Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

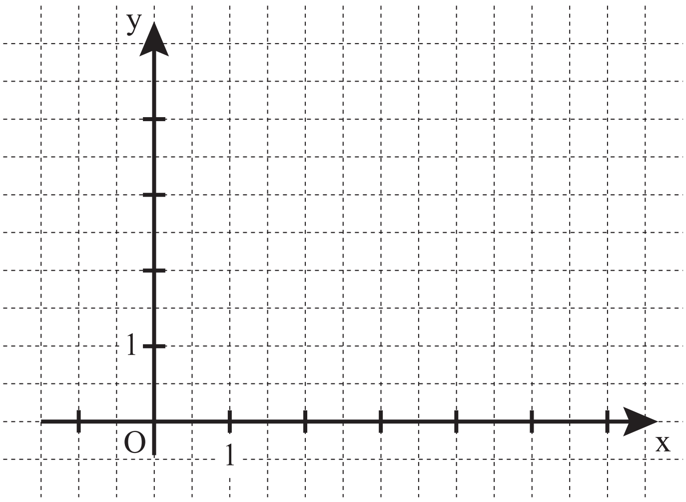
Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Die Punkte $A(2|0)$, $B(5|3)$ und C bilden das gleichseitige Dreieck ABC.



A 1.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC in das Koordinatensystem zu 1.0 ein. 1 P

A 1.2 Der Punkt B kann auf den Punkt C abgebildet werden. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.

