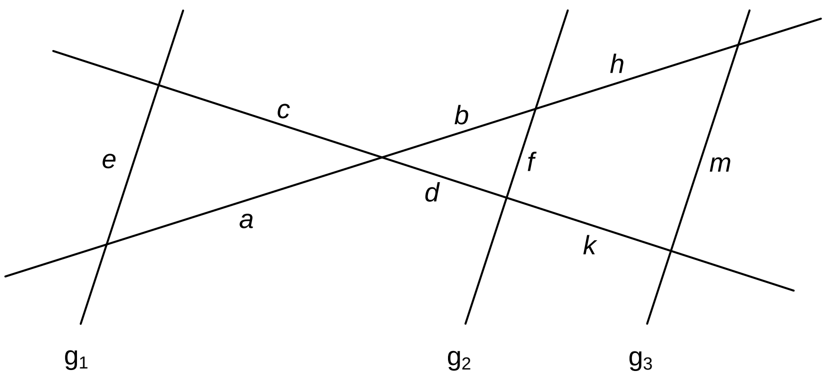
11. Für die folgende Zeichnung gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$. Schreiben Sie die beiden Gleichungen auf, die die Streckenverhältnisse richtig wiedergeben.

a) $\frac{b}{h} = \frac{d}{k}$

b) $\frac{h}{b} = \frac{m}{f}$

c) $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$

d) $\frac{a}{b} = \frac{e}{f}$ 2



Aufgabengruppe II

Punkte

1. Vor 8 ½ Jahren legte Carmen einen Betrag von 9 500 € zu einem festen jährlichen Zinssatz von 2,5 % an. Die Zinsen wurden jedes Jahr dem Kapital gutgeschrieben und mitverzinst.
   Das bis jetzt angesparte Guthaben will sie für den Kauf eines Neuwagens zum Preis von 16 200 € verwenden.

   a) Wie viel Geld fehlt ihr zum Kauf des Neuwagens?
   Hinweis: Runden Sie auf ganze Euro.

   b) Zu welchem jährlichen Zinssatz hätte Carmen die 9 500 € im gleichen Zeitraum mindestens anlegen müssen, um den Neuwagen bezahlen zu können?
   Hinweis: Runden Sie den Prozentsatz auf eine Dezimalstelle.

   c) Wie lange hätte Carmen die 9 500 € zum jährlichen Zinssatz von 2,5 % mindestens anlegen müssen, um den Neuwagen finanzieren zu können?
   Hinweis: Runden Sie auf ganze Jahre.

   d) Welchen Betrag hätte Carmen bei einem jährlichen Zinssatz von 2,5 % im Zeitraum von 8 ½ Jahren mindestens anlegen müssen, um einen anderen Neuwagen zum Preis von 18 500 € bezahlen zu können?
   Hinweis: Runden Sie auf ganze Euro. 6

2. Geben Sie den Definitionsbereich folgender Bruchgleichung an und bestimmen Sie deren Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{4x}{x-25} - \frac{3(x-25)}{x} = \frac{3(50x-625)}{x(x-25)} + 2$$ 4

3. Eine größere Kugel hat den dreifachen Durchmesser einer kleineren Kugel. Schreiben Sie auf Ihr Lösungsblatt die Nummern der drei richtigen Aussagen.

   (1) Der Oberflächeninhalt der größeren Kugel ist sechsmal so groß wie der der kleineren Kugel.

   (2) Der Oberflächeninhalt der kleineren Kugel beträgt ein Neuntel des Oberflächeninhalts der größeren Kugel.

   (3) Der dreifache Radius der kleineren Kugel ist gleich der Hälfte des Durchmessers der größeren Kugel.

   (4) Das Volumen der größeren Kugel ist dreimal so groß wie das Volumen der kleineren Kugel.

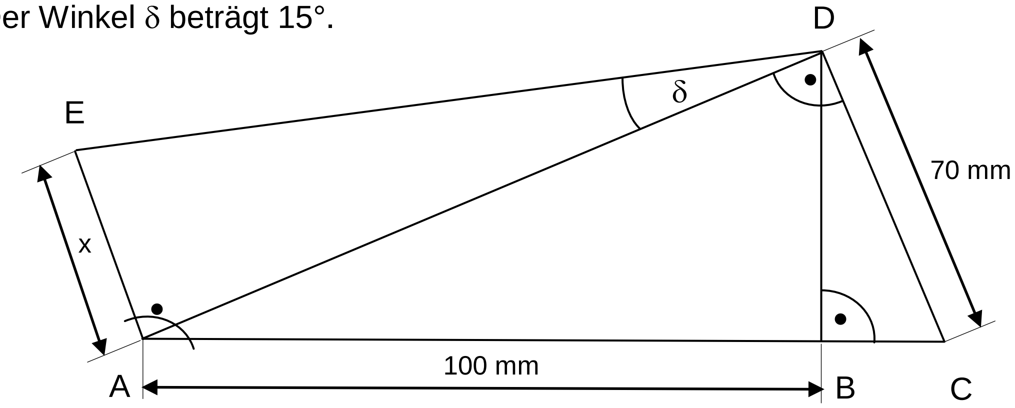
   (5) Das kleinste ganzzahlige Verhältnis der Volumina beträgt 9 : 1.

