

Fachabiturprüfung 2013
an Fachoberschulen und Berufsoberschulen

M A T H E M A T I K

Nichttechnische Ausbildungsrichtungen

Dienstag, 04. Juni 2013, 9.00 – 12.00 Uhr

Die Schülerinnen und Schüler haben je eine Aufgabe aus den Aufgabengruppen A und S zu bearbeiten. Die Auswahl trifft die Schule.

Aufgabengruppe A

A I

- 1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto \frac{1}{12}(x^3 - 2ax^2 + a^2x)$ mit $x, a \in \mathbb{R}$ und $a \geq 0$.
- 1.1 Bestimmen Sie die Nullstellen von f_a sowie deren Vielfachheit in Abhängigkeit von a . (5 BE)
- 1.2 Ermitteln Sie in Abhängigkeit von a Art und Koordinaten der Punkte des Graphen von f_a mit waagrechter Tangente. (9 BE)

Für alle folgenden Teilaufgaben ist $a = 6$: $f_6(x) = \frac{1}{12}x^3 - x^2 + 3x$

f_6 wird im Folgenden kurz mit f bezeichnet.

- 1.3 Bestimmen Sie die maximalen Krümmungsintervalle und berechnen Sie die Koordinaten des Wendepunktes des Graphen G_f . (6 BE)
- 1.4 Zeichnen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse den Graphen G_f für $-1 \leq x \leq 8$ in ein Koordinatensystem. (4 BE)
- 1.5 Gegeben ist weiterhin die Ursprungsgerade G_g , welche den Graphen G_f im Hochpunkt $HP(2 | y_{HP})$ schneidet. Zeichnen Sie die Gerade in das vorhandene Koordinatensystem ein und bestimmen Sie ihre Gleichung. (3 BE)
- 1.6 Die Gerade G_g , die x -Achse und der Graph von f schließen im I. Quadranten ein Flächenstück ein. Markieren Sie diese Fläche im vorhandenen Koordinatensystem und berechnen Sie die zugehörige Flächenmaßzahl. (6 BE)
- 1.7 Gegeben ist nun die abschnittsweise definierte Funktion h durch
- $$h(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}x & \text{für } x < 3 \\ f(x) & \text{für } x \geq 3 \end{cases}$$
- Markieren Sie G_h im vorhandenen Diagramm mit Farbe. Treffen Sie mithilfe des Graphen G_h eine Aussage über Stetigkeit und Differenzierbarkeit von h an der Nahtstelle. Belegen Sie anschließend Ihr Ergebnis rechnerisch. (6 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite

Fortsetzung A I

- 2.0 Von einer ganzrationalen Funktion k mit der Definitionsmenge $D_k = \mathbb{R}$ ist Folgendes bekannt:

$$k''(x) > 0 \text{ für } x \in]-\infty; -2[\text{ sowie für } x \in]0; \infty[$$

$$k''(x) < 0 \text{ für } x \in]-2; 0[$$

$$k'(0) = 0 \wedge k''(0) = 0 \wedge k'''(0) \neq 0$$

- 2.1 Beschreiben Sie die daraus resultierenden Eigenschaften des Graphen G_k in Worten. (5 BE)

- 2.2 Fertigen Sie mithilfe der bisherigen Angaben und Ergebnisse eine aussagekräftige Skizze von G_k an, wenn der Graph durch den Ursprung verläuft, einen Tiefpunkt bei $x = -3$ besitzt und die Funktion k den Grad 4 hat. (3 BE)

- 3.0 Bei einem Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge a wird von der Ecke D ausgehend je eine Strecke der Länge x mit $0 < x < a$ in Richtung A bis zum Punkt E und in Richtung C bis zum Punkt F abgetragen. Dann wird das Quadrat längs EF so gefaltet, dass das Dreieck FDE senkrecht zum ursprünglichen Quadrat steht. Die hochstehende Ecke D bildet mit den Punkten A, B, C, F und E eine Pyramide mit fünfeckiger Grundfläche.

