

10. KLASSE DER MITTELSCHULE

ABSCHLUSSPRÜFUNG ZUM ERWERB DES MITTLEREN SCHULABSCHLUSSES 2012

MATHEMATIK

am 20. Juni 2012

von 8:30 Uhr bis 11:00 Uhr

**Jeder Schüler muss e i n e von der Prüfungskommission
ausgewählte A u f g a b e n g r u p p e bearbeiten.**

Platzziffer (ggf. Name/Klasse): _____

Punkteverteilung:

Note 1	⇒	45,0	–	38	Punkte
Note 2	⇒	37,5	–	31	Punkte
Note 3	⇒	30,5	–	23	Punkte
Note 4	⇒	22,5	–	15	Punkte
Note 5	⇒	14,5	–	7	Punkte
Note 6	⇒	6,5	–	0	Punkte

Punkte:

Note:

Erstkorrektur:

Datum, Unterschrift

Zweitkorrektur:

Datum, Unterschrift

Ein elektronischer Taschenrechner nach KMS vom 17. November 1997
Nr. IV/3-S 7402/3-4/153 945 und eine für den Gebrauch an der Mittelschule
zugelassene Formelsammlung sind als Hilfsmittel erlaubt.

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungs-
weg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind.

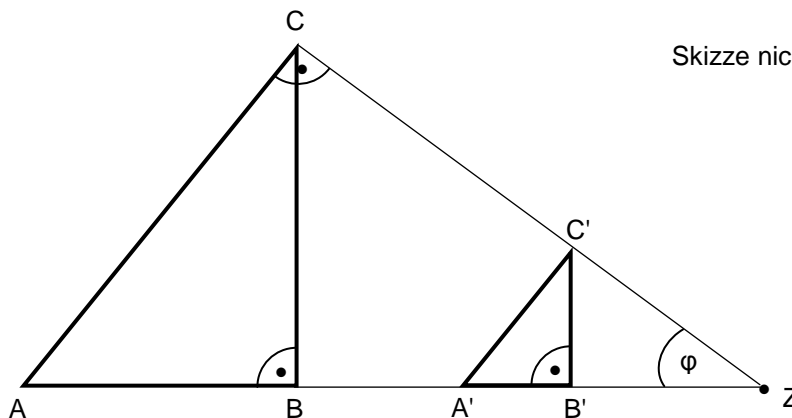
Aufgabengruppe I

Punkte

1. Die Punkte B (3|0) und D (5|-1) liegen auf der Geraden g_1 .
Die Gerade g_2 ist durch die Gleichung $2,5y = 3,75x - 6,25$ bestimmt.
 - a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1 .
 - b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts E von g_1 mit g_2 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $g_1: y = -0,5x + 1,5$.
 - c) Die Gerade g_3 steht senkrecht auf g_1 und verläuft durch den Punkt C (1|1).
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von g_3 rechnerisch.
 - d) Die Gerade g_3 schneidet die x-Achse im Punkt A. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punkts A rechnerisch.
Hinweis: Rechnen Sie mit $g_3: y = 2x - 1$.
 - e) Zeichnen Sie g_1 , g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
 - f) Die Punkte A, B und C bilden das Dreieck ABC.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

7

2. Ein rechtwinkliges Dreieck ABC wird durch eine zentrische Streckung mit Streckungszentrum Z auf das Dreieck A'B'C' abgebildet.
Der Winkel ACZ ist ein rechter Winkel (siehe Skizze).
Folgende Streckenlängen sind bekannt:
 $\overline{AC} = 45 \text{ m}$, $\overline{BZ} = 48 \text{ m}$ und $\overline{A'C'} = 15 \text{ m}$.



Skizze nicht maßstabsgetreu.

- a) Ermitteln Sie den Streckungsfaktor k rechnerisch.
- b) Berechnen Sie jeweils den Umfang der Dreiecke ABC und A'B'C' in m.
- c) Bestimmen Sie rechnerisch die Größe des Winkels φ .

Hinweis: Rechnen Sie mit $\overline{BC} = 36 \text{ m}$.

6

3. Herr Liebel kauft einen Neuwagen im Wert von 48 000 €.

- a) Das Auto verliert im 1. Jahr 25 % seines Wertes, im 2. und 3. Jahr dann jeweils 20 % des jeweiligen Restwertes.

