Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgaben A 1 - 3 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

A 1.1 $1000 = y_0 \cdot k^0 \quad \Rightarrow \quad y_0 = 1000 \qquad y_0 \in \mathbb{R}^+;\ k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

$500 = 1000 \cdot k^{5500} \qquad k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad k = 0{,}999874 \qquad \mathbb{L} = \{0{,}999874\}$

Funktionsgleichung: $y = 1000 \cdot 0{,}999874^x \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$

2 — L4 K3 K5

A 1.2 $777 = 1000 \cdot 0{,}999874^x \qquad x \in \mathbb{R}_0^+$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad x = 2002{,}4 \qquad \mathbb{L} = \{2002{,}4\}$

Der Luftdruck beträgt von einer Höhe von 2 003 m (*oder:* ca. 2 000 m) über dem Meeresspiegel an weniger als 777 hPa.

1 — L4 K5

A 1.3 75%

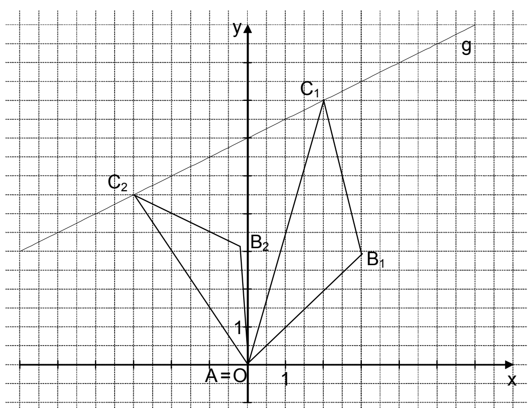
1 — L1 K5

A 1.4 Da sich der Luftdruck alle 5 500 m halbiert, wäre im Umkehrschluss 5 500 m unterhalb des Meeresspiegels ein Luftdruck von 2 000 hPa zu erwarten.

1 — L4 K1 K3

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2



1 — L3 K4

A 2.2 $\dfrac{\overline{AB_n}}{\sin 30°} = \dfrac{\overline{AC_n}}{\sin(180° - 2 \cdot 30°)} \qquad \overline{AB_n} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \cdot \overline{AC_n}$

L4 K5

$A = \dfrac{1}{2} \cdot \overline{AB_n} \cdot \overline{AC_n} \cdot \sin 30°$

$A = \dfrac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \overline{AC_n}^2 \cdot \sin 30°$

L4 K2 K5

$$A(x) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \left[x^2 + \left(\frac{1}{2}x + 6 \right)^2 \right] \cdot 0{,}5 \text{ FE} \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$A(x) = \frac{1}{4\sqrt{3}} \cdot (1{,}25x^2 + 6x + 36) \text{ FE}$$

3

A 2.3 Der Flächeninhalt der Dreiecke AB_nC_n ist minimal, wenn die Länge der Strecken $[AC_n]$ minimal ist. Dies ist der Fall, wenn gilt: (L4 K2 K5)

$$\begin{pmatrix} x \\ \frac{1}{2}x + 6 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$$

…

$$\Leftrightarrow \quad x = -2{,}4 \qquad \mathbb{L} = \{-2{,}4\}$$

$C_0(-2{,}4 \mid 4{,}8)$

2

A 2.4 $\overrightarrow{AC_n} \xmapsto{A;\varphi=-30°} \overrightarrow{AC_n}' \xmapsto{A;k=\frac{1}{\sqrt{3}}} \overrightarrow{AB_n}$ (L4 K2 K5)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left[\begin{pmatrix} \cos(-30°) & -\sin(-30°) \\ \sin(-30°) & \cos(-30°) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ \frac{1}{2}x + 6 \end{pmatrix} \right] \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad \begin{vmatrix} & x' = 0{,}64x + 1{,}73 \\ \wedge & y' = -0{,}04x + 3 \end{vmatrix}$$

$B_n(0{,}64x + 1{,}73 \mid -0{,}04x + 3)$

3

RAUMGEOMETRIE

A 3.1 $\overline{Q_nR}(\varphi) = \sqrt{3^2 + 8^2 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \cos\varphi}$ cm $\qquad \varphi \in]0°;90°[$ (L4 K5)

