Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgaben A 1-3 **Haupttermin**

EBENE GEOMETRIE

A 1 $A_{DBCE} = A_{\Delta ABC} - A_{\Delta ADE}$

$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin \sphericalangle BAC$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \cos \sphericalangle BAC$ $\quad \sphericalangle BAC \in]0°;\ 180°[$

$\cos \sphericalangle BAC = \frac{60^2 + 51^2 - 45^2}{2 \cdot 60 \cdot 51}$ $\quad \sphericalangle BAC = 46,97°$

$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 51 \cdot \sin 46,97°\ m^2$ $\quad A_{\Delta ABC} = 1118,42\ m^2$

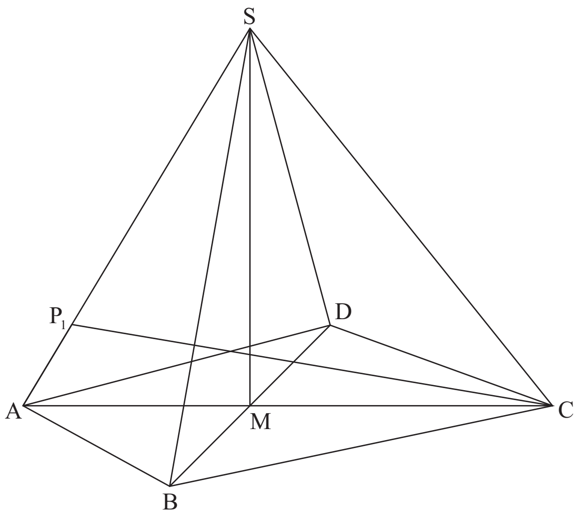
$A_{DBCE} = 1118,42\ m^2 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot 1118,42\ m^2$ $\quad A_{DBCE} = 341,74\ m^2$

$\frac{341,74}{1118,42} = 0,31$

Das Grundstück hat sich um $31\,\%$ verkleinert. 5 L 2 K 2 K 5

RAUMGEOMETRIE

A 2.0



Zeichnung im Maßstab 1:2

A 2.1 $\tan \alpha = \frac{10}{6}$ $\quad \alpha = 59,04°$ $\quad \alpha \in]0°;\ 90°[$

$\overline{AS} = \sqrt{10^2 + 6^2}\ cm$ $\quad \overline{AS} = 11,66\ cm$ 2 L 2 K 5

A 2.2 Einzeichnen des Punktes P_1 und der Strecke $[P_1C]$ L 3 K 4

$\overline{P_1C} = \sqrt{14^2 + 2,5^2 - 2 \cdot 14 \cdot 2,5 \cdot \cos 59,04°}\ cm$ $\quad \overline{P_1C} = 12,89\ cm$

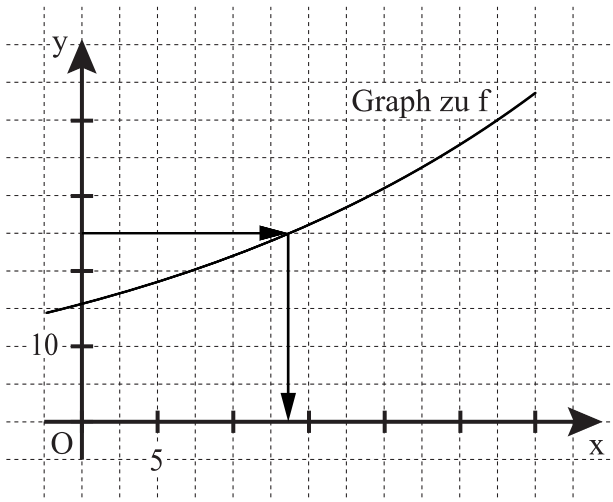
$\frac{\sin \sphericalangle P_1CA}{2,5\ cm} = \frac{\sin 59,04°}{12,89\ cm}$ $\quad \sphericalangle P_1CA = 9,57°$ $\quad \sphericalangle P_1CA \in]0°;\ 90°[$ 3 L 2 K 2 K 5

