Abschlussprüfung 2012

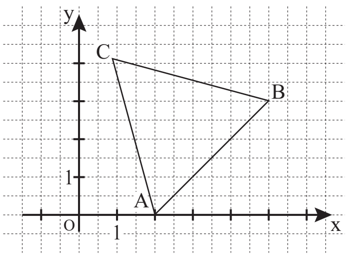
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgaben A 1-3 **Haupttermin**

EBENE GEOMETRIE

A 1.1 Zeichnung im Maßstab 1:2



Einzeichnen des Dreiecks ABC | 1 | L 3 K 4

A 1.2 $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5-2 \\ 3-0 \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} \cos 60° & -\sin 60° \\ \sin 60° & \cos 60° \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -1{,}1 \\ 4{,}1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{AC}$ $\qquad \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -1{,}1 \\ 4{,}1 \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 0{,}9 \\ 4{,}1 \end{pmatrix}$

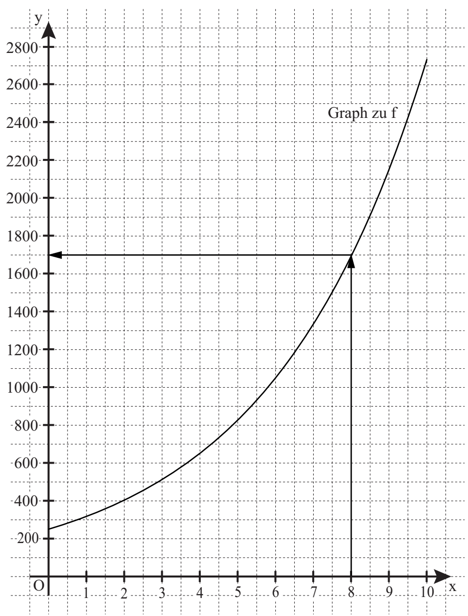
$C(0{,}9 \mid 4{,}1)$ | 3 | L 3 K 5

A 1.3 $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 3^2}$ LE $\qquad \overline{AB} = \sqrt{18}$ LE

$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \sin 60°$ $\qquad A = 7{,}8$ FE | 1 | L 2 K 5

FUNKTIONEN

A 2.1 Zeichnung im Maßstab 1:2



Einzeichnen des Graphen zu f | 1 | L 4 K 4

A 2.2 $x = 8 \quad y = 1700$ (im Rahmen der Ablesegenauigkeit) $1700 - 250 = 1450$ Der Bestand wird bis Ende 2020 voraussichtlich um 1450 Waschbären zunehmen.		2	L 4 K 4
A 2.3 $4900 = 250 \cdot 1{,}27^x$ … $\Leftrightarrow \quad x = 12{,}4$ Im Jahr 2025 (13. Jahr) wird es voraussichtlich erstmals über 4900 Waschbären geben.	$x \in \mathbb{R}^+$ $\mathbb{L} = \{12{,}4\}$	2	L 4 K 5
A 2.4 $250 \cdot 1{,}27^x = 250 \cdot 1{,}27^{x-1} + 900$ … $\Leftrightarrow \quad x = 11{,}8$ Am Ende des Jahres 2024 (zwölftes Jahr) werden voraussichtlich erstmals über 900 Waschbären mehr als im Jahr zuvor registriert.	$x \in \mathbb{R}^+$ $\mathbb{L} = \{11{,}8\}$	3	L 4 K 2 K 5
A 2.5 $y = 3600 \cdot 0{,}94^x$	$\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$	1	L 4 K 3
RAUMGEOMETRIE			
A 3.1 $\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{4{,}5}{3}$ $\varphi = 2 \cdot 56{,}31°$	$\varphi \in]0°;\ 180°[$ $\varphi = 112{,}62°$	1	L 2 K 1 K 5
A 3.2 $V = V_{Zylinder} - V_{Kegel}$ $V = (4{,}5\,\text{cm})^2 \cdot \pi \cdot 5\,\text{cm} - \frac{1}{3} \cdot \left(0{,}5 \cdot \overline{G_nE_n}\right)^2 \cdot \pi \cdot 3\,\text{cm}$ $\tan\frac{\varphi}{2} = \frac{0{,}5 \cdot \overline{G_nE_n}}{3\,\text{cm}}$ $0{,}5 \cdot \overline{G_nE_n} = 3\,\text{cm} \cdot \tan\frac{\varphi}{2}$ $V(\varphi) = \left(101{,}25 \cdot \pi - 9 \cdot \pi \cdot \tan^2\frac{\varphi}{2}\right)\text{cm}^3$ $V(\varphi) = 9 \cdot \pi \cdot \left(11{,}25 - \tan^2\frac{\varphi}{2}\right)\text{cm}^3$	 $\varphi \in]0°;\ 112{,}62°[$ $\varphi \in]0°;\ 112{,}62°[$	3	L 4 K 2 K 5
A 3.3 $V = 9 \cdot \pi \cdot \left(11{,}25 - \tan^2\frac{100°}{2}\right)\text{cm}^3$	$V = 277{,}93\,\text{cm}^3$	1	L 2 K 5
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2012