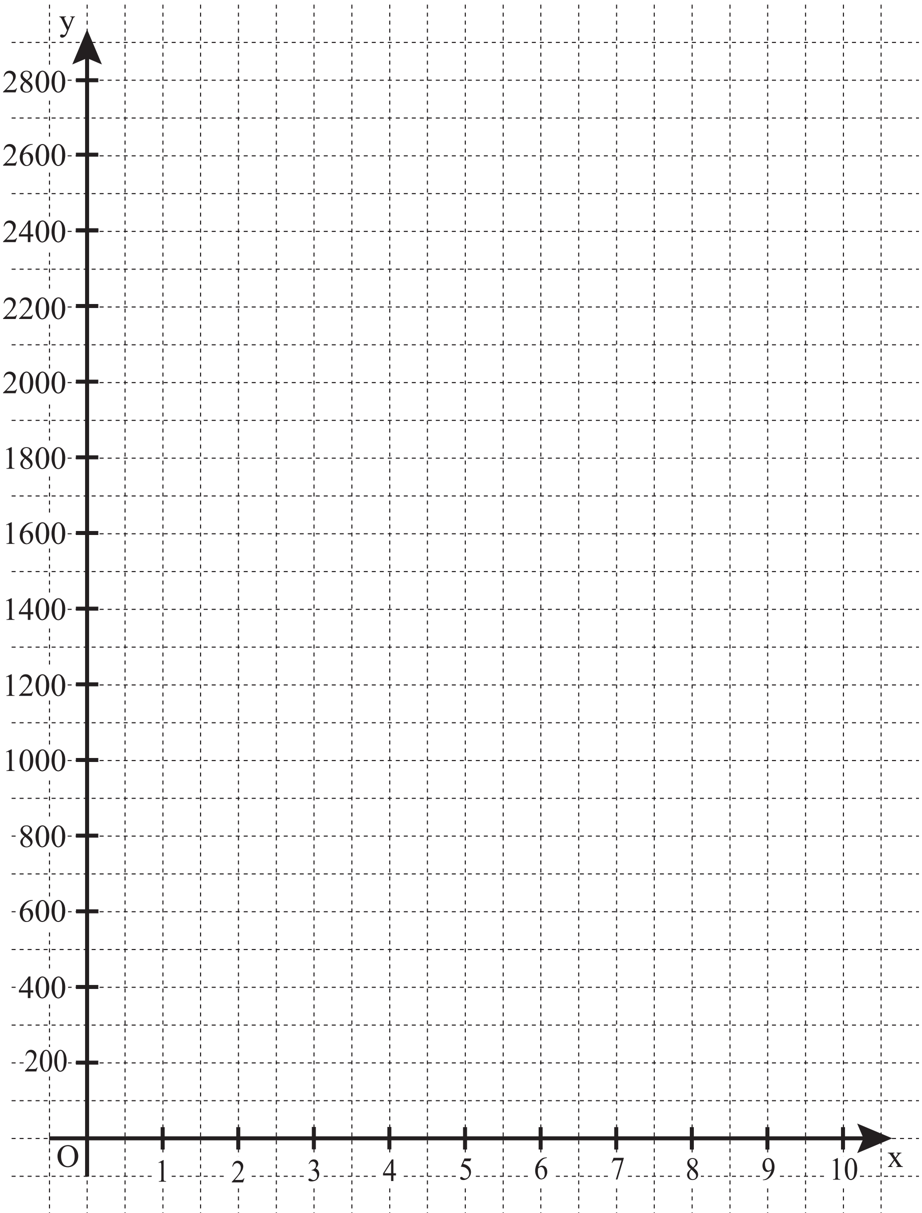
3 P

A 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks ABC. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.

1 P

A 2.0 Nachdem der nordamerikanische Waschbär nach Deutschland eingeschleppt worden war, konnte in einigen Gebieten festgestellt werden, dass die Anzahl der Waschbären jährlich um $27\ \%$ zunimmt.

A 2.1 Legt man dieses Wachstum zugrunde und geht von einem Anfangsbestand von 250 Waschbären in einem Beobachtungsgebiet am Jahresende 2012 aus, lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der von diesem Zeitpunkt an vergangenen Jahre und der Anzahl y der Tiere annähernd durch die Exponentialfunktion f mit der Gleichung $y = 250 \cdot 1{,}27^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$).
Zeichnen Sie den Graphen zu f für $x \in [0; 10]$ in das Koordinatensystem.



1 P

A 2.2 Ermitteln Sie mit Hilfe des Graphen zu f, um wie viele Tiere der Bestand an Waschbären bis zum Ende des Jahres 2020 voraussichtlich zunehmen wird.

2 P

A 2.3 Berechnen Sie, in welchem Jahr die Anzahl der Waschbären voraussichtlich erstmals größer als 4900 sein wird.

2 P

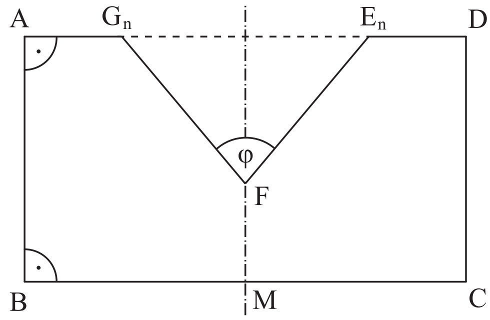
A 2.4 Ermitteln Sie durch Rechnung, am Ende welchen Jahres voraussichtlich erstmals über 900 Waschbären mehr als im Jahr zuvor registriert werden.

3 P

A 2.5 Durch die Zunahme des Waschbärenbestands in einem Gebiet ging die Anzahl an Kormoranen, einer Vogelart, von anfänglich 3600 Vögeln um jährlich $6\,\%$ zurück. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Jahre und der Anzahl y der Kormorane lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an.

1 P

A 3.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern sind achsensymmetrische Siebenecke $ABCDE_nFG_n$. Der Mittelpunkt M der Seite $[BC]$ und der Punkt F liegen auf der Symmetrieachse. Punkte G_n und E_n auf der Strecke $[AD]$ legen zusammen mit dem Punkt F Winkel E_nFG_n fest. Die Winkel E_nFG_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 112{,}62°[$.



Es gilt: $\sphericalangle MBA = 90°$; $\sphericalangle BAG_n = 90°$; $\overline{AB} = 5$ cm; $\overline{BC} = 9$ cm; $\overline{MF} = 2$ cm.

Die Skizze zeigt das Siebeneck $ABCDE_1FG_1$ für $\varphi = 80°$.

A 3.1 Begründen Sie durch Rechnung das Maß der oberen Intervallgrenze für φ.

1 P

A 3.2 Zeigen Sie, dass für das Volumen V der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = 9 \cdot \pi \cdot \left(11{,}25 - \tan^2 \frac{\varphi}{2}\right)$ cm³.