A 2.3 Die Strecke $[P_2C]$ hat die minimale Länge, wenn $[P_2C] \perp [AS]$ $\cos 59{,}04° = \frac{\overline{AP_2}}{14\,\text{cm}}$ $\qquad \overline{AP_2} = 7{,}20\,\text{cm}$	1	L 3 K 1 K 2
A 2.4 $A_{\Delta ABS} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot d(S;[AB])$ $\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 6^2}$ cm $\qquad \overline{AB} = 8{,}49$ cm $d(S;[AB]) = \sqrt{10^2 + (0{,}5 \cdot 8{,}49)^2}$ cm $\qquad d(S;[AB]) = 10{,}86$ cm $A_{\Delta ABS} = \frac{1}{2} \cdot 8{,}49\,\text{cm} \cdot 10{,}86\,\text{cm}$ $\qquad A_{\Delta ABS} = 46{,}10\,\text{cm}^2$	3	L 2 K 2 K 3 K 5
FUNKTIONEN		
A 3.1 Die Bevölkerungszahl wächst jährlich um 3,5 %.	1	L 1 K 5

A 3.2

x	0	5	10	15	20	25	30
$15{,}5 \cdot 1{,}035^x$	15,5	18,4	21,9	26,0	30,8	36,6	43,5

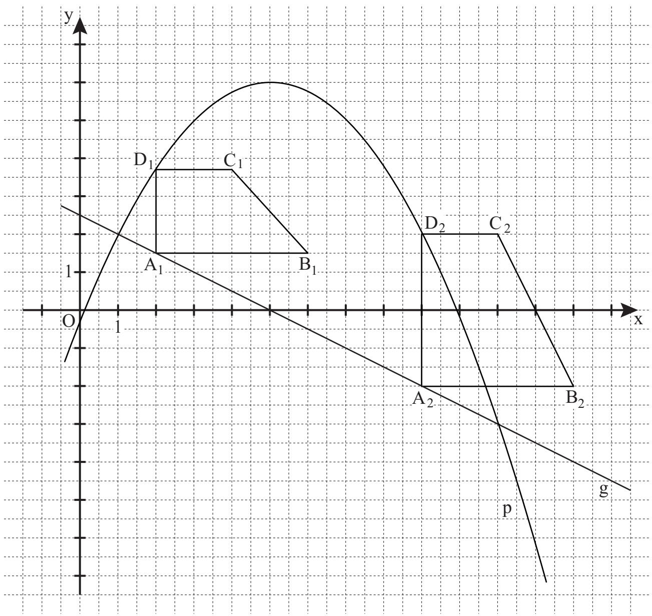
L 4 K 5



2 L 4 K 4

A 3.3 $y = 25$ $\qquad x = 14$ (Im Rahmen der Ablesegenauigkeit) $\qquad$ Nach 14 Jahren.	1	L 4 K 4
A 3.4 $x = 54$ $y = 15{,}5 \cdot 1{,}035^{54}$ $\qquad y = 99$ 99 Millionen Einwohner zu Beginn des Jahres 2064.	1	L 4 K 2 K 5
	19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

FUNKTIONEN		
B 1.1 $P(-5\,|\,-19) \in p$ und $Q(7\,|\,5) \in p$: $\begin{vmatrix} -19 = -0{,}25 \cdot (-5)^2 + b \cdot (-5) + c \\ \wedge \quad 5 = -0{,}25 \cdot 7^2 + b \cdot 7 + c \end{vmatrix}$ $\quad b, c \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} b = 2{,}5 \\ \wedge \quad c = -0{,}25 \end{vmatrix}$ $\quad \mathbb{L}(b\,|\,c) = \{(2{,}5\,|\,-0{,}25)\}$ g: $y = -0{,}5x + 2{,}5$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  Zeichnung im Maßstab 1:2	5	L 4 K 5 L 4 K 4
B 1.2 Einzeichnen der Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L 3 K 4
B 1.3 $A_{A_nB_nC_nD_n} = 0{,}5 \cdot \left(\overline{A_nB_n} + \overline{C_nD_n}\right) \cdot \overline{A_nD_n}$ $\overline{A_nD_n}(x) = \left(-0{,}25x^2 + 2{,}5x - 0{,}25 - \left(-0{,}5x + 2{,}5\right)\right)$ LE $\quad x \in \mathbb{R}$ $\overline{A_nD_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 3x - 2{,}75)$ LE $A(x) = 0{,}5 \cdot (4 + 2) \cdot (-0{,}25x^2 + 3x - 2{,}75)$ FE $\quad x \in \mathbb{R}$ $A(x) = (-0{,}75x^2 + 9x - 8{,}25)$ FE	2	L 4 K 5

