

# **Abschlussprüfung Telekolleg/15**

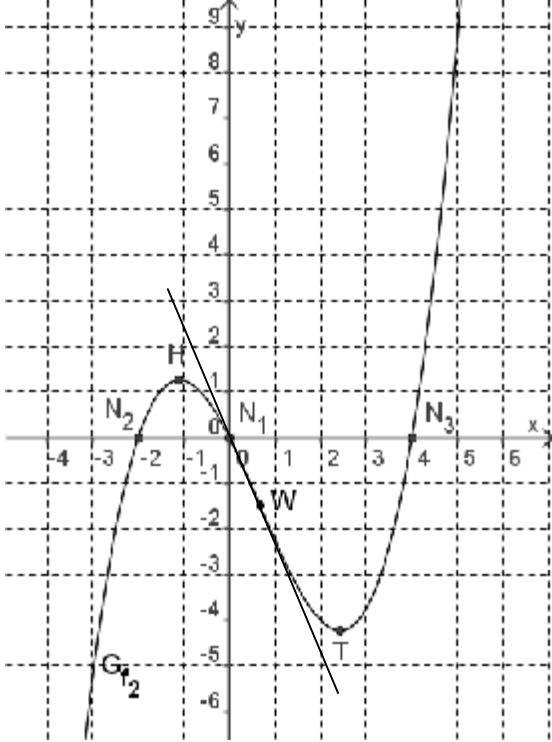
**Fach: Mathematik**

## **Lösungsvorschlag**

Termin: 8. Mai 2010

Arbeitszeit: 180 Minuten

Aufgabe I		BE
1.1	$f_a'(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{a}x - 2; \quad f_a''(x) = \frac{6}{4}x - \frac{2}{a}$ $f_a''\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \Rightarrow \frac{6}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{a} = 0 \Rightarrow \frac{2}{a} = 1 \Rightarrow a = 2$	5
1.2	$f_a'(x) = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{a}x - 2 = 0$ $D = \frac{4}{a^2} - 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot (-2) = \frac{4}{a^2} + 6 > 0 \text{ für alle } a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \Rightarrow \text{Behauptung}$	5
1.3.1	$f_2(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x \cdot \left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -2; x_3 = 4$	4
1.3.2	$f_2'(x) = \frac{3}{4}x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_{4,5} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 0,75 \cdot (-2)}}{2 \cdot 0,75} \Rightarrow x_4 \approx 2,43; x_5 \approx -1,10$ $f_2''(x) = \frac{3}{2}x - 1$ $f_2''(2,43) = \frac{3}{2} \cdot 2,43 - 1 > 0 \Rightarrow T(2,43; -4,23)$ $f_2''(-1,1) = \frac{3}{2} \cdot (-1,1) - 1 < 0 \Rightarrow H(-1,10; 1,26)$	7
1.3.3	$f_2''(x) = \frac{3}{2}x - 1 = 0 \Rightarrow x_w = \frac{2}{3} \text{ (einfach)} \Rightarrow W\left(\frac{2}{3}; -\frac{40}{27}\right)$ $f_2'\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{3} - 2 = -\frac{7}{3};$ <p>Wendetangente: <math>y = m \cdot x + t</math> mit <math>W\left(\frac{2}{3}; -\frac{40}{27}\right); m = -\frac{7}{3}</math></p> $-\frac{40}{27} = \left(-\frac{7}{3}\right) \frac{2}{3} + t \Rightarrow t = \frac{2}{27}$ <p>Wendetangente: <math>y = -\frac{7}{3}x + \frac{2}{27}</math></p>	4

1.3.4		7
1.3.5	$A = \left  \int_0^4 \left( \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x \right) dx \right  = \left  \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^4 \right $ $= \left  \left[ \frac{1}{16}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - x^2 \right]_0^4 \right  = \left  \left( \frac{1}{16} \cdot 4^4 - \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 \right) - 0 \right  = \left  -10 \frac{2}{3} \right  = 10 \frac{2}{3}$	5
2.1	$p(x) = 0 \Rightarrow -0,034x^2 + 0,58x = 0 \Rightarrow (x_1 = 0 \text{ knif.}); x_2 \approx 17,06$ Abstand hinter dem Netz: $a_1 = (17,06 - 13,00) \text{ m} = 4,06 \text{ m}$	4
2.2	$y'(x) = -0,068x + 0,58 = 0 \Rightarrow x_s \approx 8,53; y_s \approx 2,47$	3
2.3	$y(13) = 0,58 \cdot 13 - 0,034 \cdot 13^2 \approx 1,79$ Abstand zur Netzkante: $a_2 = 1,79 \text{ m} - 0,91 \text{ m} = 0,88 \text{ m}$	3
2.4	$\tan \alpha = y'(13) \Rightarrow \tan \alpha = -0,068 \cdot 13 + 0,58 \Rightarrow \tan \alpha = -0,304$ $\Rightarrow \alpha_1 \approx -16,91^\circ \text{ (knif.)}; \alpha_2 \approx 180^\circ - 16,91^\circ = 163,09^\circ$	3
	Summe Aufgabel	50