$\overline{Q_nR}(\varphi) = \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}$ cm

1

A 3.2 $O(\varphi) = \left(3 \cdot 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi} \cdot 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi\right) \text{cm}^2 \qquad \varphi \in]0°;90°[$ (L4 K2 K3 K5)

$O(\varphi) = 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi \cdot \left(3 + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}\right) \text{cm}^2$

2

A 3.3 $3 \cdot 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi = 0{,}3 \cdot 3 \cdot \pi \cdot \sin\varphi \cdot \left(3 + \sqrt{73 - 48 \cdot \cos\varphi}\right) \qquad \varphi \in]0°;90°[$ (L4 K2 K5)

…

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 60° \qquad \mathbb{L} = \{60°\}$$

2

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

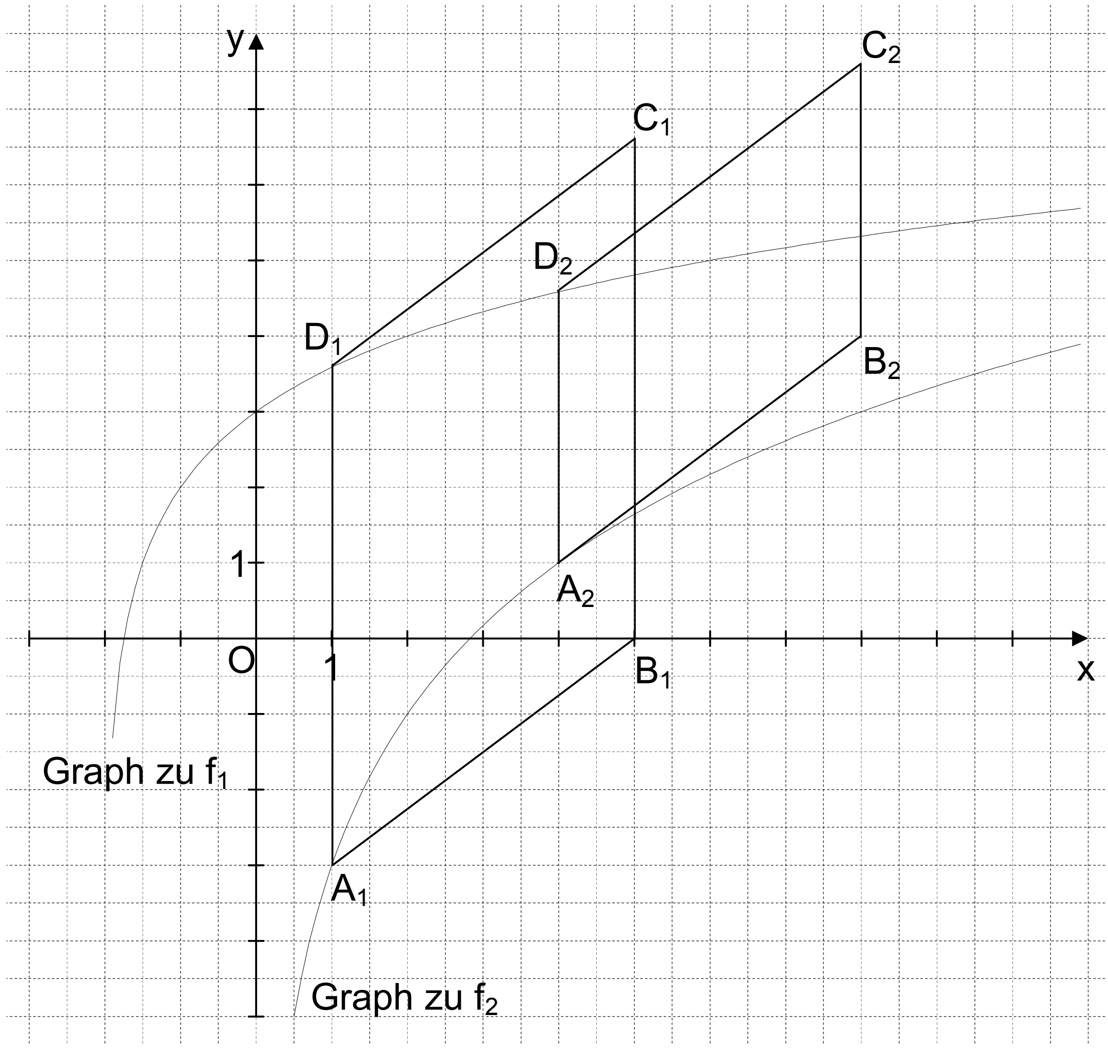
Aufgabe B 1 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

