Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

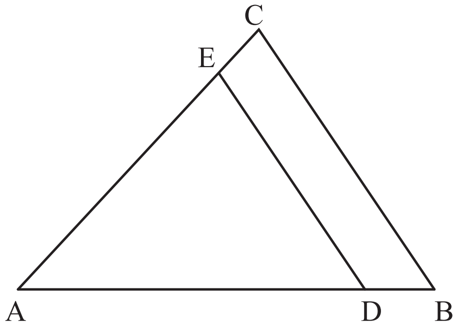
Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan eines dreieckigen Grundstücks ABC. Zum Bau einer neuen Straße muss ein Teil des Grundstücks abgetreten werden. Dabei verkürzen sich die Seiten [AB] und [AC] jeweils um ein Sechstel ihrer ursprünglichen Länge auf die Seiten [AD] und [AE].



Es gilt: $\overline{AB} = 60\text{ m}$; $\overline{BC} = 45\text{ m}$; $\overline{AC} = 51\text{ m}$.

Berechnen Sie den Inhalt A_{DBCE} der abgetretenen Fläche und geben Sie an, um wie viel Prozent sich das Grundstück verkleinert hat.

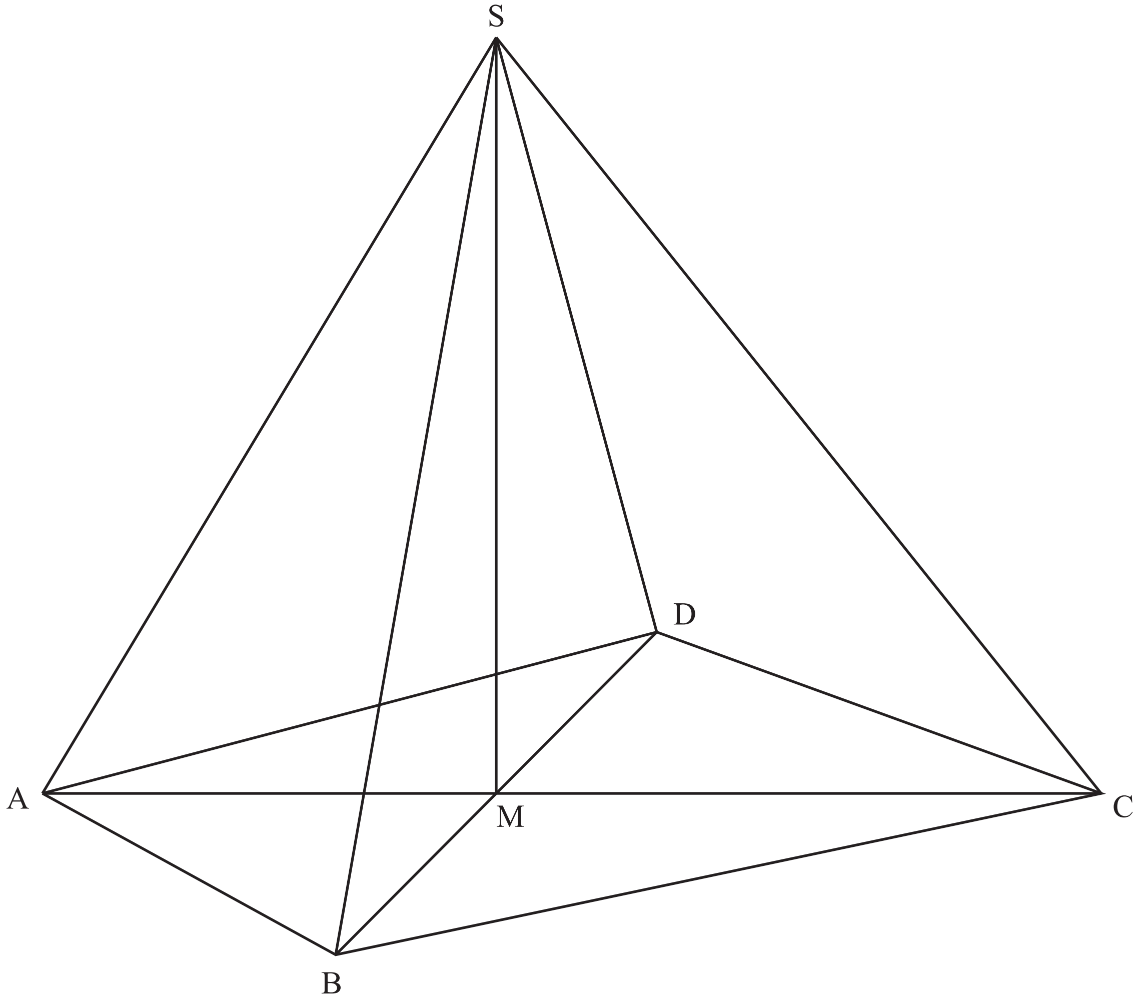
[Teilergebnis: $\sphericalangle BAC = 46{,}97°$]

