Abschlussprüfung Telekolleg/15
Fach: Mathematik am 8. Mai 2010 **Arbeitszeit: 180 Minuten**

Name des Prüflings: ______________________________

Maximale Punktzahl: 100	Erreichte Punktzahl: _____
	Note: _____

Zugelassene Hilfsmittel:
Taschenrechner (netzunabhängig, nicht programmierbar, nicht grafikfähig)
Formelsammlung

Aufgabenstellung:
Alle Aufgaben sind zu bearbeiten.

BE

Aufgabe I

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto f_a(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{x^2}{a} - 2x$ mit $a \in \mathbf{R} \wedge a \neq 0$ und $D_{f_a} = \mathbf{R}$. Der Graph der Funktion f_a wird mit G_{f_a} bezeichnet.

1.1 Berechnen Sie den Parameter a so, dass der Graph G_{f_a} an der Stelle $x_W = \frac{2}{3}$ einen Wendepunkt hat. 5

1.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass der Graph G_{f_a} für jeden Wert von a Extrempunkte besitzt. 5

1.3.0 Für die folgenden Teilaufgaben gilt a = 2. Die zugehörige Funktionsgleichung lautet:

$$f_2(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2x$$

1.3.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f_2. 4

1.3.2 Ermitteln Sie Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte des Graphen G_{f_2}. 7

1.3.3 Berechnen Sie die Gleichung der Tangente im Wendepunkt. 4

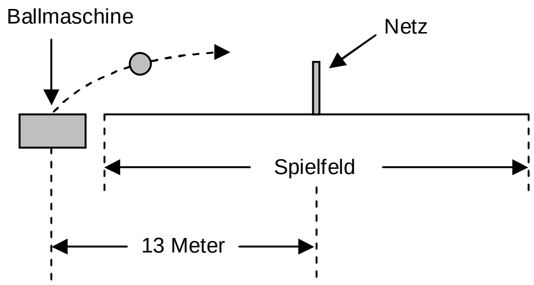
1.3.4 Zeichnen Sie den Graphen G_{f_2} und die Tangente im Wendepunkt mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse und einer geeigneten Wertetabelle im Bereich von $-3 \leq x \leq 5$ in ein kartesisches Koordinatensystem. 7
Maßstab auf beiden Koordinatenachsen: 1 LE = 1 cm

1.3.5 Der Graph G_{f_2} schließt mit der x-Achse im IV. Quadranten ein Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts. 5

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe I (Fortsetzung) BE

2.0 Zum Tennistraining wird eine Ballmaschine verwendet, die außerhalb des Tennisfeldes ebenerdig in den Boden eingelassen ist (siehe nebenstehende Skizze).



Sie schleudert aus 13 Meter Abstand zum Netz Bälle mit einer konstanten Anfangsgeschwindigkeit und gleich bleibendem Abwurfwinkel auf die gegenüberliegende Tennisfeldseite. Bezüglich eines kartesischen Koordinatensystems, dessen Ursprung im Abwurfpunkt der Ballmaschine liegt, hat die dabei entstehende Wurfparabel p eine Gleichung der Form $p(x) = -0{,}034x^2 + 0{,}58x$ mit $x \in \mathbf{R} \wedge x \geq 0$.

2.1 Berechnen Sie, wie viele Meter hinter dem Netz der Ball den Boden berührt. 4

2.2 Ermitteln Sie die Koordinaten des höchsten Punktes der Wurfparabel p. 3

2.3 Das Netz hat eine Höhe von 0,91 Meter. Bestimmen Sie den Abstand zwischen Ball und Netzoberkante, wenn der Ball das Netz überfliegt. 3

2.4 Berechnen Sie den Winkel gegenüber der Horizontalen, während der Ball das Tennisnetz überquert. 3

Summe Aufgabe I 50

Aufgabe II

1.0 In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(-2; 3; 1)$, $B_k(2; k; 0)$, $C(1; 0; 4)$ und $D(3; -1; 2)$ mit $k \in \mathbf{R}$ gegeben.