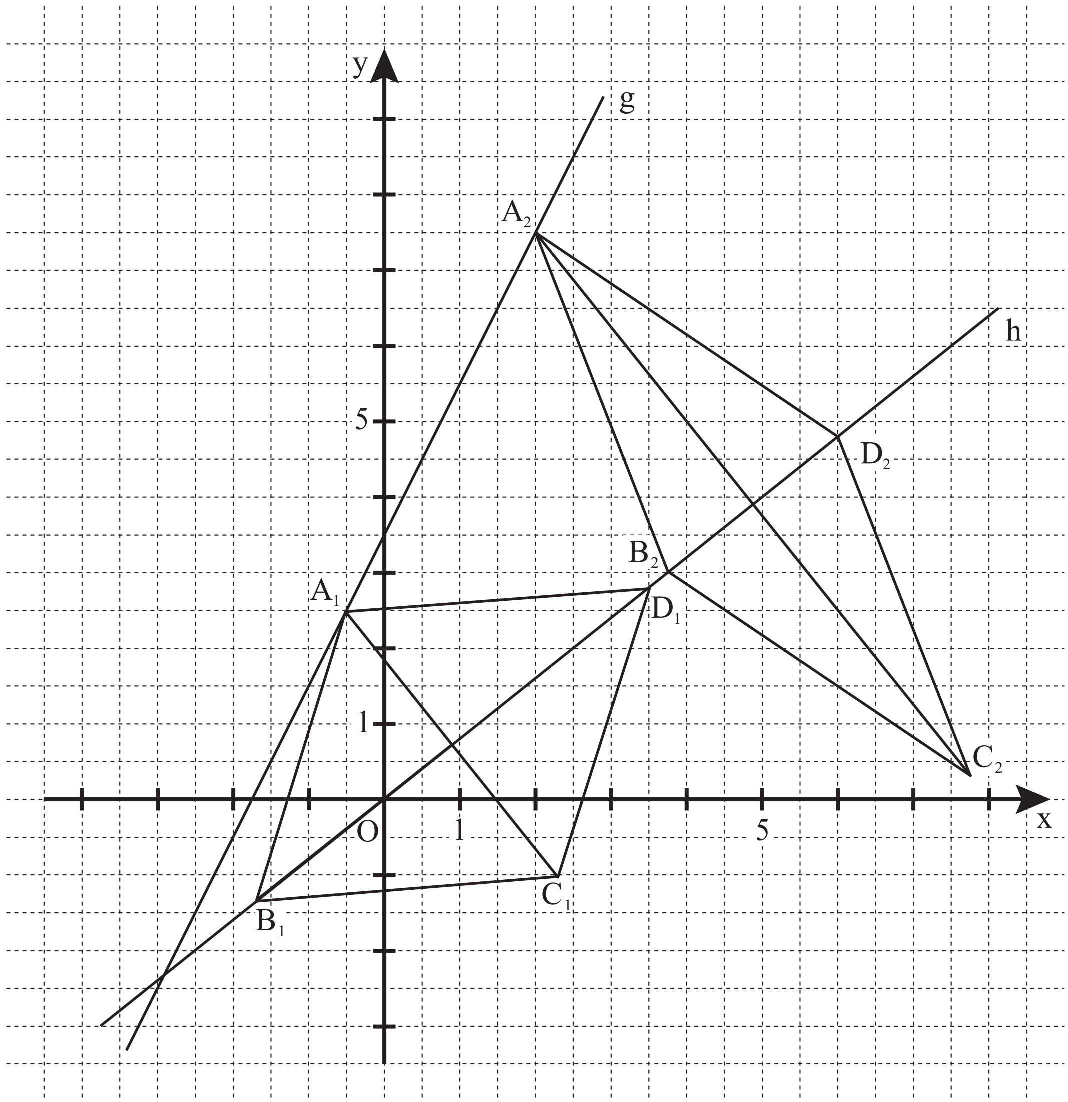
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

EBENE GEOMETRIE

B 1.1



Einzeichnen der Geraden g und h

Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ 3 L 3 K 4

B 1.2 $D_n\left(x+4 \mid \frac{4}{5}(x+4)\right)$ $D_n\left(x+4 \mid 0{,}8x+3{,}2\right)$ $x \in]-2{,}92; 3{,}92[$

Untere Intervallgrenze: $g \cap h$ $x \in \mathbb{R}$

$$2x+3{,}5=\frac{4}{5}x$$

$$\dots$$

$$\Leftrightarrow \quad x=-2{,}92$$

$\mathbb{L}=\{-2{,}92\}$

2 L 3 K 1 K 5

B 1.3 Für $[A_nD_n] \perp h$ liegen die Punkte B_n und D_n auf der Diagonalen $[A_nC_n]$.