   (6) Das Volumen der größeren Kugel ist 27mal so groß wie das der kleineren Kugel. 3

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. Berechnen Sie die Länge der Strecke x (siehe Skizze).
   Der Winkel δ beträgt 15°.



Hinweis: Runden Sie alle Ergebnisse auf ganze Millimeter.

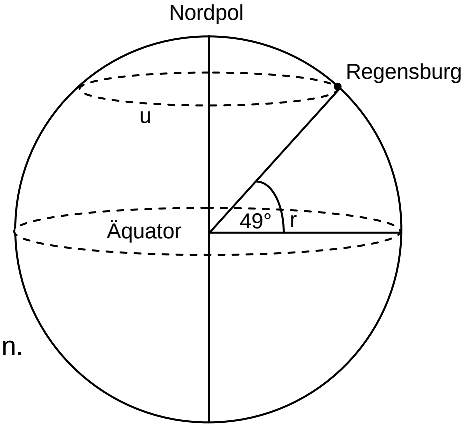
4

5. Die Punkte A (0|4) und B (5|0) bestimmen die Gerade g_1.
   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1.
   b) Die Gerade g_2 steht senkrecht auf g_1 und verläuft durch den Punkt C (2|–1,5). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_2.
      Hinweis: Rechnen Sie mit g_1: $y = -0{,}8x + 4$.
   c) Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
   d) Punkt E sei der Schnittpunkt der Geraden g_2 mit der y-Achse. Die Punkte D, E und C bilden ein Dreieck mit einem Flächeninhalt von 3 cm², wobei der Punkt D auf der y-Achse liegt. Berechnen Sie die Länge der Grundlinie $\overline{DE}$ und bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D.
      Hinweis: Der Punkt C hat die Koordinaten (2|−1,5), der Punkt E hat die Koordinaten (0|−4).
   e) Durch eine zentrische Streckung des Dreiecks DEC mit dem Streckungsfaktor k = 2,5 entsteht ein Bilddreieck. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Bilddreiecks.
   f) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels α beim Punkt A, den die Gerade g_1 mit der y-Achse bildet.
      Hinweis: Runden Sie die Größe des Winkels auf ganze Grad.

8

6. Die Stadt Regensburg liegt auf dem 49. Breitengrad nördlicher Breite. Der Erdradius r beträgt 6 370 km unter der Annahme, dass die Erde eine Kugel ist.
   a) Wie viel km² beträgt die Oberfläche der Erde?
   b) Berechnen Sie den Umfang u des Breitenkreises, auf dem Regensburg liegt.

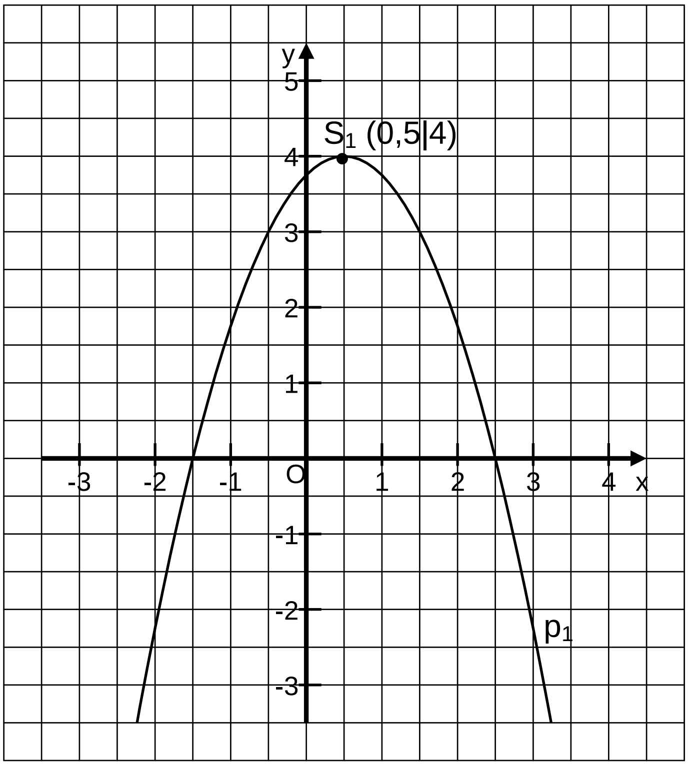
   Hinweis: Runden Sie alle Ergebnisse auf ganze Zahlen.
   Rechnen Sie mit $\pi = 3{,}14$.