B 1.4	Zwischen den beiden Schnittpunkten von p und g gibt es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$. $p \cap g$ $-0,25x^2 + 2,5x - 0,25 = -0,5x + 2,5 \qquad x \in \mathbb{R}$ $\dots$ $\Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \vee \quad x = 11 \qquad \mathbb{L} = \{1; 11\}$ Für $x \in \,]1;\ 11[$ gibt es Trapeze $A_nB_nC_nD_n$.	2	L 3 K 2 K 5
B 1.5	$A(x) = (-0,75x^2 + 9x - 8,25)$ FE $\qquad x \in \,]1;11[$ $\dots$ $A_{A_0B_0C_0D_0} = 18,75$ FE für $x = 6$.	2	L 4 K 5
B 1.6	$\tan \sphericalangle C_2B_2A_2 = \dfrac{d\left(C_2;\ [A_2B_2]\right)}{\overline{A_2B_2} - \overline{C_2D_2}}$ $\tan \sphericalangle C_2B_2A_2 = \dfrac{2-(-2)}{4-2} \qquad \sphericalangle C_2B_2A_2 = 63,43°$ Für $x = 6$ erhält man die maximale Streckenlänge $\overline{A_0D_0}$ und somit auch das maximale Maß des Winkels $C_0B_0A_0$. $\overline{A_0D_0} = (-0,25 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6 - 2,75)$ LE $\qquad \overline{A_0D_0} = 6,25$ LE $\tan \sphericalangle C_0B_0A_0 = \dfrac{6,25}{4-2} \qquad \sphericalangle C_0B_0A_0 = 72,26°$ Es kann kein Trapez $A_nB_nC_nD_n$ mit dem Winkelmaß $\sphericalangle C_nB_nA_n = 75°$ geben.	4	L 2 K 2 K 5 L 4 K 1 K 2 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

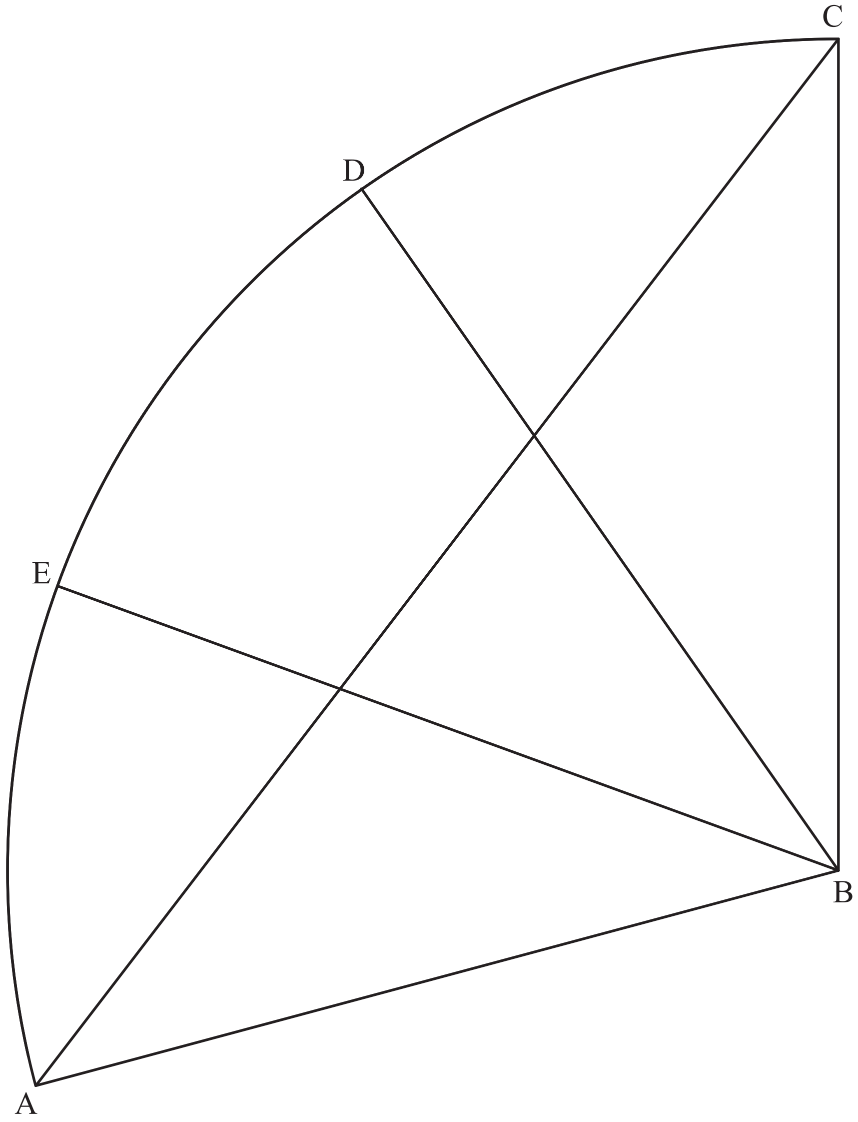
Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2012