B 1.1 $\mathbb{D}_{f_1} = \{x \mid x > -2\}$ $\quad x \in \mathbb{R}$ L4 K5

Gleichung der Asymptote h: $x = -2$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

L4 K4



3

B 1.2 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -\log_{0,5}(x+2)+2 \end{pmatrix}$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x > -2;\ x \in \mathbb{R}$ L4 K5

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{ll} & x' = x \\ \wedge & y' = 2 \cdot \left(-\log_{0,5}(x+2)+2\right) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad y' = -2 \cdot \log_{0,5}(x'+2)+4$$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -2 \cdot \log_{0,5}(x'+2)+4 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \end{pmatrix}$$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x' > -2;\ x' \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \quad \left| \begin{array}{l} x'' = x' + 2 \\ \wedge \quad y'' = -2 \cdot \log_{0,5}(x'+2) - 3 \end{array} \right.$$

$\Rightarrow \quad y'' = -2 \cdot \log_{0,5} x'' - 3$

f_2: $y = -2 \cdot \log_{0,5} x - 3$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

3

B 1.3 $\mathbb{D}_{f_2} = \{x \mid x > 0\}$ $\qquad x \in \mathbb{R}$ $\qquad$ L4 K5

Einzeichnen des Graphen zu f_2 $\qquad$ L4 K4

2

B 1.4 Einzeichnen der Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ $\qquad$ L3 K4

$-\log_{0,5}(x+2) + 2 = -2 \cdot \log_{0,5} x - 3$ $\qquad x > 0;\ x \in \mathbb{R}$ $\qquad$ L4 K2 K5

…

$\Leftrightarrow \quad (x = -1,89 \quad \vee) \quad x = 33,89$ $\qquad \mathbb{L} = \{33,89\}$

$0 < x < 33,89 \ (x \in \mathbb{R})$

4

B 1.5 $\tan(90° - \sphericalangle B_nA_nD_n) = \frac{3}{4}$ $\qquad \sphericalangle B_nA_nD_n = 53,13°$ $\qquad \sphericalangle B_nA_nD_n \in]0°; 90°[$ $\qquad$ L2 K5

1

B 1.6 $\overline{A_nD_n}(x) = \left[-\log_{0,5}(x+2) + 2 \ - \ (-2 \cdot \log_{0,5} x - 3)\right]$ LE $\qquad 0 < x < 33,89;\ x \in \mathbb{R}$ $\qquad$ L4 K2 K5

$\overline{A_nD_n}(x) = \left[\log_{0,5} x^2 - \log_{0,5}(x+2) + 5\right]$ LE

$$\overline{A_nD_n}(x) = \left[\log_{0,5}\left(\frac{x^2}{x+2}\right) + 5\right] \text{LE}$$

$\overline{A_nD_n} = \overline{D_nC_n}$

$\overline{D_nC_n} = \sqrt{4^2 + 3^2}$ LE $\qquad \overline{D_nC_n} = 5$ LE

$$\log_{0,5}\left(\frac{x^2}{x+2}\right) + 5 = 5 \qquad 0 < x < 33,89;\ x \in \mathbb{R}$$

…

$\Leftrightarrow \quad (x = -1 \quad \vee) \quad x = 2$ $\qquad \mathbb{L} = \{2\}$