Obere Intervallgrenze: $\overrightarrow{A_nD_n} \odot \overrightarrow{v_h} = 0$ $\quad x \in \mathbb{R}$

$$\begin{pmatrix} x+4-x \\ 0{,}8x+3{,}2-(2x+3{,}5) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$\dots$

$\Leftrightarrow \quad x = 3{,}92$ $\qquad \mathbb{L} = \{3{,}92\}$

2 — L 3 K 1 K 5

B 1.4 $A_n \xmapsto{h} C_n$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x \in \left]-2{,}92; 3{,}92\right[$

$\tan\varphi = \frac{4}{5}$ $\qquad \varphi = 38{,}66°$ $\qquad \varphi \in \left]0°; 90°\right[$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\cdot 38{,}66°) & \sin(2\cdot 38{,}66°) \\ \sin(2\cdot 38{,}66°) & -\cos(2\cdot 38{,}66°) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ 2x+3{,}5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2{,}17x+3{,}41 \\ 0{,}54x-0{,}77 \end{pmatrix}$$ $\qquad C_n(2{,}17x+3{,}41 \mid 0{,}54x-0{,}77)$

3 — L 4 K 2 K 5

B 1.5 $\overrightarrow{D_nA_n}(x) = \begin{pmatrix} -4 \\ 1{,}2x+0{,}3 \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{D_nC_n}(x) = \begin{pmatrix} 1{,}17x-0{,}59 \\ -0{,}26x-3{,}97 \end{pmatrix}$ $\qquad x \in \left]-2{,}92; 3{,}92\right[$

$A(x) = \begin{vmatrix} -4 & 1{,}17x-0{,}59 \\ 1{,}2x+0{,}3 & -0{,}26x-3{,}97 \end{vmatrix}$ FE $\qquad x \in \left]-2{,}92; 3{,}92\right[$

L 2 K 5

$\dots$

$\Leftrightarrow \quad A(x) = (-1{,}40x^2 + 1{,}40x + 16{,}06)$ FE

3 — L 4 K 2 K 5

B 1.6 $[C_3D_3] \perp x-\text{Achse} \ \Rightarrow\ x_D = x_C$ $\qquad x \in \left]-2{,}92; 3{,}92\right[$

$x + 4 = 2{,}17x + 3{,}41$

$\dots$

$\Leftrightarrow \quad x = 0{,}50$ $\qquad D_3(4{,}50 \mid 3{,}60)$

2 — L 3 K 2 K 5

B 1.7 Das Dreieck $A_4C_4D_4$ ist gleichseitig.

Somit gilt: $\frac{\overline{B_4D_4}}{2} = \frac{\overline{A_4D_4}}{2} \cdot \sqrt{3}$

$\overline{B_4D_4} = \overline{A_4D_4} \cdot \sqrt{3}$

2 — L 3 K 1 K 5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster
und Bewertung

Abschlussprüfung 2012

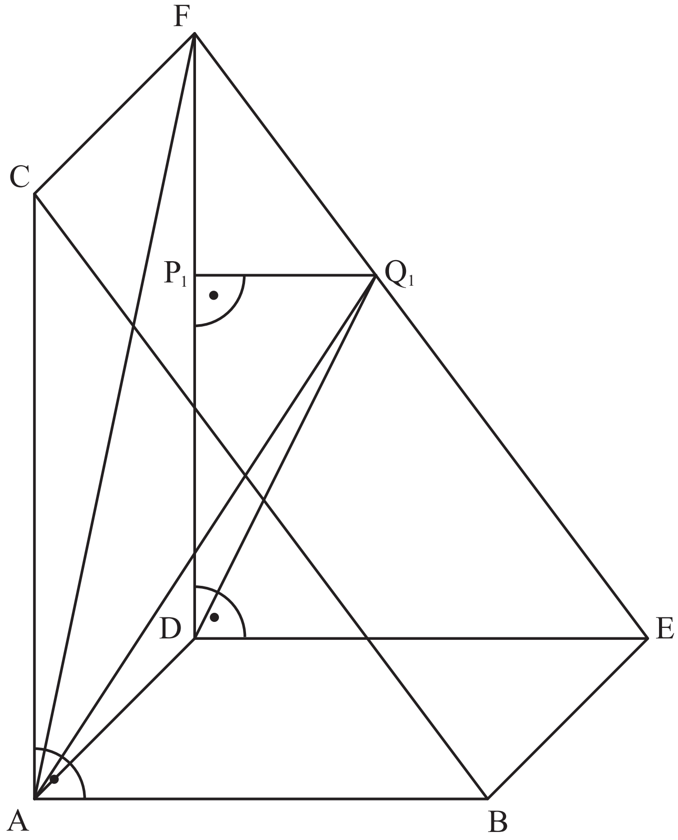
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 | **Haupttermin**

