Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern **2009**

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgaben A 1 - 3**

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE		
A 1.1 $\frac{\sin\sphericalangle PMC}{\overline{PC}} = \frac{\sin\sphericalangle MCP}{\overline{MP}}$ $\quad\sphericalangle PMC \in]0°; 90°[$ $\sin\sphericalangle PMC = \frac{\sin 45° \cdot (90,0-50,0)\text{ cm}}{50,0\text{ cm}}$ $\quad\sphericalangle PMC = 34,4°$	2	L2 K2 K5
A 1.2 $A = A_{\text{Quadrat ABCD}} - A_{\text{Drachenviereck MPCQ}} + A_{\text{Sektor PMQ}}$ $\sphericalangle CPM = 180° - 45° - 34,4°$ $\quad\sphericalangle CPM = 100,6°$ $A = \left(90,0^2 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 50,0\cdot 40,0\cdot\sin 100,6° + 50,0^2\cdot\pi\cdot\frac{2\cdot 34,4°}{360°}\right)\text{cm}^2$ $A = 7635,1\text{ cm}^2$	3	L2 K2 K5
RAUMGEOMETRIE		
A 2.1 $\tan\sphericalangle NFS = \frac{\overline{SN}}{\overline{FN}}$ $\quad\overline{SN} = 1,8\cdot\tan 48°\text{ cm}$ $\quad\overline{SN} = 2,0\text{ cm}$ $\tan\sphericalangle MAS = \frac{\overline{SM}}{\overline{AM}}$ $\overline{SM} = \overline{OM} - \overline{ON} + \overline{SN}$ $\quad\overline{SM} = 8,0\text{ cm}$ $\overline{AM} = \frac{8,0\text{ cm}}{\tan 48°}$ $\quad\overline{AM} = 7,2\text{ cm}$ Der Durchmesser des Gefäßbodens beträgt 14,4 cm.	3	L2 K2 K3 K5
A 2.2 Das Gefäß ist bis zum Beginn des Gefäßhalses (Strecke [FC] in der Skizze zu 2.0) mit Wasser gefüllt. $V_{\text{Wasser}} = \frac{1}{3}\cdot\overline{AM}^2\cdot\pi\cdot\overline{SM} - \frac{1}{3}\cdot\overline{FN}^2\cdot\pi\cdot\overline{SN}$ $V_{\text{Wasser}} = \left(\frac{1}{3}\cdot 7,2^2\cdot\pi\cdot 8,0 - \frac{1}{3}\cdot 1,8^2\cdot\pi\cdot 2,0\right)\text{cm}^3$ $V_{\text{Wasser}} = 427,5\text{ cm}^3$	2	L2 K2 K3 K5

A 2.3 $V_{\text{Eisenkugel}} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$ $\quad V_{\text{Eisenkugel}} = \frac{4}{3} \cdot 1{,}7^3 \cdot \pi \text{ cm}^3$ $\quad V_{\text{Eisenkugel}} = 20{,}6 \text{ cm}^3$

$V_{\text{Wasser im Gefäßhals}} = V_{\text{Eisenkugel}}$

$\overline{FN}^2 \cdot \pi \cdot h = V_{\text{Eisenkugel}}$ $\quad h = \frac{20{,}6}{1{,}8^2 \cdot \pi} \text{ cm}$ $\quad h = 2{,}0 \text{ cm}$

2 — L2 K2 K3 K5

A 2.4 Diagramm B.

Begründung: Bei gleichmäßigem Zulauf nimmt die Höhe des Wasserstandes im kegelförmigen Teil des Gefäßes mit der Zeit immer schneller zu. (Im zylinderförmigen Teil nimmt sie gleichmäßig zu.)

