Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgaben A 1 - 3 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

A 1.1 $y = 120 \cdot 1{,}35^x$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ — 1 — L4 K3

A 1.2 $y = 120 \cdot 1{,}35^3$ $y = 295{,}25$

Am Ende des dritten Versuchstages ist die Anzahl der Wasserflöhe voraussichtlich 295. — 1 — L4 K5

A 1.3 $500 = 120 \cdot 1{,}35^x$ $x \in \mathbb{R}_0^+$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad x = 4{,}76$ $\mathbb{L} = \{4{,}76\}$

Die Anzahl der Wasserflöhe wird voraussichtlich am fünften Versuchstag erstmals größer als 500 sein. — 1 — L4 K5

A 1.4 $838 = 120 \cdot a^7$ $a > 1;\ a \in \mathbb{R}$

$\ldots$

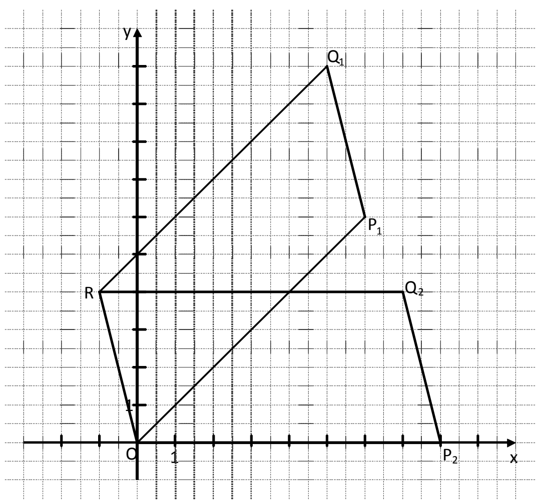
$\Leftrightarrow \quad a = 1{,}32$ $\mathbb{L} = \{1{,}32\}$

Daphnes Annahme war somit nicht zutreffend. — 2 — L4 K1 K3

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 $\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OP_2} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ — L4 K5

Zeichnung im Maßstab $1:2$ — L3 K4



2

A 2.2 $4 + 4 \cdot \sin\varphi = 5$ $\varphi \in [0°; 90°]$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad \varphi = 14{,}48°$ $\mathbb{L} = \{14{,}48°\}$ — 2 — L4 K5

A 2.3 $\overrightarrow{OQ_n} = \overrightarrow{OP_n} \oplus \overrightarrow{P_nQ_n}$ $\qquad \overrightarrow{P_nQ_n} = \overrightarrow{OR}$ L4 K5

$$\overrightarrow{OQ_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 4+4\cdot\sin\varphi \\ 8\cdot\cos^2\varphi \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \varphi \in [0°; 90°]$$

$$\overrightarrow{OQ_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 3+4\cdot\sin\varphi \\ 8\cdot\cos^2\varphi+4 \end{pmatrix} \qquad Q_n(3+4\cdot\sin\varphi \mid 4+8\cdot\cos^2\varphi)$$

1

A 2.4 $\begin{array}{|ll} & x = 3+4\cdot\sin\varphi \\ \wedge & y = 4+8\cdot\cos^2\varphi \end{array}$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$; $\varphi \in [0°; 90°]$ L4 K2 K5

$$\Rightarrow \quad y = 4+8\cdot\left[-\left(\frac{x-3}{4}\right)^2+1\right]$$

$$\Leftrightarrow \quad y = -8\cdot\left(\frac{x-3}{4}\right)^2+12$$

$$\Leftrightarrow \quad y = -\frac{1}{2}\cdot(x-3)^2+12$$

3

A 2.5 Der Trägergraph der Punkte P_n ist ebenfalls eine Parabel, da die Punkte Q_n aus einer Parallelverschiebung der Punkte P_n hervorgehen. L4 K1

1

RAUMGEOMETRIE

A 3.1 $V = \left(\frac{1}{2}\cdot\overline{AE}\right)^2\cdot\pi\cdot\overline{AB_n}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\overline{AE}\right)^2\cdot\pi\cdot\overline{AB_n}$ L4 K2 K3 K5

$$\tan(\varphi-90°) = \frac{\overline{AB_n}(\varphi)}{1{,}00\text{ m}} \qquad \varphi \in [104{,}04°; 160{,}02°]$$

$$\overline{AB_n}(\varphi) = \tan(\varphi-90°)\text{ m}$$

$$V(\varphi) = \left[1{,}00^2\cdot\pi\cdot\tan(\varphi-90°)+\frac{1}{3}\cdot 1{,}00^2\cdot\pi\cdot\tan(\varphi-90°)\right]\text{m}^3 \qquad \varphi \in [104{,}04°; 160{,}02°]$$

$$V(\varphi) = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\tan(\varphi-90°)\text{ m}^3$$