RAUMGEOMETRIE

B 2.1



L 3
K 4

$\overline{FE} = \sqrt{6^2 + 8^2}$ cm $\qquad \overline{FE} = 10$ cm

$\overline{AE}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FE}^2 - 2 \cdot \overline{AF} \cdot \overline{FE} \cdot \cos \sphericalangle AFE \qquad \sphericalangle AFE \in \left]0°; 180°\right[$

$\overline{AE} = \sqrt{6^2 + 6^2}$ cm $\qquad \overline{AE} = \sqrt{72}$ cm

$\overline{AF} = \sqrt{6^2 + 8^2}$ cm $\qquad \overline{AF} = 10$ cm

$$\cos \sphericalangle AFE = \frac{10^2 + 10^2 - \sqrt{72}^2}{2 \cdot 10 \cdot 10} \qquad \sphericalangle AFE = 50{,}21°$$

4 — L 2 K 5

B 2.2 Einzeichnen des Dreiecks AQ_1F — L 3 K 4

Für die obere Intervallgrenze gilt aufgrund der Innenwinkelsumme im Dreieck AEF: $\qquad \varphi < 180° - \sphericalangle AFE \qquad \varphi < 129{,}79°$

Für die untere Intervallgrenze gilt aufgrund der Gleichschenkligkeit des Dreiecks AEF: $\qquad \varphi = \frac{180° - \sphericalangle AFE}{2} \qquad \varphi = 64{,}90°$

$\varphi \in \left[64{,}90°; 129{,}79°\right[$ — 3 — L 3 K 1

B 2.3 $\dfrac{\overline{FQ_n}(\varphi)}{\sin\left(180^\circ-\left(50,21^\circ+\varphi\right)\right)}=\dfrac{\overline{AF}}{\sin\varphi}$ $\qquad\varphi\in\left[64,90^\circ;129,79^\circ\right[$ $\overline{FQ_n}(\varphi)=\dfrac{10\cdot\sin\left(50,21^\circ+\varphi\right)}{\sin\varphi}\text{ cm}$	2	L 4 K 2 K 5
B 2.4 Einzeichnen der Pyramide $ADFQ_1$		L 3 K 4
$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\overline{AD}\cdot\overline{DF}\cdot\overline{P_nQ_n}$ $\dfrac{\overline{P_nQ_n}}{\overline{DE}}=\dfrac{\overline{FQ_n}}{\overline{FE}}$ $\overline{P_nQ_n}(\varphi)=\dfrac{6\cdot\sin\left(50,21^\circ+\varphi\right)}{\sin\varphi}\text{ cm}$ $\qquad\varphi\in\left[64,90^\circ;129,79^\circ\right[$ $V(\varphi)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot6\cdot8\cdot\dfrac{6\cdot\sin\left(50,21^\circ+\varphi\right)}{\sin\varphi}\text{ cm}^3$ $\qquad\varphi\in\left[64,90^\circ;129,79^\circ\right[$ $V(\varphi)=\dfrac{48\cdot\sin\left(50,21^\circ+\varphi\right)}{\sin\varphi}\text{ cm}^3$	3	L 4 K 2 K 5
B 2.5 $V_{\text{Prisma ABCDEF}}=\frac{1}{2}\cdot6\cdot8\cdot6\text{ cm}^3$ $V_{\text{Prisma ABCDEF}}=144\text{ cm}^3$ $\dfrac{48\cdot\sin\left(50,21^\circ+\varphi\right)}{\sin\varphi}=0,30\cdot144$ $\qquad\varphi\in\left[64,90^\circ;129,79^\circ\right[$ $\dots$ $\Leftrightarrow\quad\varphi=71,30^\circ$ $\qquad\mathbb{L}=\{71,30^\circ\}$	3	L 4 K 2 K 5
B 2.6 Bei gleichen Höhen verhalten sich die Volumina der Pyramiden V_{ABEDQ_3} und V_{ADFQ_3} wie ihre Grundflächeninhalte A_{ABED} und A_{ADF}. $A_{ADF}=\frac{1}{2}\cdot6\cdot8\text{ cm}^2$ $\qquad A_{ADF}=24\text{ cm}^2$ $A_{ABED}=6\cdot6\text{ cm}^2$ $\qquad A_{ABED}=36\text{ cm}^2$ $\Rightarrow\quad A_{ABED}=1,5\cdot A_{ADF}$	2	L 3 K 1
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.