Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 In einem Handbuch zur Wetterkunde finden Sie im Kapitel Erdatmosphäre die nebenstehende Tabelle.

Höhe über dem Meeresspiegel	Luftdruck
0 m	1000 hPa
5 500 m	500 hPa
11 000 m	250 hPa
16 500 m	125 hPa
22 000 m	63 hPa

Der Zusammenhang zwischen der Höhe x m über dem Meeresspiegel und dem Luftdruck y hPa lässt sich demzufolge näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).

A 1.1 Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für k auf sechs Stellen nach dem Komma.) 2 P

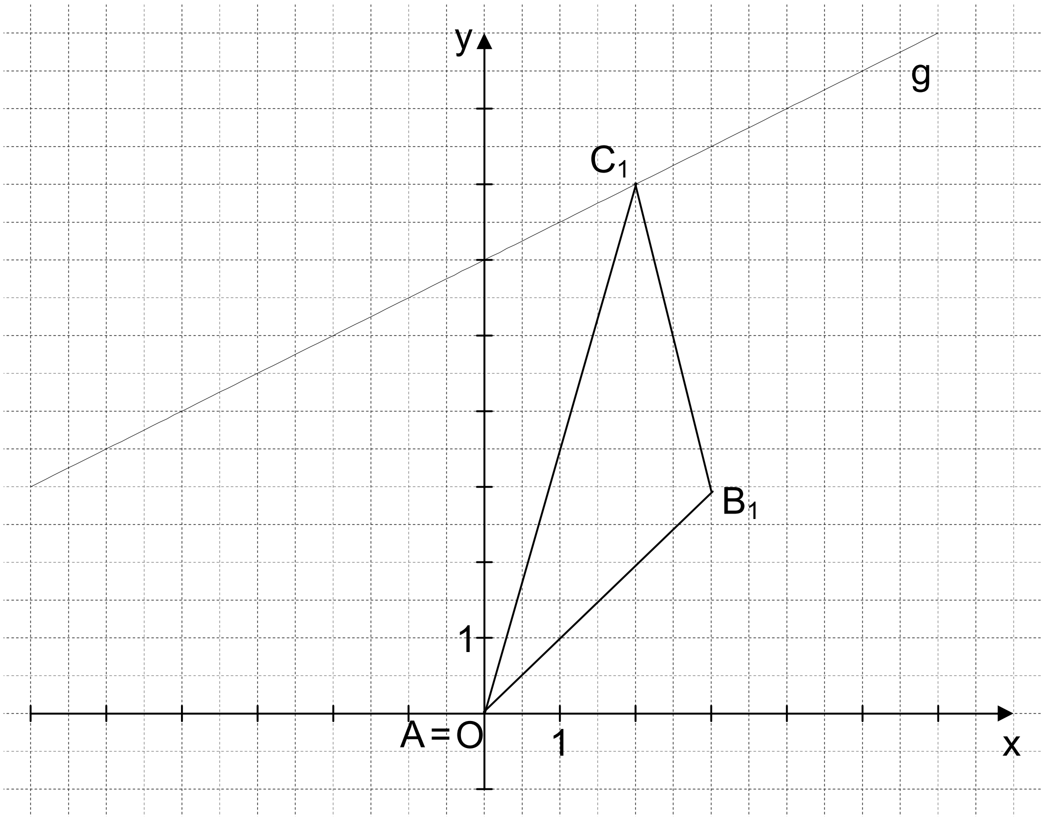
A 1.2 Berechnen Sie, von welcher Höhe über dem Meeresspiegel an der Luftdruck weniger als 777 hPa beträgt. 1 P

A 1.3 Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent der Luftdruck alle 11 000 m abnimmt. 1 P

☐ 25% ☐ 50% ☐ 75% ☐ 250% ☐ 500% ☐ 750%

A 1.4 Begründen Sie ausgehend von der Tabelle zu 1.0, welcher Luftdruck 5 500 m unterhalb des Meeresspiegels im „tiefsten (zugänglichen) Bohrloch der Welt“ bei Windischeschenbach zu erwarten wäre. 1 P

A 2.0 Der Punkt $A(0|0)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von gleichschenkligen Dreiecken AB_nC_n, wobei die Punkte $C_n\left(x \,\middle|\, \frac{1}{2}x+6\right)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=\frac{1}{2}x+6$ liegen ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Die Basiswinkel B_nAC_n und AC_nB_n der Dreiecke AB_nC_n haben das Maß 30°.