Berechnen Sie, wie viele Euro der Wagen nach drei Jahren noch wert ist.

- b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren das Auto noch 10 000 € wert wäre, wenn der durchschnittliche jährliche Wertverlust von Anfang an gleichbleibend 18 % des jeweiligen Restwertes betragen hätte.

- c) Die Hälfte des Neuwagenpreises wurde mit einem festverzinslichen Kredit über 6 Jahre finanziert.

Berechnen Sie den effektiven jährlichen Zinssatz, wenn am Ende der Laufzeit mit Zinsen und Zinseszinsen 27 012 € für diesen Kredit bezahlt wurden.

4

4. Lösen Sie folgendes Gleichungssystem rechnerisch:

$$(I) \quad 3x = 12$$

$$(II) \quad 2x + 2y + z = 25$$

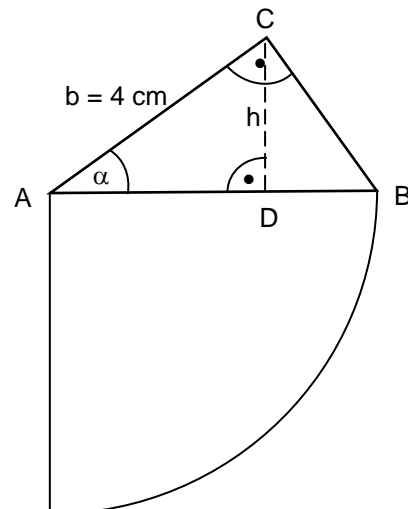
$$(III) \quad 5x - 4y + 2z = -2$$

3

5. Die Seite b im rechtwinkligen Dreieck ABC ist 4 cm lang. Der Flächeninhalt des Viertelkreises mit Radius \overline{AB} beträgt $19,625 \text{ cm}^2$ (siehe Skizze).

Berechnen Sie die Länge der Höhe h in cm und ermitteln Sie die Größe des Winkels α rechnerisch.

Hinweis: Rechnen Sie mit $\pi = 3,14$.



4

6. Verkürzt man die längere Seite eines Rechtecks um 4 cm und verlängert die kürzere um 5 cm, so entsteht ein Quadrat. Der Flächeninhalt des Quadrats ist 38 cm^2 größer als der des Rechtecks.

Berechnen Sie Länge und Breite des Rechtecks in cm.

4

7. Eine Hohlkugel aus Glas (Dichte $2,5 \text{ g/cm}^3$) hat einen Oberflächeninhalt von 314 cm^2 . Die Wandstärke der Kugel beträgt $0,4 \text{ mm}$.

Berechnen Sie die Masse des Glases in g.

Hinweis: Rechnen Sie mit $\pi = 3,14$.

4

8. Alle Punkte $(x|y)$, die durch die folgende Wertetabelle vorgegeben sind, liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1 .

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	17	10	5	2	1	2	5	10	17

- Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 an und ermitteln Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.
- Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 einer zweiten Normalparabel p_2 mit der Funktionsgleichung $y = -x^2 + 8x - 12$.
- Zeichnen Sie p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
Hinweis: Verwenden Sie den Scheitelpunkt $S_2 (4|4)$.
- Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_2 mit der x-Achse (Nullstellen).
- Zeigen Sie mit Hilfe einer Rechnung, dass sich p_1 und p_2 nicht schneiden.
- Durch Spiegelung der Normalparabel p_2 an der x-Achse entsteht die Parabel p_3 .

Geben Sie die Funktionsgleichung von p_3 in der Normalform an.

7

9. Ein Stab ragt senkrecht aus dem Boden und wirft einen Schatten von 2,50 m Länge auf die Ebene. Würde er 30 cm weiter herausragen, wäre sein Schatten 1 m länger.

- Berechnen Sie, wie viele Zentimeter der Stab aus dem Boden ragt.
- Ermitteln Sie rechnerisch, unter welchem Winkel α das Licht zur Horizontalen auf den Stab fällt.

3

10. In einer Lostrommel befinden sich acht Kugeln, die mit jeweils einem Buchstaben so wie in der Skizze bedruckt sind.

- Ohne hinzusehen werden nacheinander zwei Kugeln gezogen und nicht wieder zurückgelegt.

