Abschlussprüfung Telekolleg/16 **Fach: Mathematik am 19. Mai 2012 Arbeitszeit: 180 Minuten**	
Name des Prüflings: ______________________________	
Maximale Punktzahl: 100	Erreichte Punktzahl: _____
	Note: _____
Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner (netzunabhängig, nicht programmierbar, nicht grafikfähig) Formelsammlung	
Aufgabenstellung: Alle Aufgaben sind zu bearbeiten.	

Aufgabe I

BE

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto f_a(x)$ mit

$f_a(x) = \frac{1}{3}\left(2x^3 - 6ax^2 + 4a^3\right)$; $a \in \mathbb{R}^+$; $D_{f_a} = \mathbb{R}$

Der Graph einer solchen Funktion f_a in einem rechtwinkligen Koordinatensystem heißt G_{f_a}.

1.1 Bestimmen Sie Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte des Graphen G_{f_a} in Abhängigkeit von a. 6

1.2 Berechnen Sie nun a so, dass die Tangente an den zugehörigen Graphen G_{f_a} an der Stelle $x_0 = 1$ parallel zur Geraden g mit der Gleichung $2y + 4x - 6 = 0$ verläuft. 3

1.3.0 Für die folgenden Aufgaben sei $a = 1$.

Zur Funktion f_1 gehört der Term $f_1(x) = \frac{1}{3}\left(2x^3 - 6x^2 + 4\right)$.

1.3.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen G_{f_1} mit den Koordinatenachsen. 6

1.3.2 Bestimmen Sie die Koordinaten des Wendepunkts des Graphen G_{f_1}. 3

[Teilergebnis: $x_W = 1$]

1.3.3 Zeichnen Sie den Graphen G_{f_1} mit Hilfe bisheriger Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte für $-1 \le x \le 3$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem. 6

Maßstab auf beiden Achsen: $1\text{LE} = 2\text{cm}$.

2.0 Die Parabel G_P ist der Graph der quadratischen Funktion $p : x \mapsto p(x)$; $D_P = \mathbb{R}$.

Die Parabel besitzt den Scheitelpunkt $S\left(0; \frac{4}{3}\right)$ und schneidet die x-Achse an der Stelle $x_0 = 2$.

2.1 Bestimmen Sie den Funktionsterm $p(x)$. 4

[Ergebnis: $p(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}$]

2.2 Zeichnen Sie die Parabel G_p für $-3 \le x \le 3$ in das Koordinatensystem der Teilaufgabe 1.3.3 ein. 3

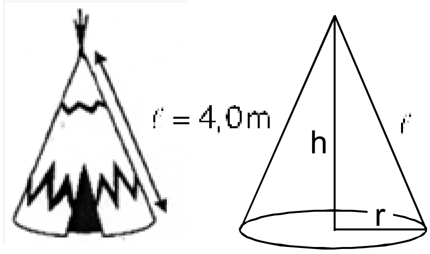
2.3 Berechnen Sie die Schnittstellen der Graphen G_p und G_{f_1}. 3

2.4 Die Parabel G_p und der Graph G_{f_1} schließen ein endliches Flächenstück ein. Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück im Koordinatensystem der Teilaufgabe 1.3.3 und berechnen Sie die Maßzahl seines Inhalts. 5

Fortsetzung nächste Seite!

3.0 Ein Indianerzelt hat die Form eines geraden Kreiskegels, dessen Mantellinie die Länge $\ell = 4{,}0\,\text{m}$ (siehe untenstehende Skizzen) hat. Das Zelt besitzt ein Innenvolumen V, das bei gleichbleibender Länge ℓ in Abhängigkeit von der Höhe h dargestellt werden kann.
Hinweise:

- Führen Sie die folgenden Rechnungen ohne Einheiten durch.
- Kegelvolumen: $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$



3.1 Zeigen Sie, dass für das Innenvolumen V in Abhängigkeit von h gilt: $V(h) = -\frac{1}{3}\pi h^3 + \frac{16}{3}\pi h$. Geben Sie für die Funktion V eine sinnvolle Definitionsmenge an. 4