A 2.1 In das Koordinatensystem zu 2.0 ist das Dreieck AB_1C_1 für $x=2$ eingezeichnet. Zeichnen Sie das Dreieck AB_2C_2 für $x=-3$ ein. 1 P

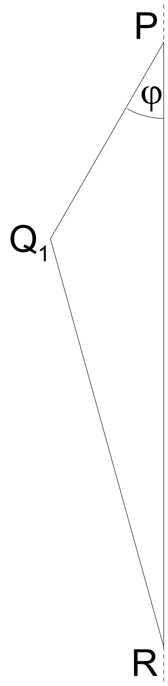
A 2.2 Zeigen Sie, dass für das Längenverhältnis der Strecken $[AB_n]$ und $[AC_n]$ gilt: $\overline{AB_n}=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\overline{AC_n}$.
Bestätigen Sie sodann durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke AB_nC_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:
$A(x)=\frac{1}{4\sqrt{3}}\cdot(1{,}25x^2+6x+36)$ FE. 3 P

A 2.3 Unter den Dreiecken AB_nC_n hat das Dreieck AB_0C_0 den minimalen Flächeninhalt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_0. 2 P

A 2.4 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

A 3.0 Gegeben sind Dreiecke PQ_nR mit den Seitenlängen $\overline{PQ_n} = 3\text{ cm}$ und $\overline{PR} = 8\text{ cm}$.
Die Winkel Q_nPR haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°[$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Dreieck PQ_1R für $\varphi = 30°$.



A 3.1 Geben Sie die Länge der Strecken $[Q_nR]$ in Abhängigkeit von φ an. 1 P

A 3.2 Die Dreiecke PQ_nR rotieren um die Gerade PR.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Oberflächeninhalt O der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt:
$O(\varphi) = 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi \cdot \left(3 + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}\right)\text{ cm}^2$. 2 P

A 3.3 Die entstehenden Rotationskörper setzen sich jeweils aus zwei Kegeln zusammen.
Berechnen Sie, für welches Winkelmaß φ der Mantelflächeninhalt des Kegels mit der Spitze P einen Anteil von 30% am Oberflächeninhalt O des entstehenden Rotationskörpers hat. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -\log_{0,5}(x+2)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-1,5; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-5 \leqq y \leqq 8$. 3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = 2$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_{0,5} x - 3$ hat ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). 3 P

B 1.3 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_2 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Punkte $A_n(x \mid -2 \cdot \log_{0,5} x - 3)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $D_n(x \mid -\log_{0,5}(x+2)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Es gilt: $\overrightarrow{D_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 1$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x es Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

B 1.5 Die Winkel $B_nA_nD_n$ haben stets das gleiche Maß.
Berechnen Sie das Maß der Winkel $B_nA_nD_n$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 1 P

B 1.6 Das Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ ist eine Raute.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_3.
[Teilergebnis: $\overline{A_nD_n}(x) = \left[\log_{0,5}\left(\frac{x^2}{x+2}\right)+5\right]$ LE] 4 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Raute ABCD liegt. Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\sphericalangle CAS = 60°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS].
[Ergebnis: $\overline{MS} = 8{,}66\text{ cm}$] 3 P

B 2.2 Parallele Ebenen zur Grundfläche der Pyramide ABCDS schneiden die Kanten der Pyramide ABCDS in den Punkten $E_n \in [AS]$, $F_n \in [BS]$, $G_n \in [CS]$ und $H_n \in [DS]$, wobei die Winkel E_nMA das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°[$ haben. Die Rauten $E_nF_nG_nH_n$ sind die Grundflächen von Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$ mit der Spitze M.
Zeichnen Sie die Pyramide $E_1F_1G_1H_1M$ für $\varphi = 55°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Seitenkanten $[E_nM]$ der Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{4{,}33}{\sin(60° + \varphi)}\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[E_nG_n]$ der Rauten $E_nF_nG_nH_n$ in Abhängigkeit von φ gilt:
$\overline{E_nG_n}(\varphi) = \frac{8{,}66 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\text{ cm}$. 3 P

B 2.5 Die Punkte E_n, F_n, G_n, H_n, M und S sind die Eckpunkte von Körpern, die sich jeweils aus zwei Pyramiden zusammensetzen.
Begründen Sie, dass sich das Volumen V dieser Körper wie folgt berechnen lässt:
$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{MS}$.
Berechnen Sie sodann das Volumen V dieser Körper in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = 129{,}87 \cdot \left(\frac{\cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\right)^2\text{ cm}^3$] 5 P

B 2.6 Für den Körper mit den Eckpunkten E_0, F_0, G_0, H_0, M und S gilt: $\overline{E_0M} = 4{,}33\text{ cm}$.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens dieses Körpers am Volumen der Pyramide ABCDS. 3 P

Bitte wenden!