4

Fortsetzung nächste Seite

7. Die Zeichnung zeigt die nach unten geöffnete Normalparabel p_1. | Punkte



a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

b) Durch Spiegelung der Parabel p_1 an der x-Achse entsteht die nach oben geöffnete Normalparabel p_2. Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

c) Berechnen Sie die Schnittpunkte N_1 und N_2 der Parabel p_2 mit der x-Achse.
Hinweis: Rechnen Sie mit p_2: $y = x^2 - x - 3{,}75$.

d) Die Gerade g mit der Funktionsgleichung $y = -2x - 3$ schneidet die Parabel p_2 in den Punkten A und B. Ermitteln Sie die Koordinaten von A und B rechnerisch.

e) Zeichnen Sie die Graphen von p_2 und g in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 8
Hinweis: Zeichnen Sie ein neues Koordinatensystem auf Ihrem Lösungsblatt.

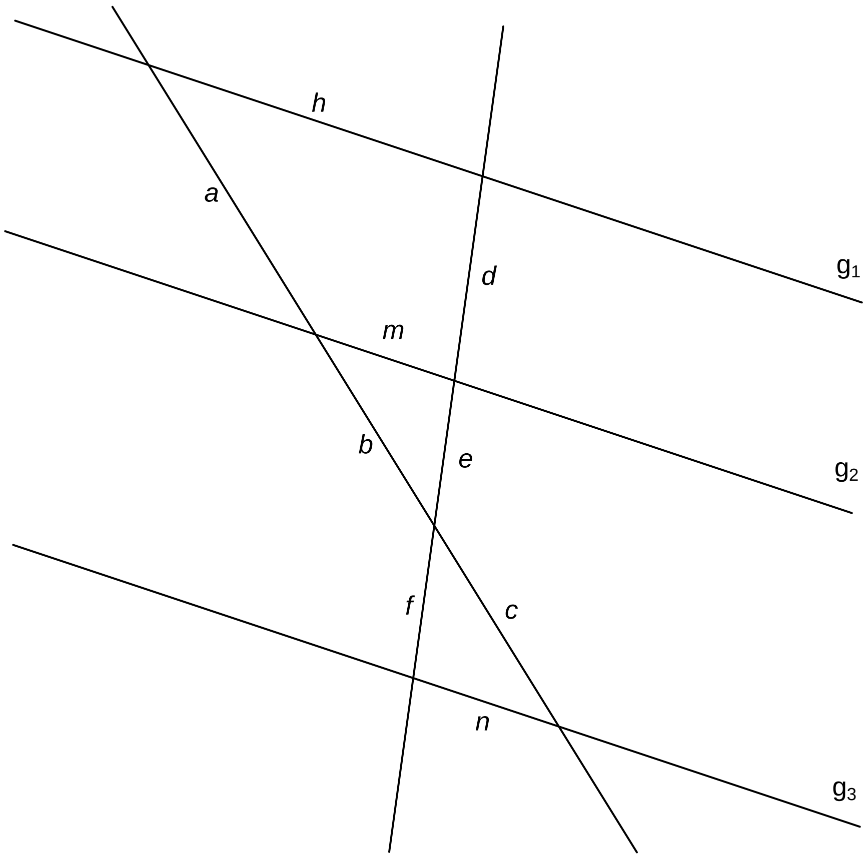
8. In einem Geldinstitut wurde festgestellt, dass Falschmünzen im Umlauf sind. Eine echte Münze wiegt 8 g, eine falsche nur 7 g. Der Kassier nimmt an einem Tag 115 Münzen entgegen. Darunter sind echte und falsche Münzen, die zusammen 892 g wiegen.

Berechnen Sie jeweils die Anzahl der echten und der falschen Münzen. 4

Fortsetzung nächste Seite

9. Für die folgende Zeichnung gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$.

Punkte



Übertragen Sie die folgenden Aufgaben auf Ihr Lösungsblatt und ersetzen Sie die Platzhalter so, dass die Gleichungen die Streckenverhältnisse richtig wiedergeben.

(1) $m : n = \boxed{} : c$

(2) $f : \boxed{} = (e + d) : (b + a)$

(3) $\boxed{} : f = h : n$

(4) $m : b = h : \boxed{}$ 4