

10. KLASSE DER MITTELSCHULE

**ABSCHLUSSPRÜFUNG
ZUM ERWERB
DES MITTLEREN SCHULABSCHLUSSES
2012**

MATHEMATIK

20. Juni 2012

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Hinweise zu 1. Auswahl
2. Korrektur und Bewertung
3. Lösung der Prüfungsaufgaben

Nicht für den Prüfling bestimmt!

1. Hinweise zur Auswahl der Aufgabengruppen im Fach Mathematik

1.1 Im Schuljahr 2011/2012 werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

1.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben aus verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

1.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen auch unterschiedliche Aufgabengruppen ausgewählt werden.

1.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Schülerinnen und Schüler jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die die Prüfungskommission der Schule verbindlich ausgewählt hat.

2. Hinweise für die Bewertung der Aufgaben

2.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktezahl und Note landeseinheitlich festgesetzt:

Note 1 \triangleq 45,0 – 38 Punkte

Note 2 \triangleq 37,5 – 31 Punkte

Note 3 \triangleq 30,5 – 23 Punkte

Note 4 \triangleq 22,5 – 15 Punkte

Note 5 \triangleq 14,5 – 7 Punkte

Note 6 \triangleq 6,5 – 0 Punkte

- 2.2 Ein Vorschlag einer möglichen Punkteverteilung für die Teilergebnisse ist den Lösungen jeweils beigelegt. Halbe Punkte können vergeben werden.
- 2.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Aufgabenteilen sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden.
- 2.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Die Schülerin/der Schüler erhält für den anschließenden richtigen Lösungsablauf die jeweils angegebenen Punkte nur dann, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.
- 2.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.

Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich und nachvollziehbar sein.

- 2.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungsweg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt der Schülerin/des Schülers ersichtlich sind.
- 2.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je ein Bewertungspunkt abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.
- 2.8 Fehlen bei Ergebnissen dazugehörige Benennungen, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl einer Aufgabe ein halber Punkt abgezogen werden.
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.
- 2.9 Eine für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassene Formelsammlung ist erlaubt.
- 2.10 Schülerinnen und Schülern mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet.
- 2.11 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.99 (KWMBI I Nr. 23/1999) wird verwiesen.

Aufgabengruppe I – Ergebnisse

1. a) Funktionsgleichung von g_1 :

$$m_1 = \frac{-1-0}{5-3} = -0,5$$

$$0 = -0,5 \cdot 3 + t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 1,5$$

$$g_1: y = -0,5x + 1,5$$

b) Schnittpunkt E von g_1 und g_2 :

$$1,5x - 2,5 = -0,5x + 1,5 \quad \Rightarrow \quad E(2|0,5)$$

c) Funktionsgleichung von g_3 :

$$m_1 \cdot m_3 = -1 \quad \Rightarrow \quad m_3 = 2$$

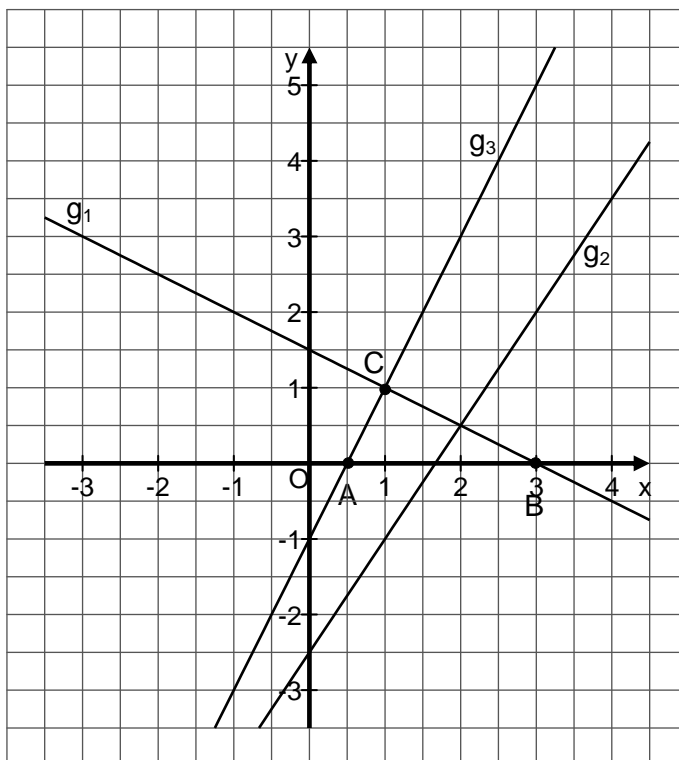
$$1 = 2 \cdot 1 + t_3 \quad \Rightarrow \quad t_3 = -1$$

