

10. KLASSE DER MITTELSCHULE

**ABSCHLUSSPRÜFUNG  
ZUM ERWERB  
DES MITTLEREN SCHULABSCHLUSSES**

**2012**

**MATHEMATIK**

**am 20. Juni 2012**

von 8:30 Uhr bis 11:00 Uhr

**Jeder Schüler muss e i n e von der Prüfungskommission  
ausgewählte A u f g a b e n g r u p p e bearbeiten.**

**Platznummer** (ggf. Name/Klasse): \_\_\_\_\_

**Punkteverteilung:**

Note 1 ⇒ 45,0 – 38 Punkte

Note 2 ⇒ 37,5 – 31 Punkte

Note 3 ⇒ 30,5 – 23 Punkte

Note 4 ⇒ 22,5 – 15 Punkte

Note 5 ⇒ 14,5 – 7 Punkte

Note 6 ⇒ 6,5 – 0 Punkte

**Punkte:**

**Note:**

**Erstkorrektur:**

\_\_\_\_\_  
Datum, Unterschrift

**Zweitkorrektur:**

\_\_\_\_\_  
Datum, Unterschrift

Ein elektronischer Taschenrechner nach KMS vom 17. November 1997  
Nr. IV/3-S 7402/3-4/153 945 und eine für den Gebrauch an der Mittelschule  
zugelassene Formelsammlung sind als Hilfsmittel erlaubt.

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungs-  
weg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind.

## Aufgabengruppe I

Punkte

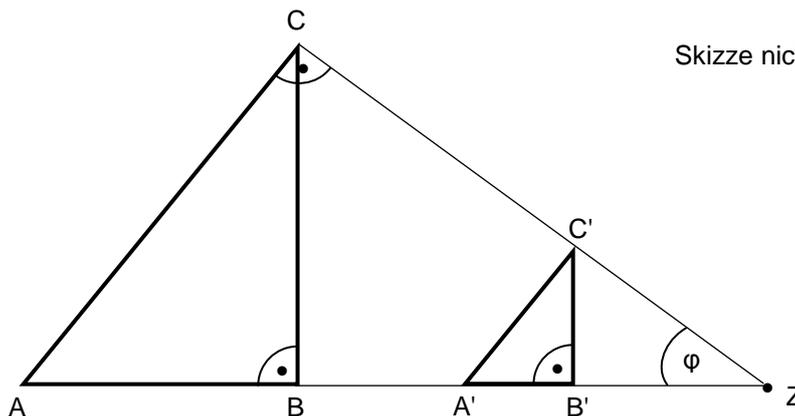
1. Die Punkte B (3|0) und D (5|-1) liegen auf der Geraden  $g_1$ .  
Die Gerade  $g_2$  ist durch die Gleichung  $2,5y = 3,75x - 6,25$  bestimmt.
  - a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ .
  - b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts E von  $g_1$  mit  $g_2$ .  
Hinweis: Rechnen Sie mit  $g_1: y = -0,5x + 1,5$ .
  - c) Die Gerade  $g_3$  steht senkrecht auf  $g_1$  und verläuft durch den Punkt C (1|1).  
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von  $g_3$  rechnerisch.
  - d) Die Gerade  $g_3$  schneidet die x-Achse im Punkt A. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punkts A rechnerisch.  
Hinweis: Rechnen Sie mit  $g_3: y = 2x - 1$ .
  - e) Zeichnen Sie  $g_1$ ,  $g_2$  und  $g_3$  in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
  - f) Die Punkte A, B und C bilden das Dreieck ABC.  
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

7

2. Ein rechtwinkliges Dreieck ABC wird durch eine zentrische Streckung mit Streckungszentrum Z auf das Dreieck A'B'C' abgebildet.  
Der Winkel ACZ ist ein rechter Winkel (siehe Skizze).

Folgende Streckenlängen sind bekannt:

$$\overline{AC} = 45 \text{ m}, \overline{BZ} = 48 \text{ m} \text{ und } \overline{A'C'} = 15 \text{ m}.$$



Skizze nicht maßstabsgetreu.

- a) Ermitteln Sie den Streckungsfaktor  $k$  rechnerisch.
- b) Berechnen Sie jeweils den Umfang der Dreiecke ABC und A'B'C' in m.
- c) Bestimmen Sie rechnerisch die Größe des Winkels  $\varphi$ .

Hinweis: Rechnen Sie mit  $\overline{BC} = 36 \text{ m}$ .