1.1 Die Punkte A und C legen die Gerade g fest. Zeigen Sie, dass für keinen Wert von k der Punkt B_k auf der Geraden g liegt. 5

1.2 Die Punkte A, B_k und C sind die Eckpunkte eines Dreiecks AB_kC. Berechnen Sie die Längenmaßzahl der Dreiecksseite $[AC]$. 2

1.3 Berechnen Sie den Wert von k so, dass die Vektoren $\overrightarrow{AB_k}$ und $\overrightarrow{AC}$ zueinander senkrecht stehen. 4

1.4 Für k = 3 ergibt sich der Punkt $B_3(2; 3; 0)$. Berechnen Sie den Winkel, den die Vektoren $\overrightarrow{AB_3}$ und $\overrightarrow{AC}$ miteinander einschließen. 3

1.5.0 Die Vektoren $\overrightarrow{AB_3}$ und $\overrightarrow{AC}$ legen eine Ebene e fest.

1.5.1 Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene e in Parameterform und Normalenform. [mögliches Teilergebnis: $e: x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 17 = 0$] 6

1.5.2 Zeigen Sie, dass der Punkt D nicht in der Ebene e liegt. 2

1.5.3 Berechnen Sie den Abstand des Punktes D von der Ebene e. 3

Summe Aufgabe II 25

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe III | BE

1.0 Die Mitarbeiter einer Firma besuchen eine Fortbildung. Von den 15 Personen nimmt die Bedienung mittels einer Strichliste folgende erste Getränkebestellung auf:

Alkoholfreies Bier (B):	~~IIII~~II
Limonade (L):	IIII
Mineralwasser (M):	I
Wein (W):	III

1.1 Fertigen Sie eine Rangwertliste für die absoluten Häufigkeiten der einzelnen Getränkesorten an. 3

1.2 Erstellen Sie eine Tabelle für die relativen Häufigkeiten der einzelnen Getränkesorten und stellen Sie diese in einem Säulendiagramm grafisch dar. 4

1.3.0 Die Mitarbeiter konsumieren während des Tages eine Vielzahl an Getränken. Die Bedienung weiß nicht mehr, wie viele alkoholfreie Biere die einzelnen Personen zu bezahlen haben. Das Ergebnis der Befragung der 15 Personen ist in folgender Tabelle dargestellt.

Person	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Anzahl der alkoholfreien Biere	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	5

1.3.1 Berechnen Sie das zur Tabelle gehörige arithmetische Mittel. 2

1.3.2 Bestimmen Sie den Median und den Modalwert der Tabelle. 2

1.4.0 Jeder Firmenmitarbeiter bestellt 3-mal ein Getränk. Die Verteilung von alkoholischen (A) und nicht-alkoholischen $(\overline{A})$ Getränken bleibt in jeder Bestellrunde gleich. Es gilt: $P(A) = \frac{1}{5}$

1.4.1 Fertigen Sie ein Baumdiagramm mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten für die 3 Bestellrunden an. 3

1.4.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person nach 3 Bestellrunden kein alkoholisches Getränk bestellt hat. 2

1.4.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person nach 3 Bestellrunden genau zweimal ein alkoholisches Getränk bestellt hat. 3

2.0 In einem Wellnesshotel werden für Frauen (F) und Männer (M) die Aktivitäten Radfahren (R) und Schwimmen (S) angeboten. Die Gäste wählen die angebotenen Aktivitäten Radfahren und Schwimmen zu gleichen Teilen. 40 Prozent der Gäste sind Männer. Von den Frauen fahren 30 Prozent Rad.

2.1 Fertigen Sie eine Vierfeldertafel mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten an. 4

2.2 Ermitteln Sie mit Hilfe der Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass ein Mann mit dem Rad fährt bzw. eine Frau schwimmt. 2

Summe Aufgabe III 25

Gesamt 100