3

A 3.2 $5 = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\tan(\varphi-90°)$ $\qquad \varphi \in [104{,}04°; 160{,}02°]$ L4 K2 K5

…

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 140{,}05° \qquad \mathbb{L} = \{140{,}05°\}$$

2

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster
und Bewertung

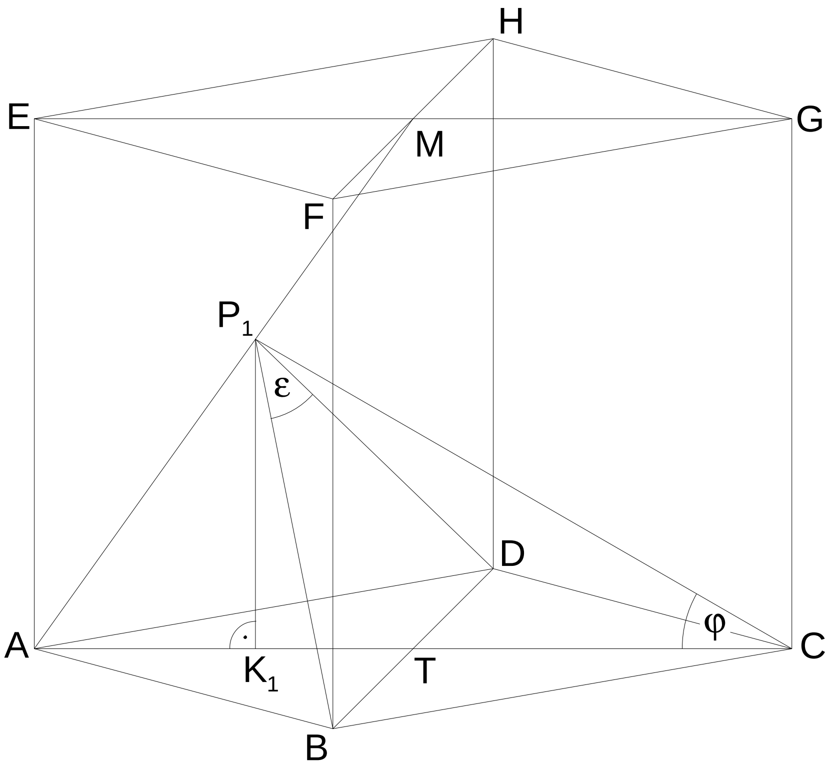
Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

RAUMGEOMETRIE

B 1.1 L3 K4



$\tan\sphericalangle CAM = \frac{7\text{ cm}}{0{,}5\cdot 10\text{ cm}}$ $\sphericalangle CAM = 54{,}46°$ $\sphericalangle CAM \in\ ]0°; 90°[$ L2 K5

3

B 1.2 Einzeichnen des Dreiecks BDP_1 L3 K4

Das Maß der Winkel BP_nD ist maximal, wenn die Länge der Strecken $[TP_n]$ minimal ist. L3 K1 K5
Für die Strecke $[TP_0]$ mit minimaler Länge gilt: $\sphericalangle AP_0T = 90°$.
Somit gilt für die obere Intervallgrenze: $\varepsilon = \sphericalangle BP_0D$.

$\tan\frac{\sphericalangle BP_0D}{2} = \frac{\overline{BT}}{\overline{TP_0}}$ $\sphericalangle BP_0D \in\ ]0°; 180°[$

$\sin 54{,}46° = \frac{\overline{TP_0}}{0{,}5\cdot 10\text{ cm}}$ $\overline{TP_0} = 4{,}07\text{ cm}$

$\tan\frac{\sphericalangle BP_0D}{2} = \frac{3\text{ cm}}{4{,}07\text{ cm}}$ $\sphericalangle BP_0D = 72{,}79°$