6

3. Herr Liebel kauft einen Neuwagen im Wert von 48 000 €.

- a) Das Auto verliert im 1. Jahr 25 % seines Wertes, im 2. und 3. Jahr dann jeweils 20 % des jeweiligen Restwertes.

Berechnen Sie, wie viele Euro der Wagen nach drei Jahren noch wert ist.

- b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren das Auto noch 10 000 € wert wäre, wenn der durchschnittliche jährliche Wertverlust von Anfang an gleichbleibend 18 % des jeweiligen Restwertes betragen hätte.

- c) Die Hälfte des Neuwagenpreises wurde mit einem festverzinslichen Kredit über 6 Jahre finanziert.

Berechnen Sie den effektiven jährlichen Zinssatz, wenn am Ende der Laufzeit mit Zinsen und Zinseszinsen 27 012 € für diesen Kredit bezahlt wurden.

4

4. Lösen Sie folgendes Gleichungssystem rechnerisch:

$$(I) \quad 3x = 12$$

$$(II) \quad 2x + 2y + z = 25$$

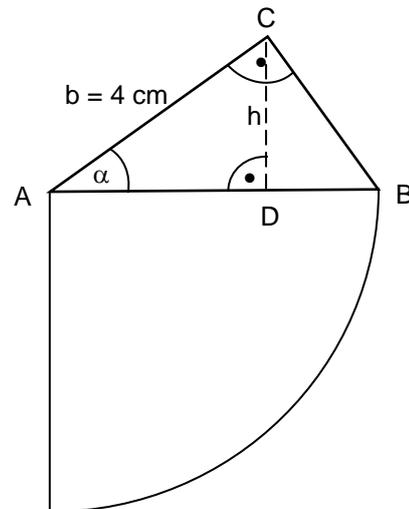
$$(III) \quad 5x - 4y + 2z = -2$$

3

5. Die Seite  $b$  im rechtwinkligen Dreieck  $ABC$  ist 4 cm lang. Der Flächeninhalt des Viertelkreises mit Radius  $\overline{AB}$  beträgt  $19,625 \text{ cm}^2$  (siehe Skizze).

Berechnen Sie die Länge der Höhe  $h$  in cm und ermitteln Sie die Größe des Winkels  $\alpha$  rechnerisch.

Hinweis: Rechnen Sie mit  $\pi = 3,14$ .



4

6. Verkürzt man die längere Seite eines Rechtecks um 4 cm und verlängert die kürzere um 5 cm, so entsteht ein Quadrat. Der Flächeninhalt des Quadrats ist  $38 \text{ cm}^2$  größer als der des Rechtecks.

Berechnen Sie Länge und Breite des Rechtecks in cm.

4

7. Eine Hohlkugel aus Glas (Dichte  $2,5 \text{ g/cm}^3$ ) hat einen Oberflächeninhalt von  $314 \text{ cm}^2$ . Die Wandstärke der Kugel beträgt  $0,4 \text{ mm}$ .

Berechnen Sie die Masse des Glases in g.

Hinweis: Rechnen Sie mit  $\pi = 3,14$ .

4

8. Alle Punkte  $(x|y)$ , die durch die folgende Wertetabelle vorgegeben sind, liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel  $p_1$ .

<b>x</b>	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
<b>y</b>	17	10	5	2	1	2	5	10	17

- Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts  $S_1$  an und ermitteln Sie die Funktionsgleichung von  $p_1$  in der Normalform.
- Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunkts  $S_2$  einer zweiten Normalparabel  $p_2$  mit der Funktionsgleichung  $y = -x^2 + 8x - 12$ .
- Zeichnen Sie  $p_1$  und  $p_2$  in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.  
Hinweis: Verwenden Sie den Scheitelpunkt  $S_2 (4|4)$ .
- Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte  $N_1$  und  $N_2$  von  $p_2$  mit der  $x$ -Achse (Nullstellen).
- Zeigen Sie mit Hilfe einer Rechnung, dass sich  $p_1$  und  $p_2$  nicht schneiden.
- Durch Spiegelung der Normalparabel  $p_2$  an der  $x$ -Achse entsteht die Parabel  $p_3$ .

Geben Sie die Funktionsgleichung von  $p_3$  in der Normalform an.

7

9. Ein Stab ragt senkrecht aus dem Boden und wirft einen Schatten von 2,50 m Länge auf die Ebene. Würde er 30 cm weiter herausragen, wäre sein Schatten 1 m länger.

