10. Klasse der Haupt-/Mittelschule

Abschlussprüfung

zum Erwerb des

Mittleren Schulabschlusses

2011

Hinweise zur Auswahl, Korrektur und Bewertung
der Prüfungsaufgaben

Mathematik

Nicht für den Prüfling bestimmt!

Hinweise für
1. Auswahl
2. Bewertung
3. Lösung der Aufgaben

1. Hinweise zur Auswahl der Aufgabengruppen im Fach Mathematik

1.1 Im Schuljahr 2010/2011 werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

1.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülern zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben aus verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

1.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen auch unterschiedliche Aufgabengruppen ausgewählt werden.

1.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrer achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Schüler jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die die Prüfungskommission der Schule verbindlich ausgewählt hat.

2. Hinweise für die Bewertung der Aufgaben

2.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktezahl und Note landeseinheitlich festgesetzt:

Note	**1**	≙	**45**	**-**	**38**	**Punkte**
Note	**2**	≙	**37,5**	**-**	**31**	**Punkte**
Note	**3**	≙	**30,5**	**-**	**23**	**Punkte**
Note	**4**	≙	**22,5**	**-**	**15**	**Punkte**
Note	**5**	≙	**14,5**	**-**	**7**	**Punkte**
Note	**6**	≙	**6,5**	**-**	**0**	**Punkte**

2.2 Ein Vorschlag einer möglichen Punkteverteilung für die Teilergebnisse ist den Lösungen jeweils beigefügt. Halbe Punkte können vergeben werden.

2.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Aufgabenteilen sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden.

2.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Der Schüler erhält für den anschließenden richtigen Lösungsablauf die jeweils angegebenen Punkte **nur dann, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist**. Dabei ist ein **strenger Maßstab** anzusetzen.

2.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.

Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich und nachvollziehbar sein.

2.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungsweg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt des Schülers ersichtlich sind.

2.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je ein Bewertungspunkt abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.

2.8 Fehlen bei Ergebnissen dazugehörige Benennungen, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktezahl einer Aufgabe ein halber Punkt abgezogen werden.

2.9 Eine für den Gebrauch an der Haupt-/Mittelschule genehmigte Formelsammlung ist zugelassen.

2.10 Schülern mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet.

2.11 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.99 (KWMBl I Nr. 23/1999) wird verwiesen.

Aufgabengruppe I - Ergebnisse

Punkte

1. a) Funktionsgleichung von g_1 in Normalform:

$m_1 = \frac{7+1}{-5-5} = -0{,}8$

$-1 = -0{,}8 \cdot 5 + t_1$

$t_1 = 3$

$g_1\colon y = -0{,}8x + 3$ — 1,5

b) Schnittpunkt mit der x-Achse:

$0 = -0{,}8x + 3 \quad \Rightarrow \quad N\,(3{,}75|0)$ — 1

c) Rechnerische Überprüfung:

$g_2\colon y = -0{,}75x - 2$

$m_2 = -0{,}75 \neq m_1 \quad \Rightarrow \quad g_1$ und g_2 sind nicht parallel — 1

d) Funktionsgleichung von g_3 in Normalform:

$m_1 \cdot m_3 = -1 \quad \Rightarrow \quad m_3 = 1{,}25$

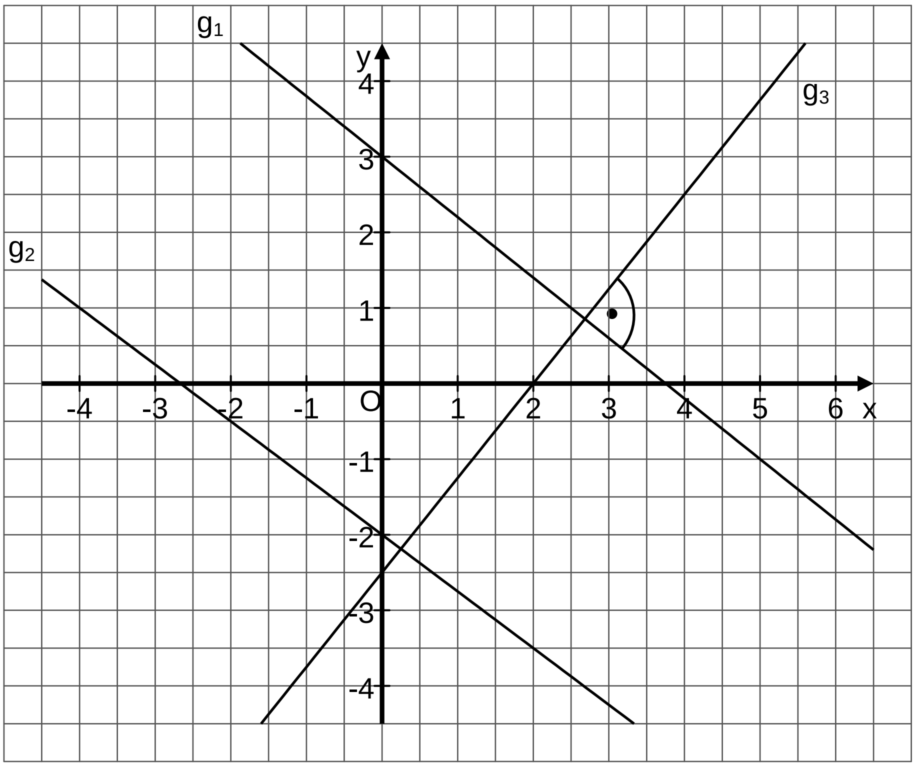
$0 = 1{,}25 \cdot 2 + t_3$

$t_3 = -2{,}5 \quad \Rightarrow \quad g_3\colon\ y = 1{,}25x - 2{,}5$ — 1,5

e) Punkt D prüfen:

$24 \neq 1{,}25 \cdot 20 - 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad$ D liegt nicht auf g_3 — 1

f) Grafische Darstellung:



1

7

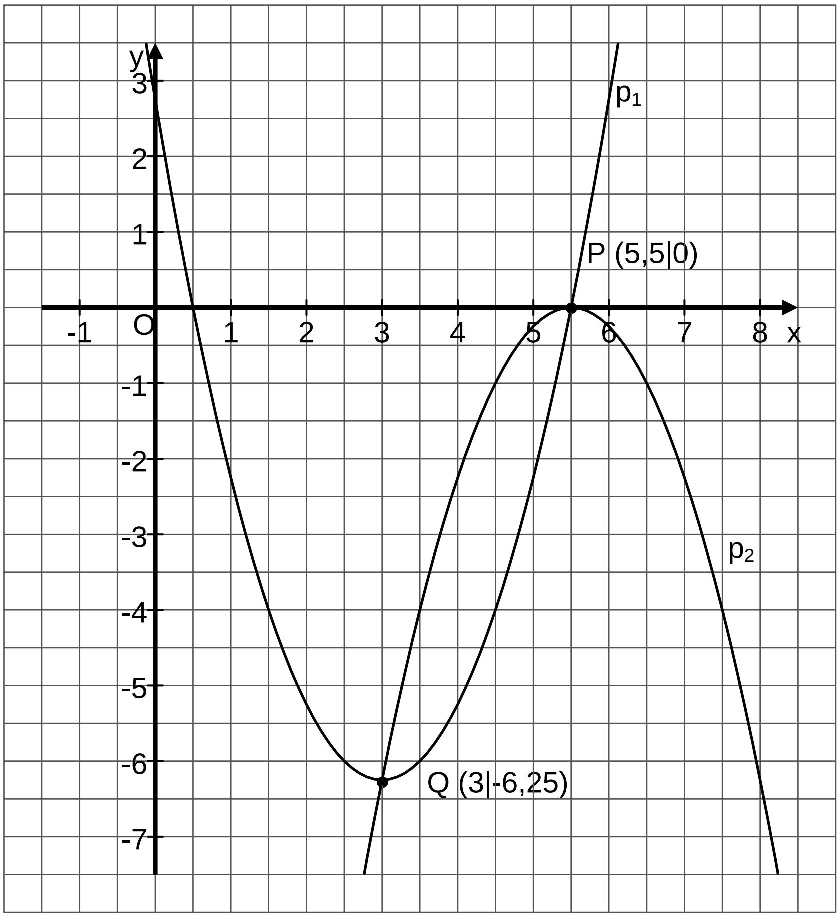
Fortsetzung nächste Seite

		Punkte
2.	$x \triangleq$ Einkaufspreis T-Shirt in Euro $y \triangleq$ Einkaufspreis Poloshirt in Euro	
	(I) $46x + 23y = 1\,311$ (II) $46x \cdot 0{,}4 + 23y \cdot 0{,}25 = 445{,}05$	2
	(I)' $x = 28{,}5 - 0{,}5y$ (II)' $18{,}4 \cdot (28{,}5 - 0{,}5y) + 5{,}75y = 445{,}05$ $y = 23$ (Poloshirts) $x = 17$ (T-Shirts)	2
		4
3.	Folgende Aussagen sind richtig: b) $\alpha + \beta' = 90°$ f) $\overline{DC} : k = \overline{EB}$ h) $\cos\alpha \cdot \overline{AC} = \overline{AD}$	3
		3
4.	a) Funktionsgleichung von p_1 in Normalform: A $(-0{,}5\|6)$: (I) $6 = 0{,}25 - 0{,}5p + q$ B $(5\|-2{,}25)$: (II) $-2{,}25 = 25 + 5p + q$ $p = -6$ $q = 2{,}75$ p_1: $y = x^2 - 6x + 2{,}75$	2
	b) Scheitelpunkt S_1 der Parabel p_1: $y = (x - 3)^2 - 6{,}25$ $S_1\ (3\|-6{,}25)$	1
	c) Schnittpunkte N_1 und N_2 mit der x-Achse: $x^2 - 6x + 2{,}75 = 0$ $x_1 = 5{,}5$; $N_1\ (5{,}5\|0)$ $x_2 = 0{,}5$; $N_2\ (0{,}5\|0)$	1
	d) Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2: $y = -(x - 5{,}5)^2$ $S_2\ (5{,}5\|0)$	1
	e) Schnittpunkte P und Q: $x^2 - 6x + 2{,}75 = -x^2 + 11x - 30{,}25$ $x^2 - 8{,}5x + 16{,}5 = 0$ $x_1 = 5{,}5$; $y_1 = 0$ P $(5{,}5\|0)$ $x_2 = 3$; $y_2 = -6{,}25$ Q $(3\|-6{,}25)$	2

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

f) Grafische Darstellung:



1

8

5. Länge der Strecken $\overline{DH}$, $\overline{CD}$ und $\overline{AD}$ in cm:

$\overline{DH}^2 = 15 \cdot 60$

$\overline{DH} = 30$ — 1

$\overline{CD}^2 = 60^2 + 30^2$

$\overline{CD} \approx 67{,}08 \ (\triangleq \overline{AF})$ — 1

$\overline{AD}^2 = 30^2 + 15^2$

$\overline{AD} \approx 33{,}54 \ (\triangleq \overline{CF})$ — 1

Länge der Strecke $\overline{BF}$ in cm:

$\tan 40° = \frac{\overline{CF}}{\overline{BF}} \qquad \Rightarrow \qquad \overline{BF} \approx 39{,}97$ — 1

Flächeninhalt des Trapezes in cm²:

$A = \frac{67{,}08 + 39{,}97 + 67{,}08}{2} \bullet 33{,}54 \approx 2\,920{,}16$ — 1