3

B 1.3 Da das Dreieck BDP_2 gleichseitig ist, gilt: L2 K2 K5

$\overline{TP_2} = \frac{6}{2}\sqrt{3}\text{ cm}$ $\overline{TP_2} = 5{,}20\text{ cm}$

$$\frac{\overline{TP_2}}{\sin 54{,}46°} = \frac{\overline{AT}}{\sin \sphericalangle AP_2T} \qquad \sphericalangle AP_2T \in \,]0°;\, 125{,}54°[$$

$$\sin \sphericalangle AP_2T = \frac{5 \cdot \sin 54{,}46°}{5{,}20} \qquad \sphericalangle AP_2T = 51{,}48°$$

$$\overline{AP_2} = \sqrt{5^2 + 5{,}20^2 - 2 \cdot 5 \cdot 5{,}20 \cdot \cos(180° - (54{,}46° + 51{,}48°))}\ \text{cm}$$

$$\overline{AP_2} = 6{,}14\ \text{cm}$$

3

B 1.4 $$\frac{\overline{CP_n}(\varphi)}{\sin 54{,}46°} = \frac{10\ \text{cm}}{\sin(180° - (54{,}46° + \varphi))} \qquad \varphi \in \,]0°;\, 54{,}46°]$$

$$\overline{CP_n}(\varphi) = \frac{8{,}14}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\ \text{cm}$$

2

L4 K2 K5

B 1.5 Einzeichnen der Pyramide $ABCDP_1$ und ihrer Höhe $[P_1K_1]$

L3 K4

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{P_nK_n}$$

$$\sin \varphi = \frac{\overline{P_nK_n}(\varphi)}{\overline{CP_n}(\varphi)} \qquad \varphi \in \,]0°;\, 54{,}46°]$$

$$\overline{P_nK_n}(\varphi) = \frac{8{,}14 \cdot \sin \varphi}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\ \text{cm}$$

$$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \frac{8{,}14 \cdot \sin \varphi}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\ \text{cm}^3 \qquad \varphi \in \,]0°;\, 54{,}46°]$$

$$V(\varphi) = \frac{81{,}4 \cdot \sin \varphi}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\ \text{cm}^3$$

3

L4 K2 K5

B 1.6 $$V_{\text{Prisma ABCDEFGH}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot 7\ \text{cm}^3$$

$$V_{\text{Prisma ABCDEFGH}} = 210\ \text{cm}^3$$

$$\frac{81{,}4 \cdot \sin \varphi}{\sin(54{,}46° + \varphi)} = \frac{1}{4} \cdot 210 \qquad \varphi \in \,]0°;\, 54{,}46°]$$

$$\ldots$$

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 40{,}02° \qquad \mathbb{L} = \{40{,}02°\}$$

3

L4 K2 K5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2011
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

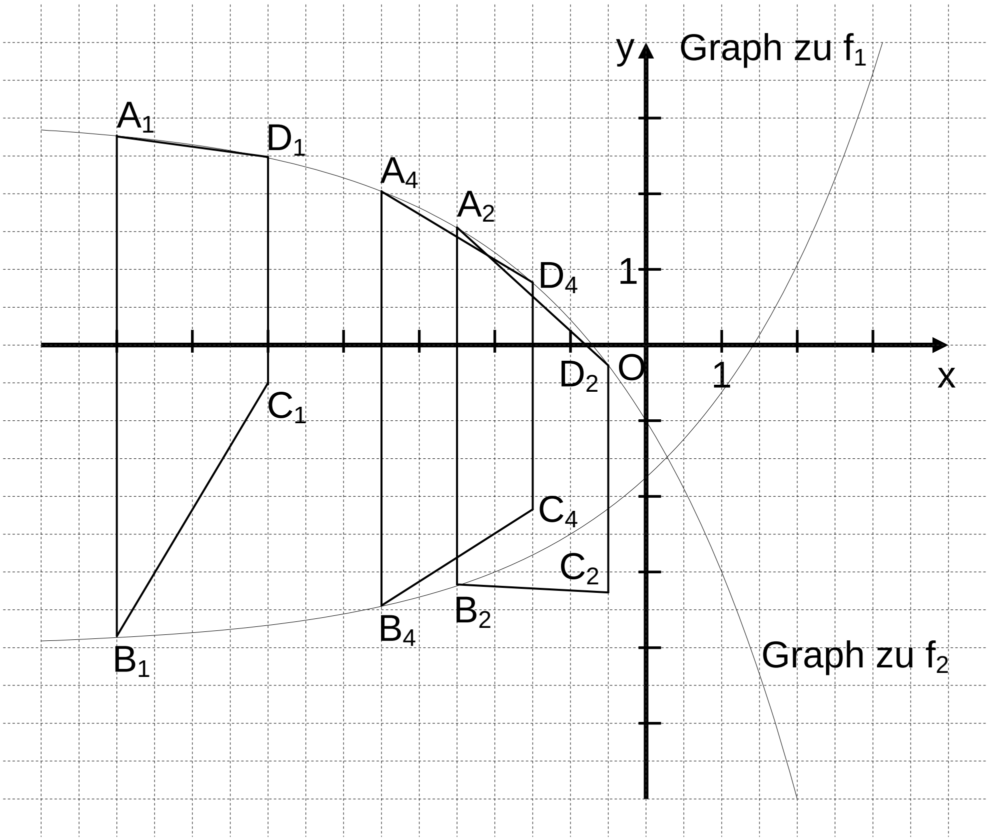
Aufgabe B 2 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