$$g_3: y = 2x - 1$$

d) Schnittpunkt A mit der x-Achse:

$$0 = 2x - 1 \quad \Rightarrow \quad A(0,5|0)$$

e) Graphische Darstellung:



f) Flächeninhalt des Dreiecks ABC:

$$A = \frac{2,5 \cdot 1}{2} \quad \Rightarrow \quad A = 1,25$$

Punkte

1,5

1

1,5

1

1

1

7

	Punkte
2. a) Streckungsfaktor k: $k = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$	1
b) Umfänge u_1 (Dreieck ABC) und u_2 (Dreieck A'B'C') in m: $(48 + \overline{AB}) \cdot \overline{AB} = 45^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{AB} = 27$ $27^2 + \overline{BC}^2 = 45^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = 36$ $u_1 = 45 + 27 + 36 = 108; \quad u_2 = 108 : 3 = 36$	2 1 1
c) Winkel φ in Grad: $\tan \varphi = \frac{36}{48} \quad \Rightarrow \quad \varphi = 36,869... \approx 37$	1
	6
3. a) Wert des Wagens nach drei Jahren in €: $W_3 = 48\,000 \cdot 0,75 \cdot 0,8^2 = 23\,040$	1,5
b) Berechnung der Jahre: $n = \log_{0,82} \frac{5}{24} = 7,904... \approx 8$	1,5
c) Zinssatz in Prozent: $q = 6 \sqrt{\frac{27\,012}{24\,000}} = 1,01989... \quad \Rightarrow \quad p = 1,989... \approx 2$	1
	4
4. (I) $x = 4$ (II) $2y + z = 17$ (III) $-4y + 2z = -22$ $y = 7$ $z = 3$	3
	3
5. \overline{AB} in cm: $\overline{AB} = \sqrt{\frac{19,625 \cdot 4}{3,14}} = 5$ \overline{AD} in cm: $4^2 = \overline{AD} \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad \overline{AD} = 3,2$ Höhe h in cm: $h = \sqrt{4^2 - 3,2^2} \quad \Rightarrow \quad h = 2,4$ Winkel α in Grad: $\cos \alpha = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 36,869... \approx 37$	1 1 1 1
	4

6. $x \triangleq$ längere Seite des Rechtecks in cm
 $y \triangleq$ kürzere Seite des Rechtecks in cm

(I) $(x - 4) \cdot (y + 5) = x \cdot y + 38$

(II) $x - 4 = y + 5$

$$x = 22$$

$$y = 13$$

Punkte

2

2

4

7. Radius (außen) der Kugel in cm:

$$r_a = \sqrt{\frac{314}{4 \cdot 3,14}} = 5$$

1

Radius (innen) der Kugel in cm:

$$r_i = 5 - 0,04 = 4,96$$

0,5

Masse in g:

$$m = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (5^3 - 4,96^3) \cdot 2,5 = 31,149... \approx 31$$

2,5

4

8. a) Scheitelpunkt S_1 und Funktionsgleichung von p_1 in Normalform:

$$S_1 (0|1)$$

$$p_1: y = x^2 + 1$$

1,5

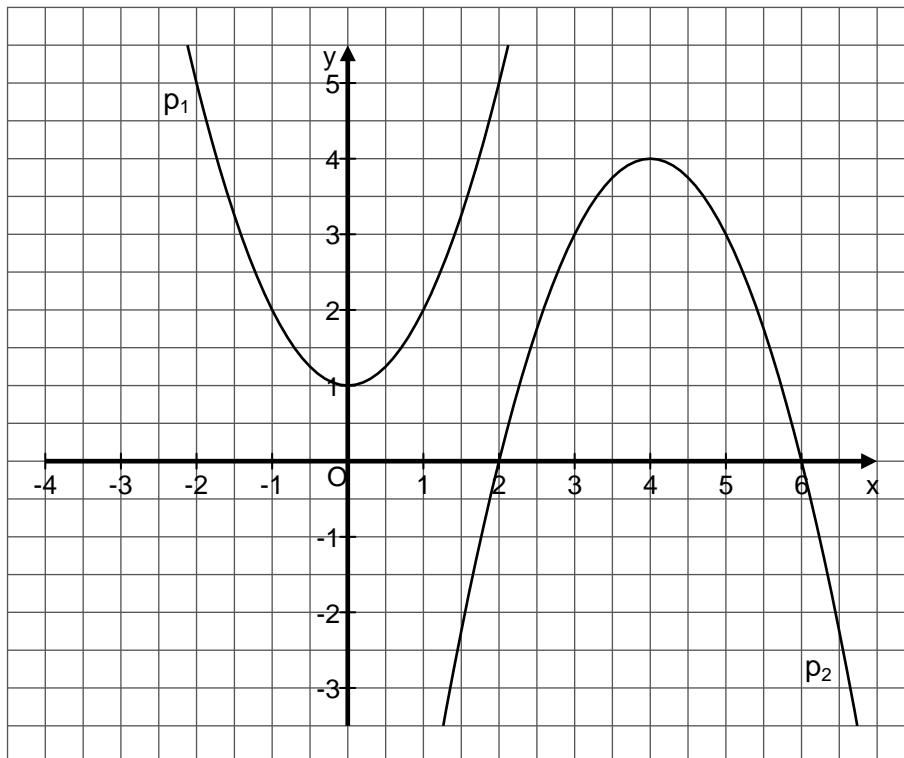
- b) Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2 :