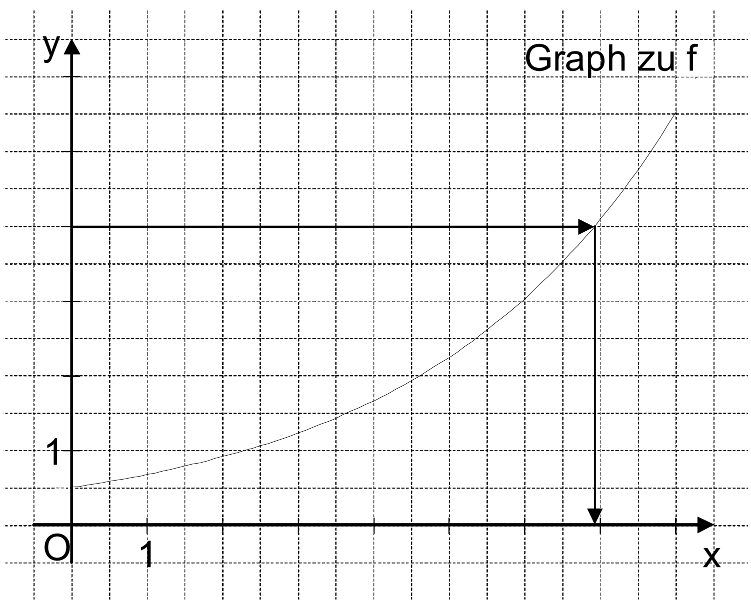
2 — L4 K1 K3

FUNKTIONEN

A 3.1

x	0	2	4	6	8
$0{,}5 \cdot 1{,}35^x$	0,5	0,91	1,66	3,03	5,52

L4 K5



L4 K4

2

A 3.2 $y = 4$ $\quad x = 6{,}9$ (im Rahmen der Ablesegenauigkeit) 17. Juni.

2 — L4 K4 K6

A 3.3 82%

1 — L1 K5

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II **Haupttermin** **Aufgabe B 1**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

B 1.1 $S_2(6\,|\,7) \in p_2$ und $P(9\,|\,4{,}75) \in p_2$: L4 K5

$4{,}75 = a \cdot (9-6)^2 + 7$ $\quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$\Leftrightarrow \quad a = -0{,}25$ $\quad \mathbb{L} = \{-0{,}25\}$

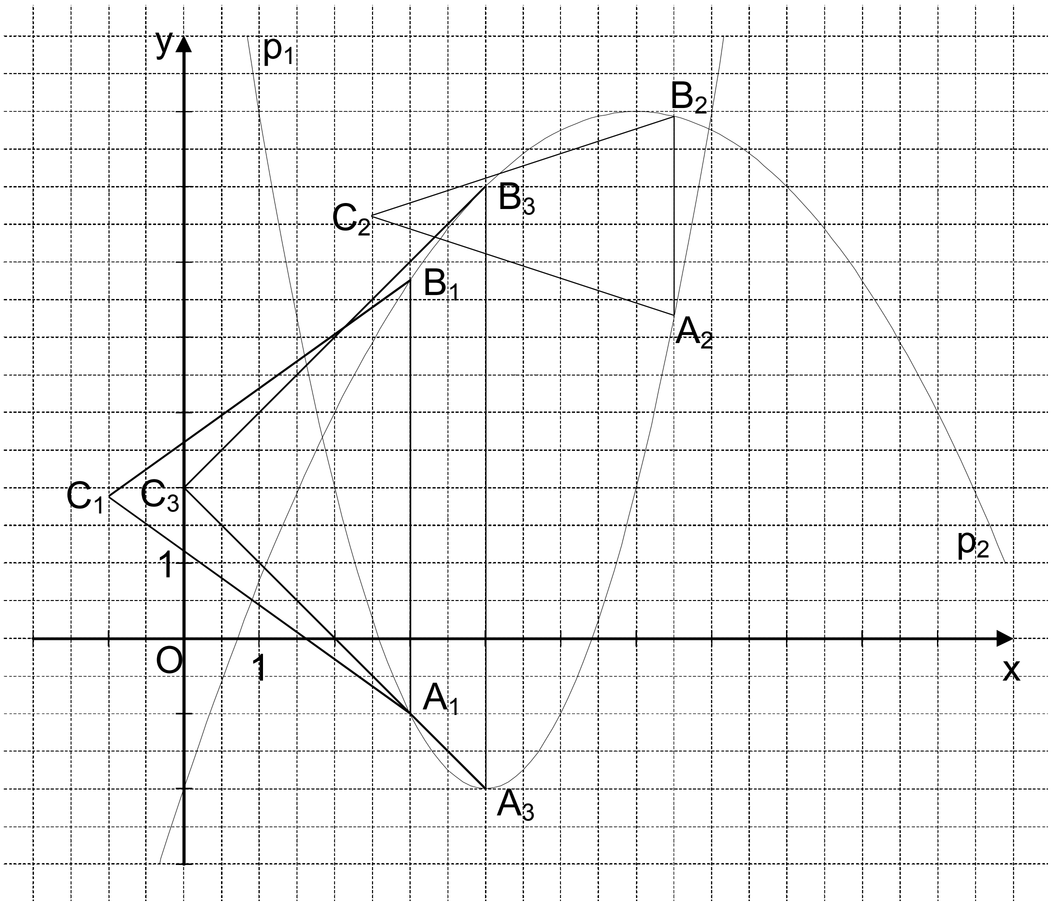
p_2: $y = -0{,}25 \cdot (x-6)^2 + 7$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$y = -0{,}25 \cdot (x^2 - 12x + 36) + 7$