B 2.1 $\mathbb{D}_{f_1} = \mathbb{R}$ L4 K5

$\mathbb{W}_{f_1} = \{y \mid y > -4\}$ $\qquad y \in \mathbb{R}$

L4 K4



2

B 2.2 Einzeichnen des Graphen zu f_2 L4 K4

L4 K2 K5

$$\begin{pmatrix} x'' \\ -6 \cdot 1{,}5^{x''-1} + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 \\ -13 \end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x'' \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \quad \left| \begin{array}{l} x'' = x' + 2 \\ \wedge \quad y' = -6 \cdot 1{,}5^{x''-1} + 16 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad y' = -6 \cdot 1{,}5^{x'+1} + 16$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ -6 \cdot 1{,}5^{x'+1} + 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 1{,}5^{x+2} - 4 \end{pmatrix} \qquad x \in \mathbb{R}\,;\; x' \in \mathbb{R}\,;\; k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\Leftrightarrow \quad \left| \begin{array}{l} x' = x \\ \wedge \quad -6 \cdot 1{,}5^{x'+1} + 16 = k \cdot (1{,}5^{x+2} - 4) \end{array} \right.$$

$\Rightarrow \quad -6\cdot 1{,}5^{x+1}+16 = k\cdot(1{,}5^{x+2}-4)$

$\Leftrightarrow \quad -4\cdot(1{,}5^{x+2}-4) = k\cdot(1{,}5^{x+2}-4)$

$k=-4$ | 5

B 2.3 Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ | 2 | L3 K4

B 2.4 $A=\frac{1}{2}\cdot\left(\overline{A_nB_n}+3\text{ LE}\right)\cdot 2\text{ LE}$ | L4 K2 K5

$\overline{A_nB_n}(x)=\left[-6\cdot 1{,}5^{x-1}+3-(1{,}5^{x+2}-4)\right]\text{ LE}$ $\quad x<0{,}28;\ x\in\mathbb{R}$

$\overline{A_nB_n}(x)=(-4\cdot 1{,}5^{x}+3-2{,}25\cdot 1{,}5^{x}+4)\text{ LE}$

$\overline{A_nB_n}(x)=(-6{,}25\cdot 1{,}5^{x}+7)\text{ LE}$

$A(x)=\frac{1}{2}\cdot(-6{,}25\cdot 1{,}5^{x}+7+3)\cdot 2\text{ FE}$ $\quad x<0{,}28;\ x\in\mathbb{R}$

$A(x)=(-6{,}25\cdot 1{,}5^{x}+10)\text{ FE}$ | 2

B 2.5 $-6{,}25\cdot 1{,}5^{x}+10=8$ $\quad x<0{,}28;\ x\in\mathbb{R}$ | L4 K5

$\dots$

$\Leftrightarrow \quad x=-2{,}81$ $\quad \mathbb{L}=\{-2{,}81\}$

$x_{D_3}=-0{,}81$ | 2

B 2.6 Einzeichnen des Trapezes $A_4B_4C_4D_4$ | L3 K4

$A_4(-3{,}5\,|\,2{,}03)$ $\quad D_4(-1{,}5\,|\,0{,}82)$ | L2 K1 K5

$B_4(-3{,}5\,|\,-3{,}46)$ $\quad C_4(-1{,}5\,|\,-2{,}18)$

$\overline{A_4D_4}=\sqrt{(-1{,}5+3{,}5)^2+(0{,}82-2{,}03)^2}\text{ LE}$ $\quad \overline{A_4D_4}=2{,}34\text{ LE}$

$\overline{B_4C_4}=\sqrt{(-1{,}5+3{,}5)^2+(-2{,}18+3{,}46)^2}\text{ LE}$ $\quad \overline{B_4C_4}=2{,}37\text{ LE}$

Da die Seite $[A_4D_4]$ kürzer ist als die Seite $[B_4C_4]$, ist das Trapez $A_4B_4C_4D_4$ nicht gleichschenklig. | 4

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.