5 P

A 2.0 Das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks.
Es gilt: $\overline{AC} = 14\text{ cm}$; $\overline{AM} = 6\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\overline{MS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; $[AC]$ liegt auf der Schrägbildachse.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels CAS und die Länge der Strecke $[AS]$.
[Ergebnisse: $\alpha = 59{,}04°$; $\overline{AS} = 11{,}66\text{ cm}$]

2 P

A 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[AS]$ mit $\overline{AP_n} = x\text{ cm}$, $0 \leqq x \leqq 11{,}66$; $x \in \mathbb{R}$.
Zeichnen Sie den Punkt P_1 für $x = 2{,}5$ und die Strecke $[P_1C]$ in die Zeichnung zu 2.0 ein. Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[P_1C]$ und das Maß des Winkels P_1CA.

3 P

A 2.3 Unter den Strecken $[P_nC]$ hat die Strecke $[P_2C]$ die minimale Länge.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $[AP_2]$.

1 P

A 2.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt $A_{\Delta ABS}$ des Dreiecks ABS.

3 P

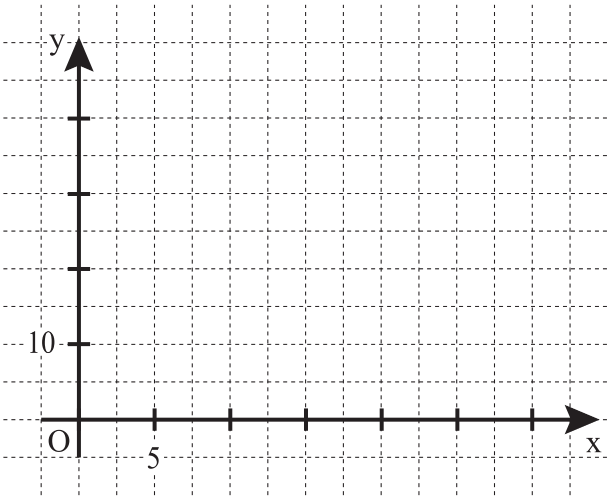
A 3.0 Niger ist ein Staat in Westafrika. Zu Beginn des Jahres 2010 lebten dort etwa 15,5 Millionen Menschen. Unter der Annahme einer gleichbleibenden jährlichen Wachstumsrate lässt sich die Einwohnerzahl y Millionen nach x Jahren näherungsweise durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 15{,}5 \cdot 1{,}035^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ beschreiben.

A 3.1 Um wie viel Prozent wächst nach dieser Annahme ab dem Jahresbeginn 2010 die Einwohnerzahl in Niger jährlich?

1 P

A 3.2 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem.

x	0	5	10	15	20	25	30
$15{,}5 \cdot 1{,}035^x$							



2 P

A 3.3 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren die Einwohnerzahl von Niger 25 Millionen betragen würde.

1 P

A 3.4 Berechnen Sie auf Millionen gerundet, wie viele Einwohner Niger bei gleich bleibender jährlicher Zuwachsrate zu Beginn des Jahres 2064 haben würde.