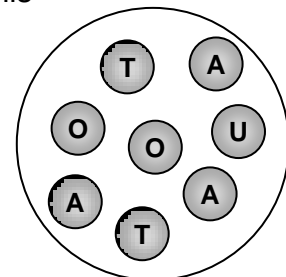
Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit beide Kugeln den Buchstaben T tragen.

- In einem neuen Versuch ohne Zurücklegen werden nun nacheinander vier der acht Kugeln gezogen.

Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die vier gezogenen Buchstaben folgende Wörter bilden:

(1) AUTO (2) OTTO

Hinweis: Die Buchstaben müssen in der Reihenfolge des Wortes gezogen werden.



3

Aufgabengruppe II

Punkte

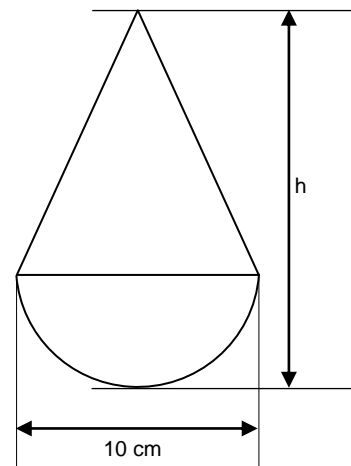
1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A $(-1|7,5)$ und B $(5|-1,5)$.
 - a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1 .
 - b) Berechnen Sie den Schnittpunkt N der Geraden g_1 mit der x-Achse (Nullstelle).
Hinweis: Rechnen Sie mit $g_1: y = -\frac{3}{2}x + 6$.
 - c) Die Gerade g_2 verläuft durch den Punkt C $(4,5|2,5)$ und steht senkrecht auf g_1 . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_2 rechnerisch.
 - d) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts P der Geraden g_1 und g_2 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $g_2: y = \frac{2}{3}x - 0,5$.
 - e) Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

7

2. In einem Betrieb werden aus 988,2 kg Kunststoffgranulat (Dichte = $0,9 \text{ g/cm}^3$) 2000 Werkstücke hergestellt. Diese bestehen aus einer Halbkugel mit einem Durchmesser von 10 cm und einem aufgesetzten passgenauen Kegel (siehe Längsschnittskizze).

Berechnen Sie die Gesamthöhe h eines Werkstücks.

Hinweis: Rechnen Sie mit $\pi = 3,14$.



4

3. Das radioaktive Element Cäsium-137 hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren.
 - a) Wie viele Gramm Cäsium-137 sind bei einer Ausgangsmenge von 2,5 kg nach 60 Jahren noch vorhanden?
 - b) Ermitteln Sie rechnerisch, wie viel Prozent der Cäsiumkerne innerhalb eines Jahres zerfallen.
 - c) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren von einem Kilogramm Cäsium noch ein Gramm vorhanden ist.

5

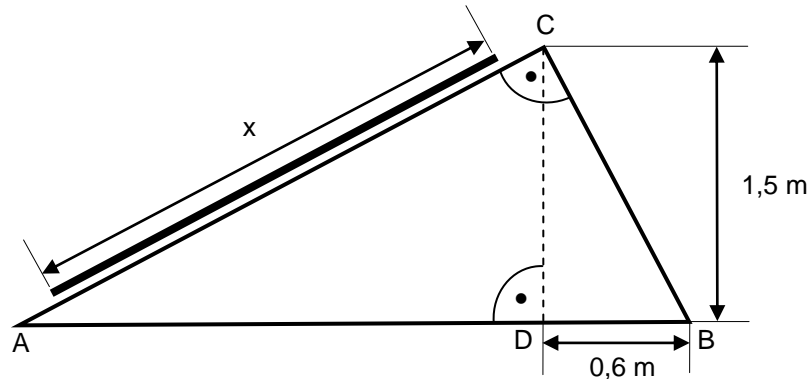
4. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{3}{6-x} - \frac{1}{2x-2} = 0,25$$

4

5. Auf einem Dach soll eine Solaranlage montiert werden. Dazu wird eine Halterung angebracht (siehe Skizze).

Berechnen Sie die Länge x dieser Halterung, wenn oben und unten am Dach jeweils 22 cm frei bleiben sollen.