- 3.1 Fertigen Sie eine Skizze des Quadrates $ABCD$ mit den in 3.0 gegebenen Punkten und Strecken an. (2 BE)

- 3.2 Stellen Sie das Volumen $V_a(x)$ der entstehenden Pyramide in Abhängigkeit von x dar. Die Höhe der Pyramide h ist gegeben durch $h = \frac{\sqrt{2}}{2}x$. (4 BE)

$$[\text{Mögliches Ergebnis: } V_a(x) = \frac{\sqrt{2}}{12}(2a^2x - x^3)]$$

- 3.3 Bestimmen Sie x so, dass das Volumen der Pyramide den absolut größten Wert annimmt. Berechnen Sie für diesen Fall und mit $a = 3$ Volumen und Höhe der Pyramide. (7 BE)

Aufgabengruppe A

A II

- 1.0 Der Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$ berührt die x -Achse bei $x = -1$ und schneidet die y -Achse bei $y = 2$. Die Tangente an den Graphen G_f für $x = 2$ hat die Steigung $m = -9$.
- 1.1 Begründen Sie, dass die zugehörige ganzrationale Funktion nicht 2. Grades sein kann. (3 BE)
- 1.2 Bestimmen Sie den Funktionsterm $f(x)$ der ganzrationalen Funktion f dritten Grades.
[Ergebnis: $f(x) = -x^3 + 3x + 2$] (7 BE)
- 1.3 Weisen Sie durch entsprechende Berechnungen nach, dass die Gerade G_g mit $g(x) = 4$ Tangente an den Graphen G_f im Hochpunkt von G_f ist und ermitteln Sie die Koordinaten des weiteren gemeinsamen Punktes von G_g und G_f . (8 BE)
- 1.4 Zeichnen Sie den Graphen G_f sowie die Gerade G_g im Bereich $-2 \leq x \leq 2$ mithilfe vorliegender Ergebnisse in ein Koordinatensystem. (4 BE)
- 1.5 Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts für das Flächenstück F_1 , welches der Graph G_f und die Gerade G_g mit der y -Achse im II. Quadranten einschließen. (4 BE)
- 1.6 Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts für das Flächenstück F_2 , welches der Graph G_f mit den Koordinatenachsen im I. Quadranten einschließt. Vergleichen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts von F_1 und F_2 . Welche Vermutung legt das Ergebnis bezüglich des Punktes $P(0|2)$ nahe? (5 BE)
- 2.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_t(x) = -(x+1)^2(x-t)$; $D_{f_t} = \mathbb{R}$; $t \in \mathbb{R}$.
- 2.1 Bestimmen Sie die Nullstellen von f_t sowie deren Vielfachheit in Abhängigkeit von t . (4 BE)
- 2.2 Argumentieren Sie mithilfe der bisher bekannten Eigenschaften, dass die Funktion f aus Aufgabe 1 zur Funktionenschar f_t gehört. (4 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite

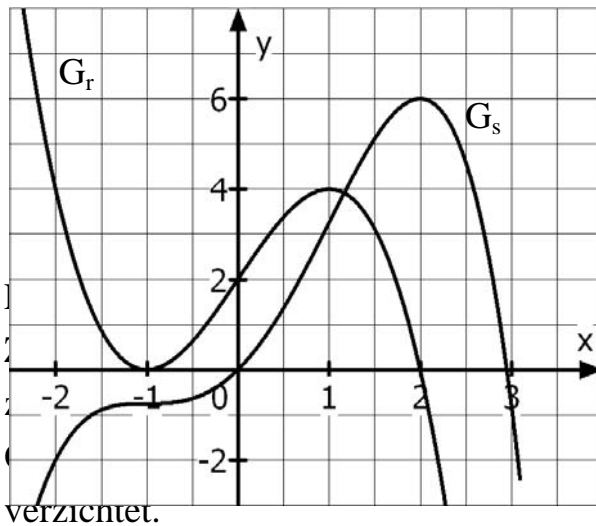
Fortsetzung A II

- 3 Gegeben ist die abschnittsweise definierte Funktion h durch

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x < 0 \\ -0,5(x-1)^2 + 2,5 & \text{für } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{mit } f(x) \text{ aus 1.2}$$

Weisen Sie nach, dass die Funktion h an der Nahtstelle stetig ist. Untersuchen Sie anschließend rechnerisch, ob der Graph von h an dieser Stelle „ohne Knick“ verläuft. (7 BE)

- 4 Die folgende Darstellung zeigt den Graphen G_r der ganzrationalen Funktion r und den Graphen G_s der ganzrationalen Funktion s.



Begründen Sie:

Die Funktion s kann eine Stammfunktion der Funktion r sein. (5 BE)

5.0

che zum Thema „Work-Life-Balance“. ner je einen Relax-Ball, der in einer t. Von dieser ist bekannt, dass sie eine der Rechnung wird auf Einheiten

verzichtet.