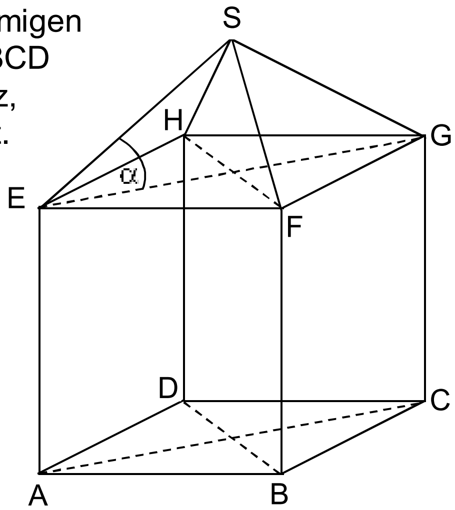
3.2 Das Zelt soll so aufgestellt werden, dass das Volumen V seinen größten Wert annimmt. Berechnen Sie die Höhe h und das maximale Volumen V_m auf eine Dezimalstelle genau. 7

Summe Aufgabe I 50

Aufgabe II

1.0 Ein Transformatorhaus besitzt einen quaderförmigen Grundkörper mit quadratischer Grundfläche ABCD und als Dach einen pyramidenförmigen Aufsatz, der aus vier flächengleichen Dreiecken besteht. Die Spitze S liegt genau über dem Mittelpunkt der Grundfläche.

Gegeben sind die Koordinaten der Eckpunkte A(1; 3; 2), B(4; 3; 2), D(1; 6; 2), E(1; 3; 6), F(4; 3; 6) und S(2,5; 4,5; 7) (siehe Skizze).



1.1 Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte C und G. 4
[Teilergebnis: G(4; 6; 6)]

1.2 Berechnen Sie den Winkel α zwischen der Strecke [ES] und der Strecke [EG]. 4

1.3 Berechnen Sie die Maßzahl der Gesamtfläche des Daches. 4

2.0 Die Punkte E, F und S bestimmen die Ebene E_1.

2.1 Ermitteln Sie je eine Gleichung der Ebene E_1 in Parameterform und Normalenform. 5
[mögliches Teilergebnis: E_1: $-2x_2 + 3x_3 - 12 = 0$]

2.2 Bei Regen tritt durch ein punktförmiges Loch L in der Dachfläche EFS Wasser ein, das auf der Bodenfläche ABCD im Punkt R(3; 3,5; 2) senkrecht unter L auftrifft. Berechnen Sie die Koordinaten von L. 5

2.3 Gegeben ist die Punktmenge $P_k(5; 2k; k)$ mit $k \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie den Wert k so, dass der zugehörige Punkt P_k auf der Ebene E_1 liegt. 3

Summe Aufgabe II 25

Fortsetzung nächste Seite!

Aufgabe III | BE

1.0 Bei der Produktion von Messwiderständen ergibt eine Stichprobe für die Qualitätskontrolle die folgenden Widerstandswerte R in Ohm [Ω]. Diese Werte sind in der Tabelle mit den beobachteten, absoluten Häufigkeiten aufgelistet.

R in Ω	995	996	998	999	1000	1001	1002	1004
Absolute Häufigkeiten	1	4	4	5	13	16	5	2

1.1 Bestimmen Sie die Spannweite und den Modalwert der Tabelle. 2

1.2 Erstellen Sie eine Rangwertliste mit den relativen Häufigkeiten der einzelnen Widerstandswerte. 3

1.3 Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Widerstandswerte. 2

1.4 Von den 50 in der Qualitätskontrolle untersuchten Widerständen werden zufällig zwei Widerstände nacheinander, ohne Zurücklegen aus einer Schachtel entnommen. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Widerstände einen Widerstandswert von R = 1001 Ω besitzen. 3

2.0 Ein Produktionsbetrieb bekommt 50 elektronische Geräte einer Warenlieferung zurückgesendet. Die Prüfung der 50 Geräte ergibt, dass 10 Akkus und 38 Ein-Aus-Schalter defekt sind. Bei der Prüfung wird zunächst der Akku überprüft. Bei der anschließenden Prüfung der Schalter werden bei den Geräten mit intaktem Akku 36 defekte Schalter festgestellt. Betrachtet werden die Ereignisse
A: „Akku in Ordnung“
und
S: „Schalter in Ordnung“.

2.1 Stellen Sie den beschriebenen Sachverhalt in einer Vierfeldertafel dar. 5

2.2 Ermitteln Sie die relative Häufigkeit dafür, dass genau einer der Defekte auftritt. 3

2.3 Zeigen Sie, dass gilt: $P_{\overline{A}}(S) = 0{,}8$ und zeichnen Sie ein Baumdiagramm, das den Prüfvorgang darstellt. Tragen Sie alle Pfadwahrscheinlichkeiten ein und geben Sie die relativen Häufigkeiten aller Elementarereignisse an. 7

Summe Aufgabe III 25

Gesamt 100