3

6. Die Miete für ein Wohnmobil setzt sich zusammen aus einer Grundgebühr pro Tag und einem festen Betrag für jeden gefahrenen Kilometer.

Herr Huber bezahlt für 6 Tage und 1 380 gefahrene Kilometer 970,80 €.

Herr Kern erhält 30 % Nachlass auf die Grundgebühr. Er leiht das Wohnmobil für 9 Tage aus, fährt 1 825 km und bezahlt 1 154,70 €.

Berechnen Sie die Grundgebühr pro Tag ohne Nachlass und die Kosten pro gefahrenem Kilometer.

4

7. Die Punkte A (2|4) und B (6|0) liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1 .

a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 von p_1 .

Hinweis: Rechnen Sie mit $p_1: y = x^2 - 9x + 18$.

c) Die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2 (3,5|6,25)$. Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

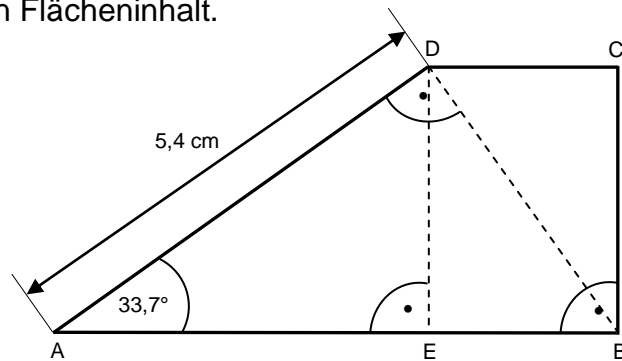
d) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 der Parabeln p_1 und p_2 .

Hinweis: Rechnen Sie mit $p_2: y = -x^2 + 7x - 6$.

e) Zeichnen Sie die Graphen von p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

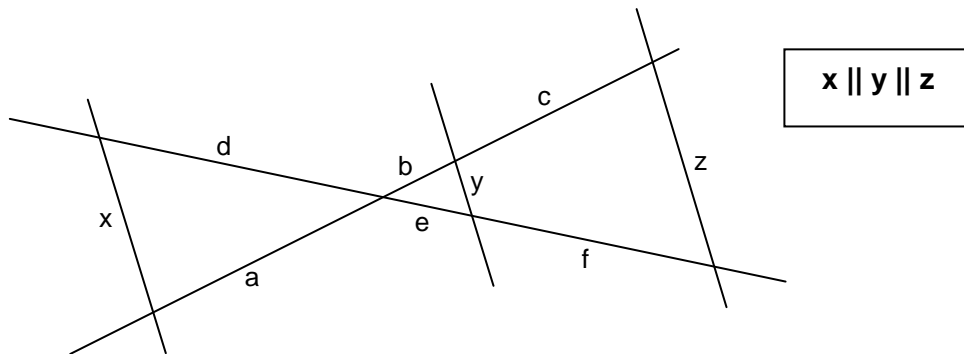
8

8. Die unten abgebildete Skizze zeigt das rechtwinklige Trapez ABCD. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt.



4

9. Von den unten stehenden sechs Aussagen sind, bezogen auf die abgebildete Strahlensatzfigur, genau drei richtig. Schreiben Sie die Nummern der richtigen Aussagen auf Ihr Lösungsblatt.



- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (1) $\frac{x}{d} = \frac{y}{e}$ | (2) $\frac{d}{x} = \frac{f}{z}$ | (3) $\frac{z}{y} = \frac{b}{b+c}$ |
| (4) $\frac{d}{a} = \frac{e+f}{b+c}$ | (5) $\frac{b+c}{z} = \frac{d}{x}$ | (6) $\frac{z}{y} = \frac{e+f}{e}$ |

3

10. In einem Behälter befinden sich 15 Lose. Drei davon sind Gewinne (G), der Rest Nieten (N). Martin zieht drei Lose. Diese werden nicht in die Lostrommel zurückgelegt.
- Stellen Sie die möglichen Ergebnismengen in einem Baumdiagramm dar und geben Sie die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten an.
 - Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der Martin mindestens ein Gewinnlos zieht.

3