Aufgabe II		
1.1	$\vec{g}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $B_k \text{ in } g: \begin{pmatrix} 2 \\ k \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 = -2 + 3\mu \Rightarrow \mu = \frac{4}{3} \\ k = 3 - 3\mu \Rightarrow \mu = \frac{3-k}{3} \\ 0 = 1 + 3\mu \Rightarrow \mu = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Widers.} \Rightarrow \text{Beh.}$	5
1.2	$ \overrightarrow{AC}  = \left  \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \right  = \sqrt{9+9+9} = 3\sqrt{3}$	2
1.3	$\overrightarrow{AB_k} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ k - 3 \\ 0 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ k - 3 \\ -1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} \circ \overrightarrow{AB_k} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ k - 3 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow k = 6$	4
1.4	$\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{4^2 + 0^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-3)^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{27}} \Rightarrow \varphi \approx 65,16^\circ$	3
1.5.1	$\vec{e}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot 3 - (-1) \cdot (-3) \\ (-1) \cdot 3 - 4 \cdot 3 \\ 4 \cdot (-3) - 0 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -15 \\ -12 \end{pmatrix} = -3 \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ $e: 1 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 + n_0 = 0 \quad \text{mit } A(-2; 3; 1)$ $e: 1 \cdot (-2) + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 1 + n_0 = 0 \Rightarrow n_0 = -17$ $e: x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 17 = 0$	6
1.5.2	$D \text{ in } e: 1 \cdot 3 + 5 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 - 17 = 0 \Rightarrow -11 = 0 \text{ (Widerspruch)} \Rightarrow \text{Beh.}$	2
1.5.3	$\ell: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}; \ell \cap e: (3 + \sigma) + 5(-1 + 5\sigma) + 4(2 + 4\sigma) - 17 = 0 \Rightarrow \sigma = \frac{11}{42}$ $ \overrightarrow{DL}  = \left  \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{11}{42} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right  = \left  \frac{11}{42} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} \right  = \frac{11}{42} \sqrt{42} \approx 1,70 \text{ LE}$	3
Summe Aufgabe II		25

Aufgabe III																	
1.1	<div>Rangwertliste:<table><tr><th>Rangnummer</th><th>Getränke</th><th>absolute Häufigkeit</th></tr><tr><td>1</td><td>B</td><td>7</td></tr><tr><td>2</td><td>L</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>W</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>M</td><td>1</td></tr></table></div>	Rangnummer	Getränke	absolute Häufigkeit	1	B	7	2	L	4	3	W	3	4	M	1	3
Rangnummer	Getränke	absolute Häufigkeit															
1	B	7															
2	L	4															
3	W	3															
4	M	1															
1.2	<div><div>Tabelle:<table><tr><th>Getränke</th><th>relative Häufigkeit</th></tr><tr><td>B</td><td><math>\frac{7}{15} \approx 0,47</math></td></tr><tr><td>L</td><td><math>\frac{4}{15} \approx 0,27</math></td></tr><tr><td>W</td><td><math>\frac{3}{15} = 0,2</math></td></tr><tr><td>M</td><td><math>\frac{1}{15} \approx 0,07</math></td></tr></table></div><div>Säulendiagramm:</div></div>	Getränke	relative Häufigkeit	B	$\frac{7}{15} \approx 0,47$	L	$\frac{4}{15} \approx 0,27$	W	$\frac{3}{15} = 0,2$	M	$\frac{1}{15} \approx 0,07$	4					
Getränke	relative Häufigkeit																
B	$\frac{7}{15} \approx 0,47$																
L	$\frac{4}{15} \approx 0,27$																
W	$\frac{3}{15} = 0,2$																
M	$\frac{1}{15} \approx 0,07$																
1.3.1	$\bar{x} = \frac{1}{15} \cdot (0 + 0 + 0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5) = \frac{1}{15} \cdot 29 \approx 1,93$	2															
1.3.2	$x_{\text{med}} = 2 \qquad x_{\text{mod}} = 1$	2															
1.4.1	<div>Baumdiagramm:</div>	3															
1.4.2	$P(\overline{AAA}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$	2															
1.4.3	$P(A\overline{AA}) + P(\overline{A}AA) + P(\overline{AA}A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{12}{125} = 0,096$	3															

2.1	<div>Vierfeldertafel:</div> <table><tr><td></td><td>F</td><td>M</td><td></td></tr><tr><td>R</td><td>0,18</td><td>0,32</td><td>0,5</td></tr><tr><td>S</td><td>0,42</td><td>0,08</td><td>0,5</td></tr><tr><td></td><td>0,6</td><td>0,4</td><td>1</td></tr></table>		F	M		R	0,18	0,32	0,5	S	0,42	0,08	0,5		0,6	0,4	1	4
	F	M																
R	0,18	0,32	0,5															
S	0,42	0,08	0,5															
	0,6	0,4	1															
2.2	<div><math>P(M \cap R) = 0,32</math> <math>P(F \cap S) = 0,42</math></div>	2																
	Summe Aufgabe III	25																
	Gesamt	100																