- 5.1 Zeigen Sie, dass für das Volumen der Schachtel in Abhängigkeit vom Zylinderradius r gilt: $V(r) = -\pi \cdot r^3 + 90r$ (4 BE)

- 5.2 Nach Informationen des Verbraucherschutzes kann eine Verpackung dann als unzulässig deklariert werden, wenn die Füllmenge vom Fassungsvermögen einer Verpackung um mehr als 30% abweicht.

Prüfen Sie, ob eine Verpackung dieser Anforderung gerecht wird, wenn die Schachtel mit $r = 3,1$ cm einen Ball mit dem Durchmesser von 60 mm enthält. Runden Sie alle Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen. (5 BE)

Aufgabengruppe S

S I

- 1.0 Beim Buchen eines Fluges kann man zwischen der Business- (B) und der Touristenklasse (T) wählen. Außerdem kann man angeben, ob man einen Fensterplatz (F), einen Platz am Gang (G) oder keinen besonderen Platz (K) wünscht. Bei einem zufällig ausgewählten Flug wurde ermittelt, dass 90% der Fluggäste in der Touristenklasse fliegen. In der Businessklasse wird von 20% ein Fensterplatz gewünscht. Für Gangplätze in der Businessklasse gehen keine Wünsche ein. Die Passagiere der Touristenklasse wünschen sich zu 15% einen Fensterplatz und zu 10% einen Platz am Gang.
- 1.1 Stellen Sie die Buchung eines zufällig ausgewählten Kunden als Zufallsexperiment in einem Baumdiagramm dar und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse. (4 BE)
- 1.2.0 Beim Buchen kann man mit der Kreditkarte (C) oder per Überweisung (\bar{C}) zahlen. Bei 140 zufällig ausgewählten Buchungen wurde in 90% die Touristenklasse gebucht. 70% aller Buchungen wurden mit der Kreditkarte bezahlt. Zwei Buchungen der Businessklasse wurden durch Überweisung bezahlt. Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.
- 1.2.1 Bestimmen Sie mithilfe einer Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse. Rechnen Sie mit exakten Werten.
 E_1 : „Ein Kunde bucht Touristenklasse oder zahlt nicht mit der Kreditkarte“
 $E_2 = \overline{C \cup B}$
Beschreiben Sie das Ereignis E_2 möglichst einfach in Worten. (6 BE)
- 1.2.2 Zeigen Sie, dass die Ereignisse B und C stochastisch abhängig sind und erklären Sie, was dies im Sachzusammenhang bedeutet. (3 BE)
- 2.0 In der Touristenklasse wird Gepäck bis maximal 20 kg pro Fluggast kostenlos befördert. Für je 2 angefangene kg, die über 20 kg hinausgehen, wird eine Gebühr von 12 € verlangt. Folgende Tabelle gibt die Wahrscheinlichkeiten für die Gewichtsverteilung der Gepäckstücke in kg an:

Gewicht m	≤ 20	$20 < m \leq 22$	$22 < m \leq 24$	$24 < m \leq 26$	$26 < m \leq 28$
Wahrsch.	0,7	0,05	0,12	0,08	0,05

Fortsetzung siehe nächste Seite

Fortsetzung S I

- 2.1 Die Zufallsgröße X gibt die anfallenden Gepäckkosten pro Person an. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X in tabellarischer Form und geeignet graphisch dar. (3 BE)
- 2.2 Untersuchen Sie, ob die Kosten für ein Gepäckstück mit $m = 24$ noch innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. (5 BE)
- 3.0 Bei einem bestimmten Flug sind 100 Plätze besetzt. Beim Essen können die Passagiere zwischen einem Fleischgericht und einem vegetarischen Gericht wählen. Erfahrungsgemäß entscheiden sich 65% für das Fleischgericht.
- 3.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
 E_3 : „Es werden höchstens 40 vegetarische Gerichte gewählt.“
 E_4 : „Es werden mindestens 30 vegetarische Gerichte gewählt.“
 $E_5 = E_3 \cap E_4$ (5 BE)
- 3.2 Bestimmen Sie, wie viele Fleischgerichte mindestens mitgeführt werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99% jeder der 100 Passagiere, der ein Fleischgericht wünscht, dieses bekommen kann. (3 BE)
- 4.0 Erfahrungsgemäß treten 12,5% der Passagiere, die Tickets gekauft haben, den Flug nicht an. Damit die Flugzeuge möglichst voll besetzt sind, werden die Maschinen überbucht.
- 4.1 Für einen Flug mit 183 Sitzplätzen werden 200 Tickets verkauft. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nicht mehr Passagiere den Flug antreten als tatsächlich in der Maschine Platz finden. (4 BE)
- 4.2 Man vermutet, dass inzwischen mehr als 12,5% der Buchungen nicht wahrgenommen werden (Gegenhypothese). Dazu wird ein Test an Hand von 200 Buchungen durchgeführt.
Geben Sie die Testgröße und die Nullhypothese an und bestimmen Sie den maximalen Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%-Niveau. Erläutern Sie, wie man entscheiden wird, wenn 170 den Flug antreten. (7 BE)