1 P

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-5\,|\,-19)$ und $Q(7\,|\,5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y=-0{,}25x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$. Die Gerade g ist festgelegt durch die Punkte $R(0\,|\,2{,}5)$ und $S(5\,|\,0)$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y=-0{,}25x^2+2{,}5x-0{,}25$ hat und bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g. Zeichnen Sie sodann die Parabel p für $x\in[0;12]$ und die Gerade g in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1\leqq x\leqq 14$; $-7\leqq y\leqq 7$ 5 P

B 1.2 Punkte $A_n(x\,|\,-0{,}5x+2{,}5)$ auf der Geraden g und Punkte $D_n(x\,|\,-0{,}25x^2+2{,}5x-0{,}25)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $[A_nB_n]\,||\,[C_nD_n]$; $\sphericalangle B_nA_nD_n=90°$; $x_{A_n}<x_{B_n}$; $\overline{A_nB_n}=4\text{ LE}$ und $\overline{C_nD_n}=2\text{ LE}$.
Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x=2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x=9$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$A(x)=(-0{,}75x^2+9x-8{,}25)\text{ FE}$ 2 P

B 1.4 Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Werte von x es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ gibt. 2 P

B 1.5 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ besitzt das Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den maximalen Flächeninhalt.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Trapezes $A_0B_0C_0D_0$ und den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 1.6 Bestimmen Sie im Trapez $A_2B_2C_2D_2$ aus Aufgabe 1.2 rechnerisch das Maß des Winkels $\sphericalangle C_2B_2A_2$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
Begründen Sie sodann, dass es kein Trapez $A_nB_nC_nD_n$ gibt, für das gilt: $\sphericalangle C_nB_nA_n=75°$. 4 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

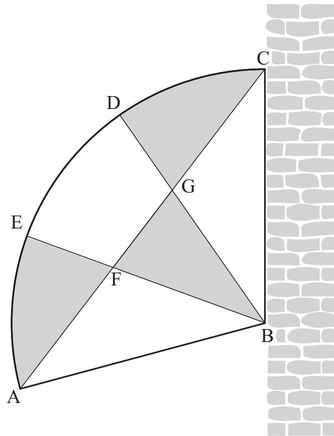
Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Nebenstehende Skizze zeigt einen kreissektorförmigen Sonnenfächer, der Balkone vor Sonne, Wind und neugierigen Blicken schützen soll. Zwei Stäbe zwischen den Punkten D und B sowie zwischen den Punkten E und B teilen den Sonnenfächer in drei kongruente Teilsektoren.
Es gilt: $\overline{BC} = 110{,}0\text{ cm}$; $b = 201{,}6\text{ cm}$ ist die Länge des Bogens $\overset{\frown}{CA}$; $D \in \overset{\frown}{CA}$; $E \in \overset{\frown}{CA}$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



B 2.1 Berechnen Sie das Maß β des Winkels $\sphericalangle CBA$. Zeichnen Sie den Kreissektor BCA mit dem Mittelpunkt B und dem Radius $\overline{BC}$ sowie die Strecken [DB], [EB] und [AC] im Maßstab 1:10.
[Ergebnis: $\beta = 105{,}0°$] 3 P

B 2.2 Um die Stabilität des Sonnenfächers zu erhöhen, wird zwischen den Punkten A und C eine Stange eingezogen, die um 5% kürzer ist als die Strecke [AC].
Bestimmen Sie rechnerisch die Länge ℓ dieser Stange. 2 P

B 2.3 An den Punkten B und C wird der Sonnenfächer an einer Mauer fest verankert. Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Abstand d des Punktes A zu dieser Mauer gilt: $d = 106{,}3\text{cm}$. 2 P

B 2.4 Die Strecke [AC] schneidet die Strecke [DB] im Punkt G und die Strecke [EB] im Punkt F. Berechnen Sie die Länge der Strecke [GB] sowie den Flächeninhalt $A_{\Delta BGF}$ des Dreiecks BGF.
[Ergebnisse: $\overline{GB} = 70{,}2\text{cm}$; $A_{\Delta BGF} = 1413{,}3\text{ cm}^2$] 4 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt A_{CDG} der Figur CDG, die durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ sowie die Strecken [DG] und [GC] begrenzt wird.
[Ergebnis: $A_{CDG} = 1481{,}2\text{ cm}^2$] 2 P

B 2.6 Der Sonnenfächer soll zweifarbig gestaltet werden. Dazu werden die Flächen der Figur CDG, der Figur EAF und des Dreiecks BGF entsprechend der Skizze dunkel abgesetzt.
Zeigen Sie rechnerisch, dass der helle Teil um mehr als 40% größer ist als der dunkle Teil. 4 P

Bitte wenden!