| | | |
|---|---|---|
| **Prüfungsdauer: 150 Minuten** | **Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern | **R4/R6** |

**Mathematik I** **Haupttermin** **Aufgabe A 1**

A 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 2 \cdot \log_3(x+1) - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie den Graphen zu f für $x \in [-0,5; 8]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 9$; $-4 \leqq y \leqq 7$. 3 P

A 1.2 Der Graph der Funktion f wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} a \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $a \in \mathbb{R}$ auf den Graphen der Funktion $f'$ abgebildet. Der Punkt $P'(0 \mid 4)$ liegt auf dem Graphen zu $f'$.
Berechnen Sie den Wert von a.
Ermitteln Sie sodann die Gleichung der Funktion $f'$ durch Rechnung und zeichnen Sie den Graphen zu $f'$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 4 P

A 1.3 Punkte $A_n(x \mid 2 \cdot \log_3(x+1) - 2)$ auf dem Graphen zu f und Punkte $C_n(x \mid 2 \cdot \log_3(x+3) + 2)$ auf dem Graphen zu $f'$ haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -1$ zusammen mit Punkten $B_n$ und $D_n$ die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 3\,\text{LE}$.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 0$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

A 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalenschnittpunkte $M_n$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ und $C_n$ gilt:
$M_n(x \mid \log_3(x^2 + 4x + 3))$. 2 P

A 1.5 Der Diagonalenschnittpunkt $M_3$ der Raute $A_3B_3C_3D_3$ liegt auf der x-Achse.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes $C_3$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

A 1.6 Die Raute $A_4B_4C_4D_4$ hat den Flächeninhalt 10 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes $C_4$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

**Prüfungsdauer: 150 Minuten**

# Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

**R4/R6**

**Mathematik I** **Haupttermin** **Aufgabe A 2**

A 2.0 Das gleichschenklige Trapez ABCD hat die parallelen Seiten [AB] und [CD] mit $\overline{AB} = 16\text{ cm}$ und $\overline{CD} = 9\text{ cm}$. Der Mittelpunkt der Seite [CD] ist der Punkt E, der Mittelpunkt der Seite [AB] ist der Punkt F. Es gilt: $\overline{EF} = 7\text{ cm}$.
Das gleichschenklige Trapez ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Punkt E liegt. Es gilt: $\overline{ES} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Punkte E und F auf der Schrägbildachse liegen sollen.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 2 P

A 2.2 Berechnen Sie das Maß $\varphi$ des Winkels SFE und die Länge der Strecke [SF].
[Ergebnisse: $\varphi = 55{,}01°$; $\overline{SF} = 12{,}21\text{ cm}$] 2 P

A 2.3 Punkte $M_n$ liegen auf der Strecke [SF]. Die Punkte $M_n$ sind die Mittelpunkte der Trapezseiten $[P_nQ_n]$ von Trapezen $DCQ_nP_n$ mit $P_n \in [AS]$ und $Q_n \in [BS]$. Die Winkel $FEM_n$ haben das Maß $\varepsilon$ mit $\varepsilon \in [0°; 90°[$.
Zeichnen Sie das Trapez $DCQ_1P_1$ für $\varepsilon = 65°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

A 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[SM_n]$ in Abhängigkeit von $\varepsilon$ gilt:

$$\overline{SM_n}(\varepsilon) = \frac{10 \cdot \cos\varepsilon}{\sin(55{,}01° + \varepsilon)}\text{ cm}.$$

3 P

A 2.5 Das Trapez $DCQ_2P_2$ ist ein Rechteck.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß $\varepsilon$.
[Teilergebnis: $\overline{P_nQ_n}(\varepsilon) = \frac{13{,}10 \cdot \cos\varepsilon}{\sin(55{,}01° + \varepsilon)}\text{ cm}$] 5 P

A 2.6 Unter den Höhen $[EM_n]$ der Trapeze $DCQ_nP_n$ hat die Höhe $[EM_0]$ des Trapezes $DCQ_0P_0$ die minimale Länge.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß $\varepsilon$.
Ermitteln Sie sodann durch Rechnung, in welchem Verhältnis das Volumen der Pyramide ABCDS durch die von den Eckpunkten des Trapezes $DCQ_0P_0$ festgelegte Ebene geteilt wird. 4 P

# Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

**R4/R6**

**Mathematik I** **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f sowie die Gleichung der Asymptote h an. 2 P

B 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [-7; 2]$ mit $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8 \leqq x \leqq 3$; $-7 \leqq y \leqq 4$. 2 P

B 1.3 Der Graph der Funktion f wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -2$ auf den Graphen der Funktion $f'$ abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion $f'$ die Gleichung $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 4$ besitzt und zeichnen Sie den Graphen zu $f'$ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 3 P

B 1.4 Punkte $A_n$ auf dem Graphen zu f und Punkte $B_n$ auf dem Graphen zu $f'$ haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -5$ zusammen mit Punkten $C_n$ die Eckpunkte von gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[A_nB_n]$.
Zeichnen Sie die Dreiecke $A_1B_1C_1$ für $x = -3$ und $A_2B_2C_2$ für $x = -1$ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 2 P

B 1.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte $A_n$ und $B_n$ gilt:

$$A(x) = \left(-3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+5} + 3\right)^2 \text{ FE}.$$

4 P

B 1.6 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 2,25 FE.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes $B_3$. 2 P

B 1.7 Begründen Sie, dass die y-Koordinate der Punkte $C_n$ nicht den Wert $-1$ annehmen kann. 2 P

| | | |
|---|---|---|
| **Prüfungsdauer: 150 Minuten** | **Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern | **R4/R6** |

**Mathematik I** **Haupttermin** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Raute ABCD liegt.
Es gilt: $\overline{AC} = 14\text{ cm}$; $\overline{BD} = 10\text{ cm}$; $\overline{MS} = 5\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 2 P

B 2.2 Auf der geradlinigen Verlängerung der Kante [CS] über den Punkt S hinaus liegen Punkte $E_n$. Die Punkte $E_n$ sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDE_n$ mit den Höhen $[E_nF_n]$, deren Fußpunkte $F_n$ auf der Halbgeraden [MA liegen. Die Strecken [MS] und $[ME_n]$ schließen Winkel $SME_n$ mit dem Maß $\varphi$ ein.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDE_1$ für $\varphi = 30°$ und ihre Höhe $[E_1F_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Für alle Pyramiden $ABCDE_n$ gilt: $\varphi \in ]0°; 54,46°[$.
Begründen Sie die obere Intervallgrenze. 3 P

B 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[ME_n]$ in Abhängigkeit von $\varphi$ gilt:

$$\overline{ME_n}(\varphi) = \frac{4,07}{\sin(125,54° + \varphi)}\text{ cm}.$$

3 P

B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ABCDE_n$ in Abhängigkeit von $\varphi$.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{94,97 \cdot \cos\varphi}{\sin(125,54° + \varphi)}\text{ cm}^3$] 3 P

B 2.5 Die Pyramide $ABCDE_2$ hat das Volumen $210\text{ cm}^3$.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß $\varphi$. 3 P

B 2.6 Die Spitze $E_0$ der Pyramide $ABCDE_0$ liegt senkrecht über dem Punkt A.
Berechnen Sie das Maß $\varphi$ des Winkels $SME_0$. 3 P