Aufgabengruppe S

S II

- 1.0 Eine Agentur vertreibt Tickets für Sportveranstaltungen (S), Konzerte (K), Musicals (M) und Eventreisen (E).

20% der Kunden bestellen Tickets für Sportveranstaltungen, 30% für Konzerte und 35% für Musicals.

Die Eintrittskarten können telefonisch (t) oder online (o) bestellt werden.

56% der Karten für Sportveranstaltungen, 9% der Tickets für Eventreisen und 35% der Musickarten werden online bestellt. Die telefonische Bestellung hat insgesamt einen Anteil von 51,2%. Die Entscheidungen für die Kartenart und die Bestellart werden als Zufallsexperiment betrachtet.

- 1.1 Ermitteln Sie mithilfe eines vollständig ausgefüllten Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse des Zufallsexperiments. [Teilergebnis: $P(\{Ko\}) = 0,24$] (6 BE)

- 1.2 Betrachtet werden nun folgende Ereignisse:

E_1 : „Ein Kunde bestellt online oder eine Eventreise telefonisch.“

E_2 : „Ein Kunde bestellt online, aber weder Konzert- noch Musickarten.“

Geben Sie beide Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an und untersuchen Sie E_1 und E_2 auf stochastische Unabhängigkeit. (6 BE)

- 1.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses

E_3 : „In einer Folge von 10 Ticketbestellungen sind die ersten beiden und insgesamt 4 Konzertkartenbestellungen online.“ (3 BE)

- 2.0 Für eine Bestellung fallen Zusatzkosten (Vorverkaufsgebühr und Porto/Versand) in € gemäß folgender Tabelle an:

Vorverkaufsgebühr	5	4	3	2	3	2	2
Porto/Versand	2	2	2	2	0	1	0
Kundenanteil in %	5	20	25	10	15	5	20

Die Zufallsgröße X gibt die Zusatzkosten einer zufällig herausgegriffenen Bestellung an.

- 2.1 Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X in Tabellenform an und stellen Sie sie in Form eines Histogramms graphisch dar. (3 BE)

Fortsetzung siehe nächste Seite

Fortsetzung S II

- 2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 3,50 € aber höchstens 6,00 € an Zusatzkosten anfallen. (2 BE)
- 2.3 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen, und interpretieren Sie den Erwartungswert im Sinn der vorliegenden Thematik.
Schraffieren Sie im Histogramm aus Teilaufgabe 2.1 die Fläche, die zur oben berechneten Wahrscheinlichkeit gehört. (7 BE)
- 3 Die Ticketagentur hat viele Stammkunden, von denen 60% Karten für Musicals (M) und 75% Karten für Konzerte (K) bestellen, wobei 95% mindestens eines der beiden Angebote nutzen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $E_4 = \overline{M \cap K}$ unter Verwendung einer Vierfeldertafel und beschreiben Sie dieses Ereignis in Worten. (5 BE)
- 4.0 Erfahrungsgemäß bestellt ein bestimmter Großkunde des Unternehmens zu 30% telefonisch.
- 4.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 200 Bestellungen mehr als 35% per Telefon erfolgen. (2 BE)
- 4.2 Ein Mitarbeiter vermutet, dass sich der Anteil der Online-Bestellungen von 70% erhöht hat (Gegenhypothese). Anhand von 100 Bestellungen soll die Vermutung überprüft werden.
Geben Sie die Testgröße sowie die Nullhypothese an und ermitteln Sie den maximalen Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%-Niveau.
Welche Entscheidung liegt nahe, wenn 76 Bestellungen online getätigt werden? (6 BE)