5

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
6. a) $(3b^4 - \mathbf{2}c^3)^2 = \mathbf{9b^8} - \mathbf{12}b^4c^3 \mathbf{+} 4\mathbf{c^6}$	1,5
b) $\mathbf{w^{16}} \mathbf{-} 16z^2 = (w^8 - \mathbf{4z}) \cdot (w^8 \mathbf{+} 4z)$	1,5
	3
7. ID = IR \ {–1;0,5}	0,5
$14x^2 - 13x + 3 = 14x^2 + 7x - 7$ $x = 0,5$ (nicht definiert)	3
IL = { }	0,5
	4
8. a) Täglicher Zerfall in Prozent: $q^{20} = 0,6$ $q \approx 0,975$ $p = 2,5$	1
b) Halbwertszeit in Tagen: $(\sqrt[20]{0,6})^n = 0,5$ $n \approx 27$	1
c) Menge nach 60 Tagen in g: $N_t = 200 \cdot 0,5^{(60:27)}$ $N_t \approx 43$ <u>oder:</u> $N_t = 200 \cdot \sqrt[20]{0,6}^{\,60}$ $N_t \approx 43$	1
d) Ausgangsmenge in g: $N_0 = 15 : 0,5^{(90:27)}$ $N_0 \approx 151$ <u>oder:</u> $15 = N_0 \cdot \sqrt[20]{0,6}^{\,90}$ $N_0 \approx 149$	1
	4
9. a) Gesamthöhe h_k des Kegels in cm: $h_K = \sqrt{10,4^2 - 4^2}$ $h_K = 9,6$	1
b) Winkel α: $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{10,4}$ $\alpha \approx 45°$	1
c) Höhe h_Z des Zylinders in cm: $9,6 : 4 = x : 2,5$ $x = 6$ $h_Z = 9,6 - 6 = 3,6$ Mantelfläche M des Zylinders in cm²: $M = 2 \cdot 2,5 \cdot 3,14 \cdot 3,6$ $M = 56,52$	3
	5
10. a) Richtig sind: (B) $0,5^8$ und (E) 2^{-8}	1
b) Möglichkeiten: 11! = 39 916 800	1
	2

Aufgabengruppe II - Ergebnisse

Punkte

1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1:

$$m_1 = \frac{-1-13}{1-8} = 2$$

$-1 = 2 \cdot 1 + t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = -3$

g_1: $y = 2x - 3$ — 1,5

b) Schnittpunkt N mit der x-Achse:

$0 = 2x - 3 \quad \Rightarrow \quad N\,(1{,}5|0)$ — 1

c) Funktionsgleichung der Geraden g_2:

$m_2 = -0{,}5$

$0 = (-0{,}5) \cdot 8 + t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 4$

g_2: $y = -0{,}5x + 4$ — 1

d) Rechnerische Überprüfung:

g_1: $3{,}5 \neq 2 \cdot 1 - 3 \quad \Rightarrow$ A liegt nicht auf g_1.

g_2: $3{,}5 = (-0{,}5) \cdot 1 + 4$

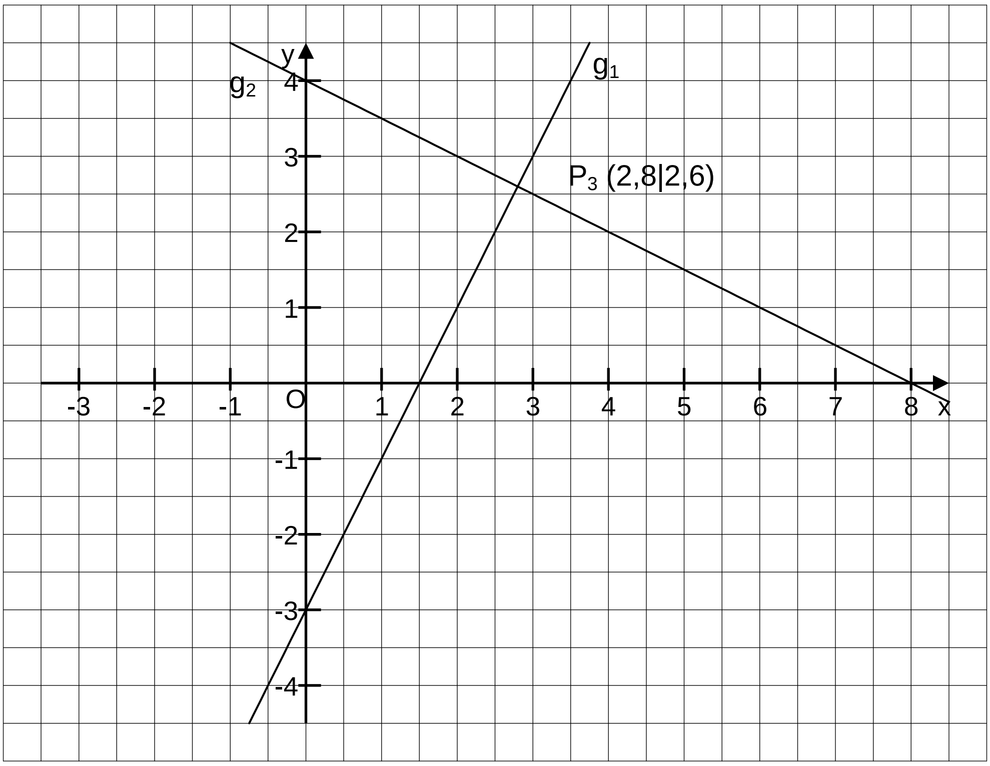
$3{,}5 = 3{,}5 \quad \Rightarrow$ A liegt auf g_2. — 1