$y = -0{,}25x^2 + 3x - 2$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$-0{,}25x^2 + 3x - 2$	-2	0,75	3	4,75	6	6,75	7	6,75	6	4,75	3

L4 K4



5

B 1.2 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ L3 K4

2

B 1.3	$x^2 - 8x + 14 = -0{,}25x^2 + 3x - 2 \qquad x \in \mathbb{R}$ $\dots$ $\Leftrightarrow \quad x = 1{,}84 \quad \vee \quad x = 6{,}96 \qquad \mathbb{L} = \{1{,}84;\, 6{,}96\}$ $1{,}84 < x < 6{,}96 \;\; (x \in \mathbb{R})$	2	L4 K2 K5
B 1.4	$A_{\Delta A_nB_nC_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nB_n} \cdot (4\text{ LE})$ $\overline{A_nB_n}(x) = [-0{,}25x^2 + 3x - 2 - (x^2 - 8x + 14)]\text{ LE} \qquad 1{,}84 < x < 6{,}96;\; x \in \mathbb{R}$ $\overline{A_nB_n}(x) = (-1{,}25x^2 + 11x - 16)\text{ LE}$ $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot (-1{,}25x^2 + 11x - 16) \cdot 4\text{ FE} \qquad 1{,}84 < x < 6{,}96;\; x \in \mathbb{R}$ $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = (-2{,}5x^2 + 22x - 32)\text{ FE}$ $\dots$ Der maximale Flächeninhalt beträgt 16,4 FE (für $x = 4{,}4$). $A_{\Delta A_0B_0C_0} = 16{,}4\text{ FE}$ $C_0\left(x_{A_0} - 4 \,\middle|\, \frac{y_{A_0} + y_{B_0}}{2}\right) \qquad C_0\left(4{,}4 - 4 \,\middle|\, \frac{-1{,}84 + 6{,}36}{2}\right)$ $C_0(0{,}4 \,\vert\, 2{,}26)$	5	L4 K2 K5
B 1.5	Einzeichnen des Dreiecks $A_3B_3C_3$ $\overline{A_3B_3} = (-1{,}25 \cdot 4^2 + 11 \cdot 4 - 16)\text{ LE} \qquad \overline{A_3B_3} = 8\text{ LE}$ Es sei der Punkt M_3 der Mittelpunkt der Strecke $[A_3B_3]$. Da die Dreiecke $A_nB_nC_n$ gleichschenklig sind, gilt: $\overline{M_3C_3} = 4\text{ LE}$. Aus $\overline{M_3C_3} = \overline{M_3A_3} = \overline{M_3B_3}$ folgt, dass der Punkt C_3 auf einer Kreislinie um den Mittelpunkt M_3 mit dem Durchmesser $\overline{A_3B_3}$ liegt, womit das Dreieck $A_3B_3C_3$ rechtwinklig ist („Thaleskreis“).	3	L3 K4 L3 K1 K5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