$$y = -(x - 4)^2 + 4$$

$$\Rightarrow S_2 (4|4)$$

1,5

- c) Graphische Darstellung:



1

	Punkte
d) Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_2 mit der x-Achse: $-x^2 + 8x - 12 = 0$ $x_1 = 2 \quad \Rightarrow \quad N_1 (2 0)$ $x_2 = 6 \quad \Rightarrow \quad N_2 (6 0)$	1
e) Rechnerischer Beweis (keine Schnittpunkte): $x^2 + 1 = -x^2 + 8x - 12$ $x^2 - 4x + 6,5 = 0 \quad \text{Diskriminante} < 0 \quad \Rightarrow \quad \text{keine Lösung!}$	1
f) Funktionsgleichung von p_3 in Normalform: $p_3: y = x^2 - 8x + 12$	1
	7
9. a) Sichtbare Länge in cm: $\frac{x}{250} = \frac{x+30}{350} \quad \Rightarrow \quad x = 75$	2
b) Einfallswinkel α in Grad: $\tan \alpha = \frac{75}{250} \quad \text{oder} \quad \tan \alpha = \frac{0,3}{1} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 16,699... \approx 17$	1
	3
10. a) Wahrscheinlichkeit: $p = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$	1
b) Wahrscheinlichkeit (AUTO): $p = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{140}$	1
Wahrscheinlichkeit (OTTO): $p = \frac{2}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{420}$	1
	3

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

$$m_1 = \frac{7,5 - (-1,5)}{-1 - 5} = -\frac{3}{2}$$

$$7,5 = (-1,5) \cdot (-1) + t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 6$$

$$g_1: y = -\frac{3}{2}x + 6$$

b) Schnittpunkt N mit der x-Achse:

$$0 = -\frac{3}{2}x + 6 \quad \Rightarrow \quad N(4|0)$$

c) Funktionsgleichung der Geraden g_2 :

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{2}{3}$$

$$2,5 = \frac{2}{3} \cdot 4,5 + t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = -0,5$$

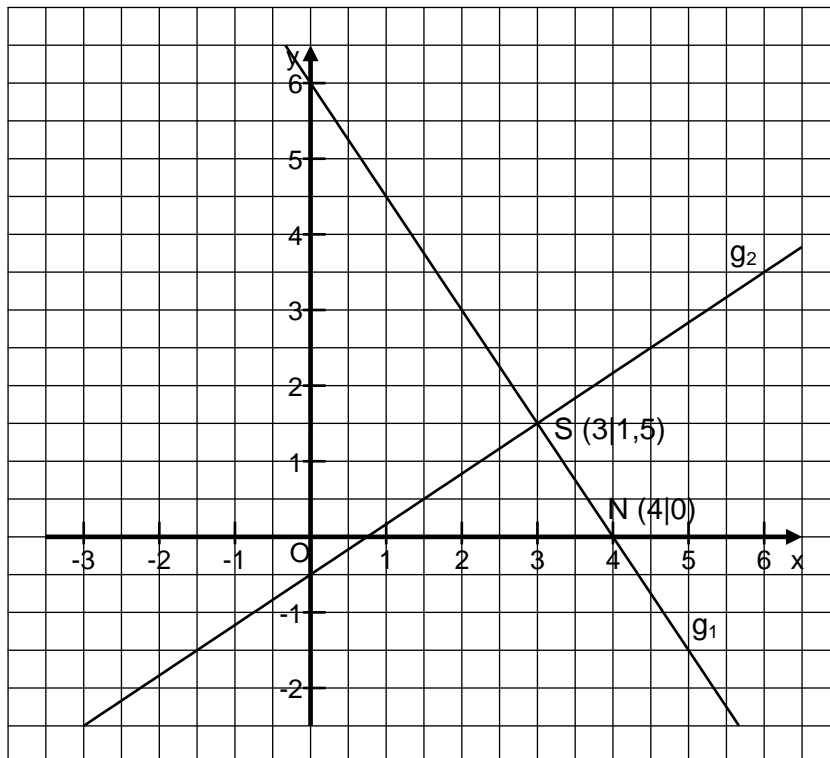
$$g_2: y = \frac{2}{3}x - 0,5$$

d) Koordinaten des Schnittpunktes P:

$$-\frac{3}{2}x + 6 = \frac{2}{3}x - 0,5$$

$$x = 3; \quad y = 1,5 \quad \Rightarrow \quad P(3|1,5)$$

e) Graphische Darstellung:



Punkte

1,5

1

1,5

2

1

7

	Punkte
2. Volumen eines Werkstücks in cm^3 : $V = (988\,200 : 2\,000) : 0,9 = 549$ Volumen der Halbkugel in cm^3 : $V = \frac{2}{3} \cdot 5^3 \cdot 3,14 = 261,666\dots \approx 261,67$ Höhe h_k des Kegels in cm: $(549 - 261,67) = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 3,14 \cdot h_k \quad \Rightarrow \quad h_k = 10,980\dots \approx 10,98$ Gesamthöhe h des Werkstücks in cm: $h = 5 + 10,98 = 15,98 \approx 16$	1 1 2
	4
3. a) Restmenge W_2 in g: $W_2 = 2\,500 \cdot 0,5^2 \quad \Rightarrow \quad W_2 = 625$ b) Jährliche Abnahme p in Prozent: $q = \sqrt[30]{0,5} = 0,9771599\dots \quad \Rightarrow \quad p = 2,284\dots \approx 2,3$ c) Dauer des Zerfalls in Jahren: $\log_{0,5} 0,001 = 9,965\dots \approx 9,97$ $9,97 \cdot 30 = 299,1 \approx 299$	1 2 2
	5
4. $ID = IR \setminus \{1;6\}$ $6x - 6 - 6 + x = 3x - 3 - 0,5x^2 + 0,5x$ $x_1 = -9; \quad x_2 = 2 \quad \Rightarrow \quad IL = \{-9;2\}$	0,5 3,5
	4
5. \overline{AD} in m: $1,5^2 = \overline{AD} \cdot 0,6 \quad \Rightarrow \quad \overline{AD} = 3,75$ \overline{AC} in m: $\overline{AC}^2 = 3,75^2 + 1,5^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{AC} = 4,038\dots \approx 4,04$ Länge x der Halterung in m: $x = 4,04 - 0,44 = 3,6$	1 2
	3
6. $x \triangleq$ Grundgebühr in € $y \triangleq$ Preis pro km in € (I) $6x + 1\,380y = 970,80$ (II) $9 \cdot 0,7x + 1\,825y = 1\,154,70$ $x = 79; \quad y = 0,36$	 1 1 2
	4

7. a) Funktionsgleichung von p_1 in Normalform:

$$(I) \quad 4 = 2^2 + 2p + q$$

$$(II) \quad 0 = 6^2 + 6p + q$$

$$p = -9; \quad q = 18$$

$$\Rightarrow \quad p_1: y = x^2 - 9x + 18$$

b) Scheitelpunkt S_1 von p_1 :

$$y = (x - 4,5)^2 - 2,25$$

$$\Rightarrow \quad S_1 (4,5 | -2,25)$$

c) Funktionsgleichung von p_2 in Normalform:

$$y = -(x - 3,5)^2 + 6,25$$

$$\Rightarrow \quad p_2: y = -x^2 + 7x - 6$$

d) Schnittpunkte Q_1 und Q_2 von p_1 und p_2 :

