

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE

MATHEMATIK

19. Juni 2013

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Ein elektronischer Taschenrechner nach KMS vom 17. November 1997 Nr. IV/3-S 7402/3-4/153 945 und eine für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassene Formelsammlung sind als Hilfsmittel erlaubt.

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der Lösungsweg als auch die Teilergebnisse aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind.

**Jeder Schüler muss e i n e von der Prüfungskommission
ausgewählte A u f g a b e n g r u p p e bearbeiten.**

Platzziffer (ggf. Name/Klasse): _____

Punkte

Note

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45,0 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

Erstkorrektur: _____
(Datum, Unterschrift)

Zweitkorrektur: _____
(Datum, Unterschrift)

Bemerkung: _____

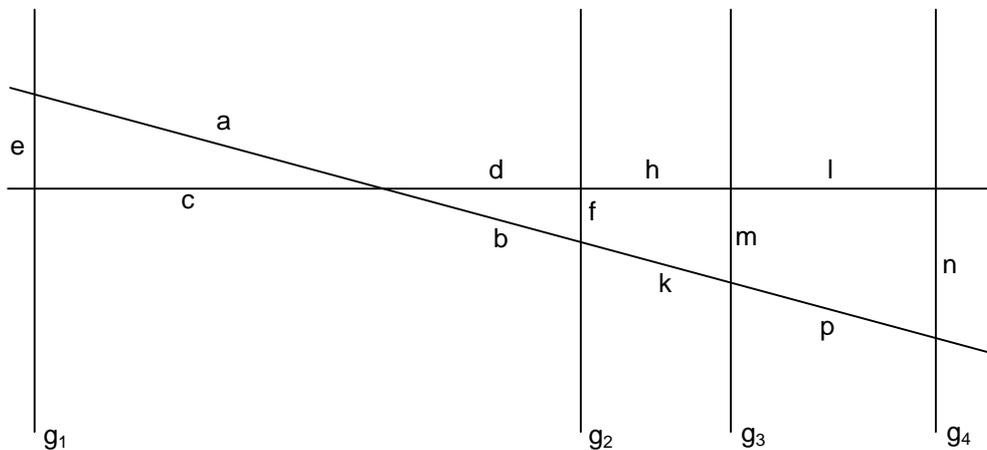
Aufgabengruppe I

Punkte

1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A (1,5|3) und B (-2|10).
 - a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1 .
 - b) Die Gerade g_2 schneidet die Gerade g_1 senkrecht im Punkt A. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_2 rechnerisch.
Hinweis: Rechnen Sie mit g_1 : $y = -2x + 6$.
 - c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes N der Geraden g_1 mit der x-Achse.
 - d) Die Gerade g_3 mit der Funktionsgleichung $3 = -x - y$ schneidet die Gerade g_1 im Punkt Q. Berechnen Sie die Koordinaten von Q.
 - e) Zeichnen Sie die Geraden g_1 , g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
 - f) Berechnen Sie den spitzen Winkel γ , in dem g_1 die x-Achse schneidet.

7

2. Von den unten stehenden sechs Gleichungen geben drei die Streckenverhältnisse richtig wieder. Es gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3 \parallel g_4$. Schreiben Sie die Nummern nur dieser drei Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.



Gleichungen zur abgebildeten Figur:	
(1) $\frac{c}{d} = \frac{e}{m}$	(4) $\frac{e}{c} = \frac{n}{d+h+l}$
(2) $\frac{d}{f} = \frac{d+h}{m}$	(5) $\frac{a}{b+k+p} = \frac{c}{d+h+l}$
(3) $\frac{a}{b+k} = \frac{c}{h+l}$	(6) $\frac{n}{l} = \frac{f}{d}$

3

3. Eine Mischung aus 29,4 kg Roggen- und 12,6 kg Weizenmehl kostet den Kunden 43,89 Euro. Für je ein Kilogramm Roggen- und ein Kilogramm Weizenmehl zahlt er zusammen 1,75 Euro.

Berechnen Sie jeweils den Preis für ein Kilogramm Roggen- und für ein Kilogramm Weizenmehl.