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

EBENE GEOMETRIE		
B 2.1 $201{,}6=\frac{\beta}{360°}\cdot 2\cdot 110{,}0\cdot\pi$ $\beta=105{,}0°$		L 2 K 2 K 5
	3	L 3 K 4
B 2.2 $\ell=\overline{AC}\cdot 0{,}95$ $\overline{AC}=\sqrt{110{,}0^2+110{,}0^2-2\cdot 110{,}0\cdot 110{,}0\cdot\cos 105{,}0°}$ cm $\overline{AC}=174{,}5\,\text{cm}$ $\ell=174{,}5\,\text{cm}\cdot 0{,}95$ $\ell=165{,}8\,\text{cm}$	2	L 2 K 2 K 5
B 2.3 $\sin(180°-\beta)=\frac{d}{\overline{AB}}$ $\overline{AB}=\overline{BC}$ $d=110{,}0\,\text{cm}\cdot\sin(180°-105{,}0°)$ $d=106{,}3\,\text{cm}$	2	L 2 K 2 K 5

B 2.4	$\dfrac{\overline{GB}}{\sin\sphericalangle GCB} = \dfrac{\overline{BC}}{\sin\sphericalangle BGC}$ $\sphericalangle GCB = \sphericalangle ACB \qquad \sphericalangle ACB = 0{,}5\cdot(180° - 105{,}0°) \qquad \sphericalangle ACB = 37{,}5°$ $\sphericalangle BGC = 180° - 37{,}5° - \dfrac{1}{3}\cdot 105{,}0° \qquad \sphericalangle BGC = 107{,}5°$ $\overline{GB} = \dfrac{110{,}0\text{ cm}\cdot\sin 37{,}5°}{\sin 107{,}5°} \qquad \overline{GB} = 70{,}2\text{ cm}$ $A_{\Delta BGF} = 0{,}5\cdot\overline{GB}\cdot\overline{FB}\cdot\sin\sphericalangle GBF$ mit $\overline{FB} = \overline{GB}$ $A_{\Delta BGF} = 0{,}5\cdot 70{,}2\cdot 70{,}2\cdot\sin 35{,}0°\text{ cm}^2 \qquad A_{\Delta BGF} = 1413{,}3\text{ cm}^2$	4	**L 2** **K 2** **K 5**
B 2.5	$A_{CDG} = A_{Sektor\,BCD} - A_{\Delta BCG}$ $A_{CDG} = \left(\dfrac{35{,}0°}{360°}\cdot 110{,}0^2\cdot\pi - 0{,}5\cdot 110{,}0\cdot 70{,}2\cdot\sin 35{,}0°\right)\text{cm}^2 \qquad A_{CDG} = 1481{,}2\text{ cm}^2$	2	**L 2** **K 2** **K 5**
B 2.6	$\dfrac{A_{Sektor\,BCA} - (A_{CDG} + A_{EAF} + A_{\Delta BGF})}{A_{CDG} + A_{EAF} + A_{\Delta BGF}}$ $A_{Sektor\,BCA} = \dfrac{105{,}0°}{360°}\cdot 110{,}0^2\cdot\pi\ \text{cm}^2 \qquad A_{Sektor\,BCA} = 11087{,}2\text{ cm}^2$ $A_{EAF} = A_{CDG}$ $\dfrac{11087{,}2 - (2\cdot 1481{,}2 + 1413{,}3)}{2\cdot 1481{,}2 + 1413{,}3} = 1{,}5$ Der helle Teil ist um mehr als $40\,\%$ größer als der dunkle Teil.	4	**L 2** **K 1** **K 2** **K 5**
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.