$$x^2 - 9x + 18 = -x^2 + 7x - 6$$

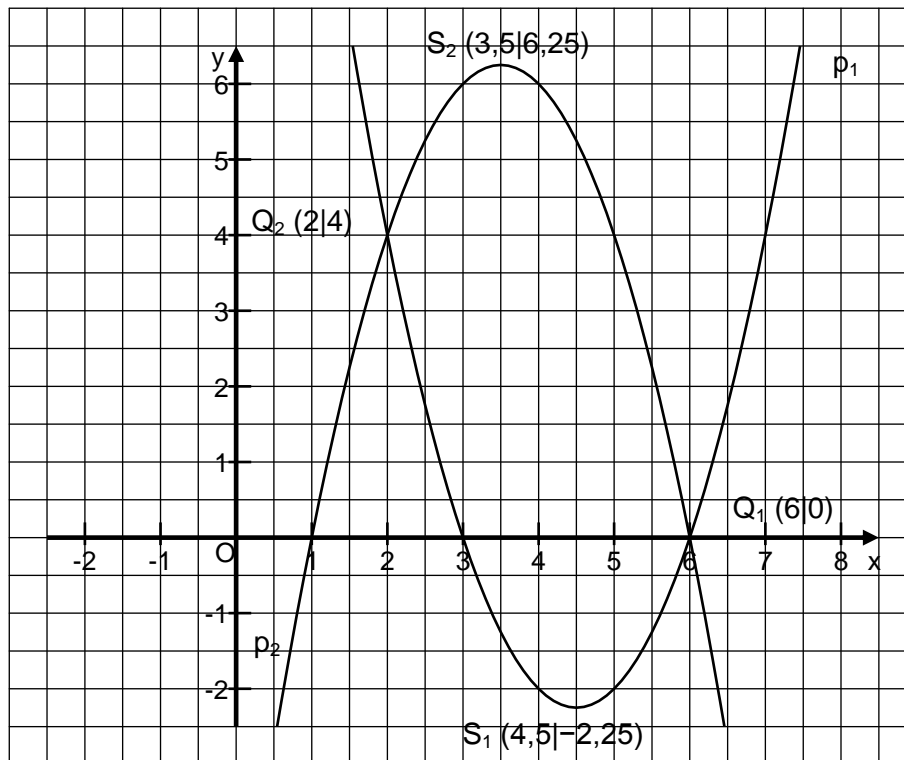
$$x_1 = 6; \quad y_1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad Q_1 (6 | 0)$$

$$x_2 = 2; \quad y_2 = 4$$

$$\Rightarrow \quad Q_2 (2 | 4)$$

e) Graphische Darstellung:



Punkte

2

1,5

1,5

2

1

8

8. \overline{DE} in cm:

$$\sin 33,7^\circ = \frac{\overline{DE}}{5,4} \quad \Rightarrow \quad \overline{DE} = 2,996... \approx 3$$

\overline{AE} in cm:

$$\cos 33,7^\circ = \frac{\overline{AE}}{5,4} \quad \Rightarrow \quad \overline{AE} = 4,492... \approx 4,5$$

\overline{EB} in cm:

$$\sphericalangle EDB = 33,7^\circ$$

$$\tan 33,7^\circ \approx \frac{\overline{EB}}{3} \quad \Rightarrow \quad \overline{EB} \approx 2$$

Flächeninhalt des Trapezes ABCD in cm^2 :

$$\frac{3 \cdot 4,5}{2} + 3 \cdot 2 = 12,75$$

1

1

2

4

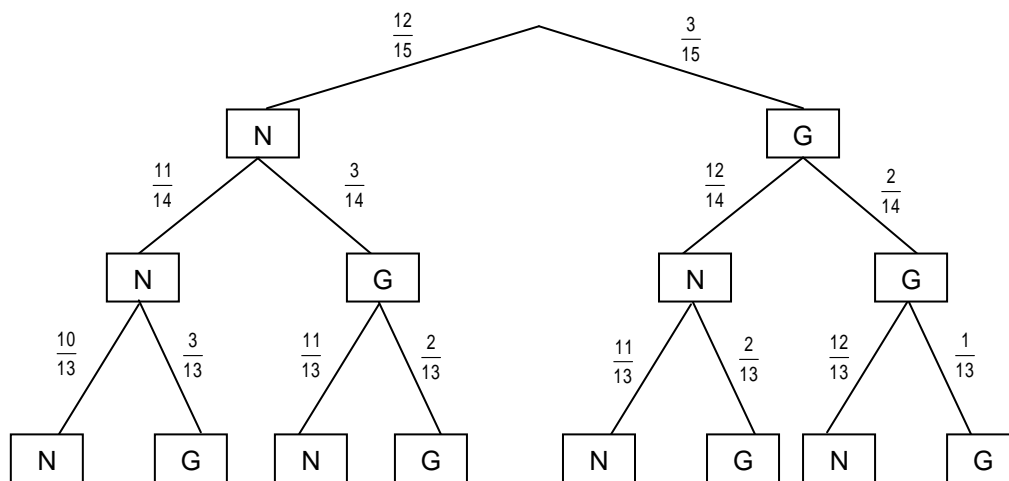
9. Richtige Aussagen:

(1); (4); (6)

3

3

10. a)



2

b) Wahrscheinlichkeit p für mindestens einen Gewinn:

$$1 - \frac{12}{15} \cdot \frac{11}{14} \cdot \frac{10}{13} = 0,516... \approx 0,52$$

1

3