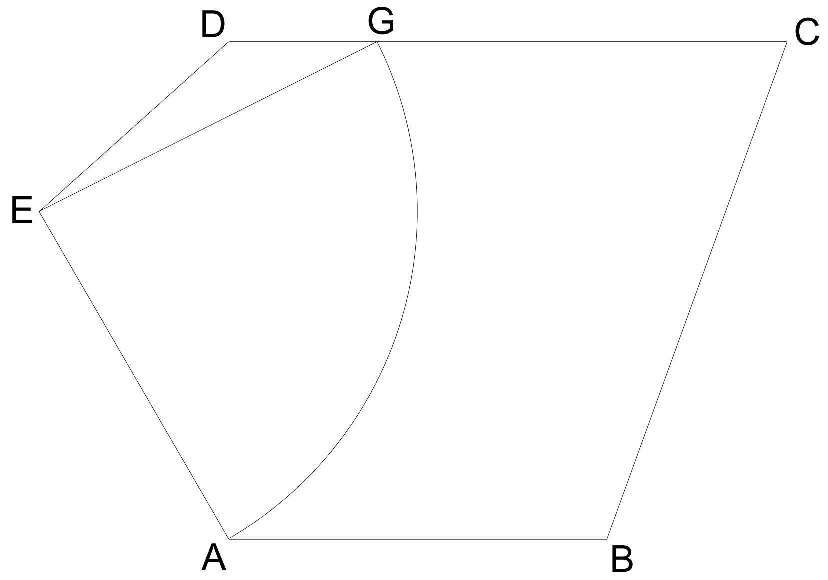
Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II | **Haupttermin** | **Aufgabe B 2**

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE		
B 2.1 	2	L3 K4
B 2.2 Es sei der Punkt F der Fußpunkt des Lotes vom Punkt B auf die Gerade DC. $\cos(110° - 90°) = \frac{\overline{BF}}{7\text{ cm}}$ $\qquad \overline{BF} = 6{,}58\text{ cm}$ $d = 6{,}58\text{ cm}$	2	L2 K2 K5
B 2.3 $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = A_{\Delta ADE} + A_{\text{Rechteck ABFD}} + A_{\Delta BCF}$ $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = \left[\frac{1}{2} \cdot 6{,}58 \cdot 5 \cdot \sin(120° - 90°) + 5 \cdot 6{,}58 + \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 6{,}58 \cdot \sin 20°\right] \text{cm}^2$ $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 49{,}00\text{ cm}^2$	4	L2 K2 K5
B 2.4 $\overline{DE} = \sqrt{5^2 + 6{,}58^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6{,}58 \cdot \cos 30°}\text{ cm}$ $\overline{DE} = 3{,}36\text{ cm}$ $\frac{\sin \varepsilon}{5\text{ cm}} = \frac{\sin 30°}{3{,}36\text{ cm}}$ $\qquad \varepsilon \in]0°; 90°[$ $\varepsilon = 48{,}08°$	2	L2 K5

B 2.5 Einzeichnen des Kreisbogens $\overset{\frown}{AG}$ und der Strecke [EG] $\sphericalangle AEG = \sphericalangle AED - \sphericalangle GED$ $\sphericalangle AED = 180° - (30° + 48{,}08°)$ $\qquad \sphericalangle AED = 101{,}92°$ $\sphericalangle GED = 180° - (\sphericalangle EDG + \sphericalangle DGE)$ $\frac{\sin \sphericalangle DGE}{3{,}36\text{ cm}} = \frac{\sin(48{,}08° + 90°)}{5\text{ cm}}$ $\qquad \sphericalangle DGE \in]0°; 90°[$ $\sphericalangle DGE = 26{,}68°$ $\sphericalangle GED = 180° - (138{,}08° + 26{,}68°)$ $\qquad \sphericalangle GED = 15{,}24°$ $\sphericalangle AEG = 101{,}92° - 15{,}24°$ $\qquad \sphericalangle AEG = 86{,}68°$	4	L3 K4 L2 K2 K5
B 2.6 $A = A_{\text{Sektor AEG}} + A_{\Delta DEG}$ $A = \left(5^2 \cdot \pi \cdot \frac{86{,}68°}{360°} + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3{,}36 \cdot \sin 15{,}24°\right) \text{cm}^2$ $A = 21{,}12\text{ cm}^2$ $\frac{21{,}12\text{ cm}^2}{49{,}00\text{ cm}^2} = 0{,}43$ Der Anteil beträgt 43%.	3	L2 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.