$A_3(2 \mid -1)$

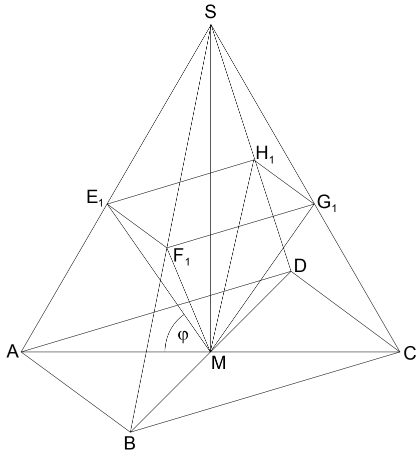
4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 Schrägbild im Maßstab $1:2$ L3 K4



$$\tan 60° = \frac{\overline{MS}}{0{,}5 \cdot 10\ \text{cm}} \qquad \overline{MS} = 8{,}66\ \text{cm}$$

L2 K5 3

B 2.2 Einzeichnen der Pyramide $E_1F_1G_1H_1M$ L3 K4 1

B 2.3 $$\frac{\overline{E_nM}(\varphi)}{\sin 60°} = \frac{\overline{AM}}{\sin(180° - (60° + \varphi))} \qquad \varphi \in]0°; 90°[$$

$$\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{5\ \text{cm} \cdot \sin 60°}{\sin(60° + \varphi)}$$

$$\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{4{,}33}{\sin(60° + \varphi)}\ \text{cm}$$

L4 K2 K5 2

B 2.4 $$\sin(90° - \varphi) = \frac{0{,}5 \cdot \overline{E_nG_n}(\varphi)}{\overline{E_nM}(\varphi)} \iff \overline{E_nG_n}(\varphi) = 2 \cdot \cos\varphi \cdot \overline{E_nM}(\varphi) \qquad \varphi \in]0°; 90°[$$

$$\overline{E_nG_n}(\varphi) = 2 \cdot \cos\varphi \cdot \frac{4{,}33}{\sin(60° + \varphi)}\ \text{cm}$$

$$\overline{E_nG_n}(\varphi) = \frac{8{,}66 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\ \text{cm}$$

L4 K2 K5 3

B 2.5 Es seien die Punkte N_n die Schnittpunkte der Diagonalen $[E_nG_n]$ und $[F_nH_n]$ der Rauten $E_nF_nG_nH_n$. L3 K1 K5

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{MN_n} + \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{N_nS}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \left(\overline{MN_n} + \overline{N_nS}\right)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{MS}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{E_nG_n} \cdot \overline{F_nH_n} \cdot \overline{MS}$$

Aus $\frac{\overline{F_nH_n}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{N_nS}}{\overline{MS}}$ und $\frac{\overline{E_nG_n}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{N_nS}}{\overline{MS}}$ folgt:

$$\frac{\overline{F_nH_n}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{E_nG_n}}{\overline{AC}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{F_nH_n} = \frac{\overline{E_nG_n}}{\overline{AC}} \cdot \overline{BD}$$

$$\overline{F_nH_n}(\varphi) = \frac{10,39 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)} \text{ cm} \qquad \varphi \in]0°; 90°[$$

$$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{8,66 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)} \cdot \frac{10,39 \cdot \cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)} \cdot 8,66 \text{ cm}^3 \qquad \varphi \in]0°; 90°[$$

$$V(\varphi) = 129,87 \cdot \left(\frac{\cos\varphi}{\sin(60° + \varphi)}\right)^2 \text{ cm}^3$$

5 | L4 K2 K5

B 2.6 $\frac{4,33}{\sin(60° + \varphi)} = 4,33 \qquad \varphi \in]0°; 90°[$

...

$\Leftrightarrow \quad \varphi = 30° \qquad \mathbb{L} = \{30°\}$

$$V(30°) = 97,40 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Pyramide ABCDS}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot 8,66 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Pyramide ABCDS}} = 173,2 \text{ cm}^3$$

$$\frac{97,40 \text{ cm}^3}{173,2 \text{ cm}^3} = 0,56$$

Der Anteil beträgt 56%.

3 | L2 K2 K5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.