e) Koordinaten des Schnittpunktes P_3:

$2x - 3 = -0{,}5x + 4$

$x = 2{,}8;\ y = 2{,}6 \quad \Rightarrow \quad P_3\,(2{,}8|2{,}6)$ — 1,5

f) Grafische Darstellung:



— 1

7

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

2. Fläche der Streifen in m²:

$3{,}50 \cdot 2{,}50 \cdot 0{,}4 = 3{,}50$ — 1,5

Breite x der Streifen in m:

$3{,}5x + 2 \cdot 2{,}5x - 2x^2 = 3{,}5$ — 1,5

$x_1 \approx 3{,}79$ $\Rightarrow$ keine sinnvolle Lösung

$x_2 \approx 0{,}46$ $\Rightarrow$ Die Breite der Streifen beträgt rund 46 cm. — 2

5

---

3. a) Jährliche Abnahme in Prozent:

$43{,}5 = 50 \cdot q^{20}$

$q \approx 0{,}993$ $\Rightarrow p = 0{,}7$ — 1,5

b) Gesamtabnahme in Prozent :

$43{,}5 : 50 = 0{,}87$ $\Rightarrow$ Abnahme: 13 % — 1

c) Anzahl der Jahre:

$$n = \log_{0{,}995} \frac{12{,}9}{15{,}3} \approx 34$$ — 1,5

4

---

4. a) Länge der Strecke AB' in cm :

$80 \cdot 1{,}5 = 120$

Länge der Strecke B'C' in cm :

$50 \cdot 1{,}5 = 75$

Länge der Strecke AC' in cm:

$x \cdot 1{,}5 = x + 35$

$x = 70$ $\Rightarrow \overline{AC'} = 105$

Umfang des Dreiecks AB'C' in cm:

$u = 120 + 75 + 105 = 300$ — 2

b) Flächeninhalt des Dreiecks AB'C' in cm² :

$1\,732 \cdot 1{,}5^2 = 3\,897$ — 1

3

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

5. a) Funktionsgleichung von p_1 in Normalform:

$y = (x + 4)^2 - 4$

p_1: $y = x^2 + 8x + 12$ 1

b) Nullstellen N_1 und N_2 der Parabel p_1:

$0 = (x + 4)^2 - 4$

$x_1 = -2 \quad \Rightarrow N_1\,(-2|0)$

$x_2 = -6 \quad \Rightarrow N_2\,(-6|0)$ 1

c) Funktionsgleichung von p_2 in Normalform:

(I) $-3 = -(-1)^2 - p + q$

(II) $0 = -(-4)^2 - 4p + q$

$p = -6$; $q = -8$

p2: $y = -x^2 - 6x - 8$ 2

d) Scheitelpunkt S_2 von p_2:

$y_2 = -(x + 3)^2 + 1 \quad \Rightarrow S_2\,(-3|1)$ 2

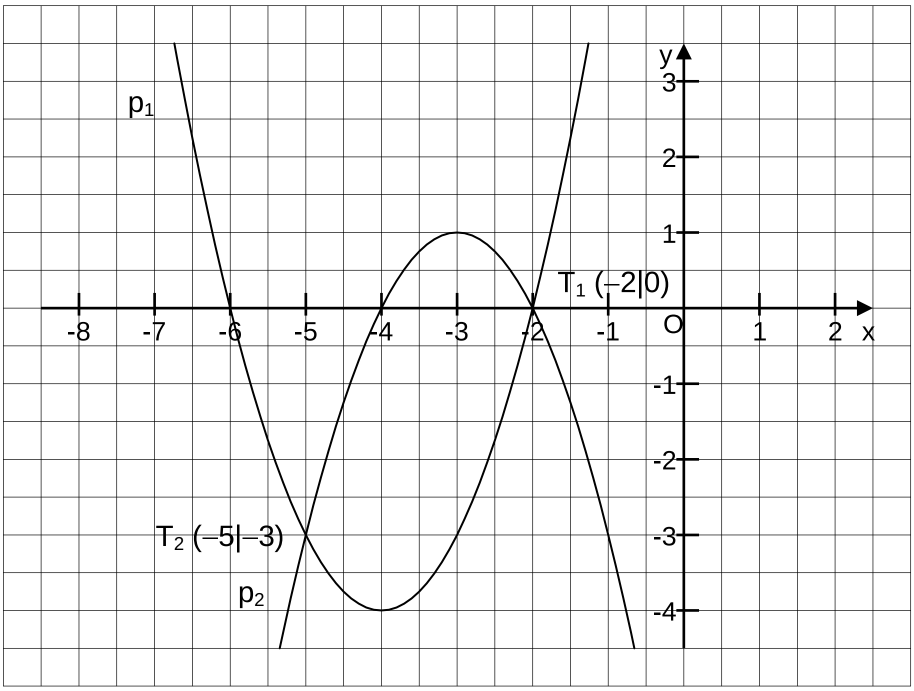
e) Schnittpunkte T_1 und T_2 von p_1 und p_2:

$x^2 + 8x + 12 = -x^2 - 6x - 8$

$x_1 = -2 \quad y_1 = 0 \quad \Rightarrow T_1\,(-2|0)$

$x_2 = -5 \quad y_2 = -3 \quad \Rightarrow T_2\,(-5|-3)$ 2

f) Grafische Darstellung:



1

9

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

6. Länge x und Breite y in cm:

(I) $2x + 2y = 17$

(II) $y + x + 1 + x + 2 = 17$

$x = 5{,}5;\ y = 3$ — 3

3

---

7. Definitionsbereich der Gleichung:

$ID = IR \setminus \{0;18\}$ — 0,5

$168x - 3240 + 3x^2 - 54x - 30x + 540 = 5x^2 - 90x - 10x + 180$

$x^2 - 92x + 1440 = 0$

$x_1 = 72;\ x_2 = 20$ — 3,5

4

---

8. Länge der Hypotenuse BC in cm:

$\overline{BD} \triangleq 2x \qquad \overline{DC} \triangleq 3x$

$6^2 = 2x \bullet (2x + 3x)$

$x \approx 1{,}9 \qquad \Rightarrow \overline{BC} \approx 9{,}5$ — 3

Größe des Winkels γ:

$\sin\gamma = \frac{6}{9{,}5} \qquad \Rightarrow \gamma \approx 39°$ — 1

4

---

9. Richtige Aussagen: (A) $\frac{1}{6}$ und (E) $16\frac{2}{3}\,\%$ — 2

2

---

10. a) Volumen des Kegels in cm³:

$V = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 3{,}14 \cdot 20 = 3\,014{,}4 \triangleq$ Volumen der Kugel — 1

Radius r_1 in cm:

$3\,014{,}4 = \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot 3{,}14 \qquad \Rightarrow r_1 \approx 9$ — 1,5

b) Radius r_2 in cm:

$254{,}34 = 4 \cdot r_2^2 \cdot 3{,}14 \qquad \Rightarrow r_2 = 4{,}5$ — 1

Verhältnis der beiden Radien:

$r_1 : r_2 = 2 : 1$ — 0,5

4