3 P

A 3.3 Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers für $\varphi = 100°$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

1 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2012
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Gerade h mit der Gleichung $y = \frac{4}{5}x$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ ist Symmetrieachse von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Die Diagonalen $[B_nD_n]$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ liegen auf der Geraden h. Die Punkte $A_n(x\,|\,2x+3,5)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 2x+3,5$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$. Die Abszisse der Punkte D_n ist stets um vier größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Dabei gilt: $x \in\,]-2,92; 3,92[$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -0,5$ und die Raute $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 2$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 8$; $-3 \leqq y \leqq 9$. 3 P

B 1.2 Zeigen Sie, dass für die Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $D_n(x+4\,|\,0,8x+3,2)$. Bestätigen Sie sodann durch Rechnung die untere Intervallgrenze $x = -2,92$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$. 2 P

B 1.3 Begründen Sie, warum sich für $[A_nD_n] \perp h$ die obere Intervallgrenze $x = 3,92$ ergibt und bestätigen Sie diese durch Rechnung. 2 P

B 1.4 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
[Ergebnis: $C_n(2,17x+3,41\,|\,0,54x-0,77)$] 3 P

B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n. 3 P

B 1.6 Die Seite $[C_3D_3]$ der Raute $A_3B_3C_3D_3$ verläuft senkrecht zur x-Achse.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D_3. 2 P

B 1.7 In der Raute $A_4B_4C_4D_4$ hat die Diagonale $[A_4C_4]$ die gleiche Länge wie die Seite $[A_4D_4]$. Begründen Sie, dass für die Diagonale $[B_4D_4]$ gilt: $\overline{B_4D_4} = \overline{A_4D_4} \cdot \sqrt{3}$. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2012

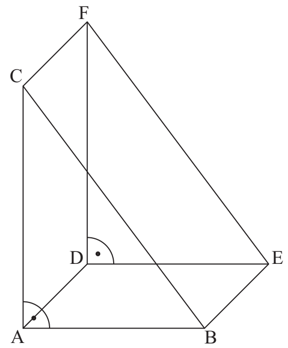
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF, dessen Grundfläche das rechtwinklige Dreieck ABC mit den Katheten $[AB]$ und $[AC]$ ist.
Es gilt: $\overline{AB} = \overline{AD} = 6\ \text{cm}$; $\overline{AC} = 8\ \text{cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Kante $[AB]$ auf der Schrägbildachse liegen soll (Lage des Prismas wie in der Skizze zu 2.0 dargestellt).
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[FE]$ und das Maß des Winkels AFE.
[Ergebnis: $\overline{FE} = 10\ \text{cm}$; $\sphericalangle\ AFE = 50{,}21°$] 4 P

B 2.2 Punkte Q_n liegen auf der Strecke $[FE]$. Die Winkel FQ_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in [64{,}90°;\ 129{,}79°[$. Die Punkte Q_n sind zusammen mit den Punkten A und F Eckpunkte von Dreiecken AQ_nF.
Zeichnen Sie das Dreieck AQ_1F für $\overline{FQ_1} = 4\ \text{cm}$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Begründen Sie sodann die Intervallgrenzen für φ. 3 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[FQ_n]$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{FQ_n}(\varphi) = \dfrac{10 \cdot \sin(50{,}21° + \varphi)}{\sin\varphi}\ \text{cm}$] 2 P

B 2.4 Die Punkte Q_n sind die Spitzen von Pyramiden $ADFQ_n$ mit der Grundfläche ADF und den Höhen $[P_nQ_n]$. Die Punkte P_n liegen auf der Strecke $[DF]$.
Zeichnen Sie die Pyramide $ADFQ_1$ und die Höhe $[P_1Q_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen V der Pyramiden $ADFQ_n$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \dfrac{48 \cdot \sin(50{,}21° + \varphi)}{\sin\varphi}\ \text{cm}^3$] 3 P

B 2.5 Das Volumen der Pyramide $ADFQ_2$ ist um $70\ \%$ kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF. Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

B 2.6 Die Höhe der Pyramide $ABEDQ_3$ mit der Grundfläche ABED hat das gleiche Maß wie die Höhe der Pyramide $ADFQ_3$. Begründen Sie, dass das Volumen der Pyramide $ABEDQ_3$ 1,5 mal so groß ist wie das Volumen der Pyramide $ADFQ_3$. 2 P

Bitte wenden!