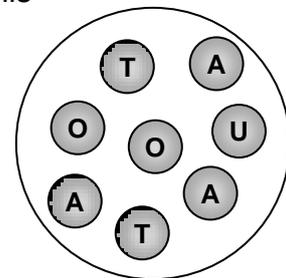
- Berechnen Sie, wie viele Zentimeter der Stab aus dem Boden ragt.
- Ermitteln Sie rechnerisch, unter welchem Winkel  $\alpha$  das Licht zur Horizontalen auf den Stab fällt.

3

10. In einer Lostrommel befinden sich acht Kugeln, die mit jeweils einem Buchstaben so wie in der Skizze bedruckt sind.

- Ohne hinzusehen werden nacheinander zwei Kugeln gezogen und nicht wieder zurückgelegt.

Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit beide Kugeln den Buchstaben T tragen.



- In einem neuen Versuch ohne Zurücklegen werden nun nacheinander vier der acht Kugeln gezogen.

Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die vier gezogenen Buchstaben folgende Wörter bilden:

- (1) AUTO                      (2) OTTO

Hinweis: Die Buchstaben müssen in der Reihenfolge des Wortes gezogen werden.

3

## Aufgabengruppe II

Punkte

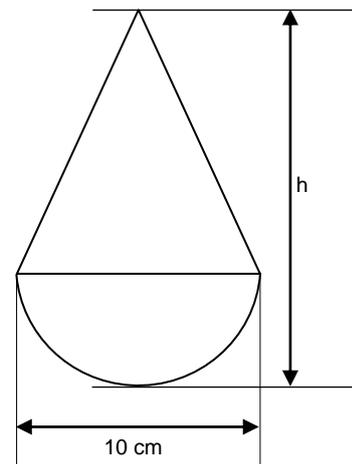
1. Die Gerade  $g_1$  verläuft durch die Punkte A  $(-1|7,5)$  und B  $(5|-1,5)$ .
- Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ .
  - Berechnen Sie den Schnittpunkt N der Geraden  $g_1$  mit der x-Achse (Nullstelle).  
Hinweis: Rechnen Sie mit  $g_1: y = -\frac{3}{2}x + 6$ .
  - Die Gerade  $g_2$  verläuft durch den Punkt C  $(4,5|2,5)$  und steht senkrecht auf  $g_1$ . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von  $g_2$  rechnerisch.
  - Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts P der Geraden  $g_1$  und  $g_2$ .  
Hinweis: Rechnen Sie mit  $g_2: y = \frac{2}{3}x - 0,5$ .
  - Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

7

2. In einem Betrieb werden aus 988,2 kg Kunststoffgranulat (Dichte =  $0,9 \text{ g/cm}^3$ ) 2000 Werkstücke hergestellt. Diese bestehen aus einer Halbkugel mit einem Durchmesser von 10 cm und einem aufgesetzten passgenauen Kegel (siehe Längsschnittskizze).

Berechnen Sie die Gesamthöhe  $h$  eines Werkstücks.

Hinweis: Rechnen Sie mit  $\pi = 3,14$ .



4

3. Das radioaktive Element Cäsium-137 hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren.
- Wie viele Gramm Cäsium-137 sind bei einer Ausgangsmenge von 2,5 kg nach 60 Jahren noch vorhanden?
  - Ermitteln Sie rechnerisch, wie viel Prozent der Cäsiumkerne innerhalb eines Jahres zerfallen.
  - Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren von einem Kilogramm Cäsium noch ein Gramm vorhanden ist.

5

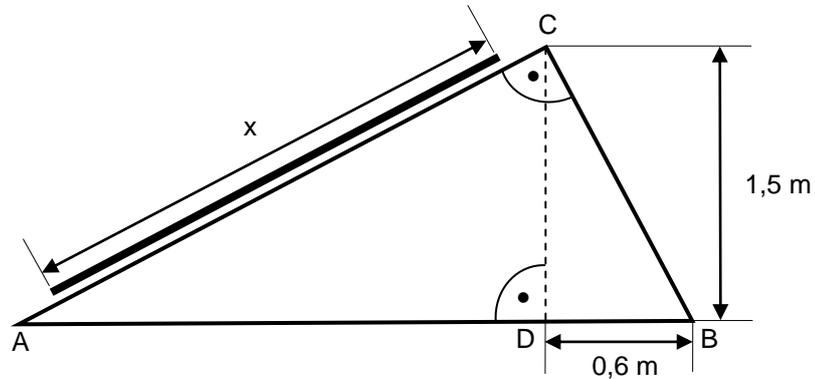
4. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{3}{6-x} - \frac{1}{2x-2} = 0,25$$

4

5. Auf einem Dach soll eine Solaranlage montiert werden. Dazu wird eine Halterung angebracht (siehe Skizze).

Berechnen Sie die Länge  $x$  dieser Halterung, wenn oben und unten am Dach jeweils 22 cm frei bleiben sollen.



3

6. Die Miete für ein Wohnmobil setzt sich zusammen aus einer Grundgebühr pro Tag und einem festen Betrag für jeden gefahrenen Kilometer.

Herr Huber bezahlt für 6 Tage und 1 380 gefahrene Kilometer 970,80 €.

Herr Kern erhält 30 % Nachlass auf die Grundgebühr. Er leiht das Wohnmobil für 9 Tage aus, fährt 1 825 km und bezahlt 1 154,70 €.

Berechnen Sie die Grundgebühr pro Tag ohne Nachlass und die Kosten pro gefahrenem Kilometer.

4

7. Die Punkte A (2|4) und B (6|0) liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel  $p_1$ .

a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von  $p_1$  in der Normalform.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts  $S_1$  von  $p_1$ .

Hinweis: Rechnen Sie mit  $p_1: y = x^2 - 9x + 18$ .

c) Die nach unten geöffnete Normalparabel  $p_2$  hat den Scheitelpunkt  $S_2 (3,5|6,25)$ . Berechnen Sie die Funktionsgleichung von  $p_2$  in der Normalform.

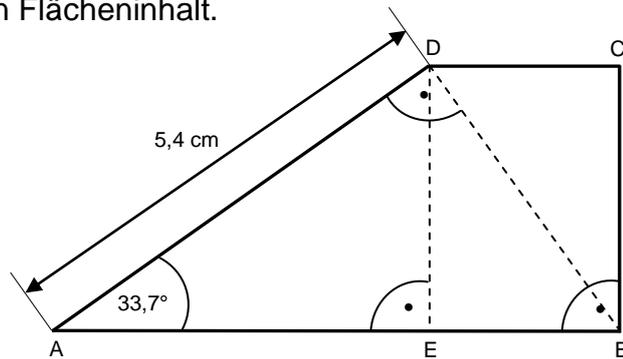
d) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte  $Q_1$  und  $Q_2$  der Parabeln  $p_1$  und  $p_2$ .

Hinweis: Rechnen Sie mit  $p_2: y = -x^2 + 7x - 6$ .

e) Zeichnen Sie die Graphen von  $p_1$  und  $p_2$  in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

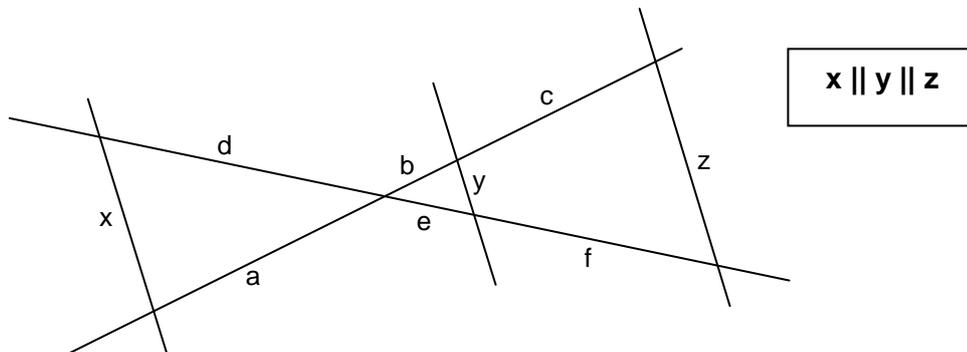
8

8. Die unten abgebildete Skizze zeigt das rechtwinklige Trapez ABCD. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt.



4

9. Von den unten stehenden sechs Aussagen sind, bezogen auf die abgebildete Strahlensatzfigur, genau drei richtig. Schreiben Sie die Nummern der richtigen Aussagen auf Ihr Lösungsblatt.



- (1)  $\frac{x}{d} = \frac{y}{e}$       (2)  $\frac{d}{x} = \frac{f}{z}$       (3)  $\frac{z}{y} = \frac{b}{b+c}$   
 (4)  $\frac{d}{a} = \frac{e+f}{b+c}$       (5)  $\frac{b+c}{z} = \frac{d}{x}$       (6)  $\frac{z}{y} = \frac{e+f}{e}$

3

10. In einem Behälter befinden sich 15 Lose. Drei davon sind Gewinne (G), der Rest Nieten (N). Martin zieht drei Lose. Diese werden nicht in die Lostrommel zurückgelegt.
- a) Stellen Sie die möglichen Ergebnismengen in einem Baumdiagramm dar und geben Sie die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten an.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der Martin mindestens ein Gewinnlos zieht.

3