4

4. Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitelpunkt $S_1(2|1)$.
- Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.
 - Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x-Achse.

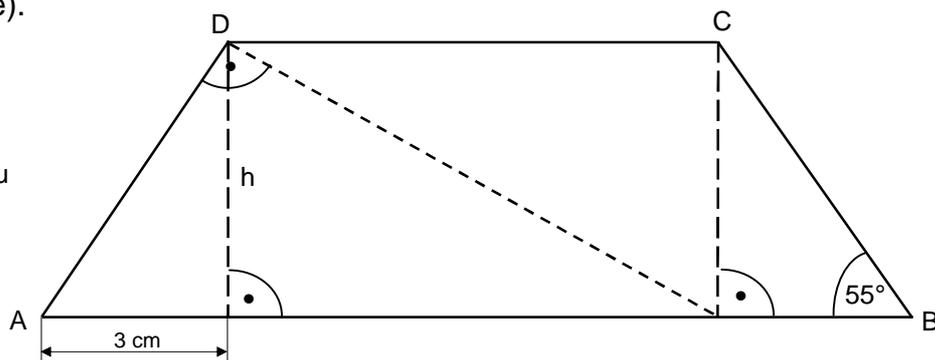
Hinweis: Rechnen Sie mit $p_1: y = -x^2 + 4x - 3$.

- Eine weitere, nach oben geöffnete Normalparabel p_2 wird durch die Punkte A $(0|-3)$ und B $(4|5)$ bestimmt. Ermitteln Sie rechnerisch die Normalform der Funktionsgleichung p_2 .
- Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_2 der Parabel p_2 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $p_2: y = x^2 - 2x - 3$.
- Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 von p_1 mit p_2 .
- Zeichnen Sie die Graphen von p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

8

5. Berechnen Sie den Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes ABCD (siehe Skizze).

Skizze nicht maßstabsgetreu



3

6. Ersetzen Sie die Platzhalter so, dass sich Gleichungen ergeben. Schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a) $(\boxed{?} + 18b)^2 = \frac{4}{9}a^2 + \boxed{?} + \boxed{?}$

b) $(\boxed{?} + \boxed{?}) \cdot (\boxed{?} - \boxed{?}) = \frac{1}{4}(x^2 - 16y^2)$

2

7. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Gleichung an und bestimmen Sie deren Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{2x-1}{x-2} + \frac{3}{x-2} = (x-2) \cdot (x+2)^{-1}$$

3

8. Die Bevölkerung einer Stadt ist innerhalb von fünf Jahren auf jetzt 22 000 Einwohner gestiegen. Pro Jahr wuchs sie dabei durchschnittlich um 2,5 %.
- Berechnen Sie die Bevölkerungszahl von vor fünf Jahren.
 - Es wird erwartet, dass in den kommenden zehn Jahren die Bevölkerung jährlich um durchschnittlich 0,8 % abnehmen wird.
Berechnen Sie die zu erwartende Einwohnerzahl am Ende dieses Zeitraums.
 - In der Nachbarstadt stieg im Zeitraum von 15 Jahren die Bevölkerung von 12 500 auf 14 300 Einwohner.
Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Zuwachs in Prozent.
 - Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren sich die Bevölkerungszahl bei einem durchschnittlichen jährlichen Wachstum von 1,5 % verdoppeln würde.

6

9. Neun gleich große Kugeln aus Blei haben zusammen eine Masse von 426,1 g. 1 cm³ Blei wiegt 11,3 g.

- Berechnen Sie den Radius einer Bleikugel.
- Die neun Kugeln werden eingeschmolzen und zu einem Kegel gegossen, dessen Körperhöhe 8 cm beträgt. Dabei gehen 10 % der Masse verloren.
Berechnen Sie den Radius der Grundfläche des Kegels.

4

10. In einer Lostrommel befinden sich fünf gelbe (g) und drei schwarze (s) Kugeln. Es werden drei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen gezogen.

- Zeichnen Sie für dieses Ereignis das Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten.
- Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich die Farbenfolge schwarz/schwarz/gelb ergibt.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben.

5

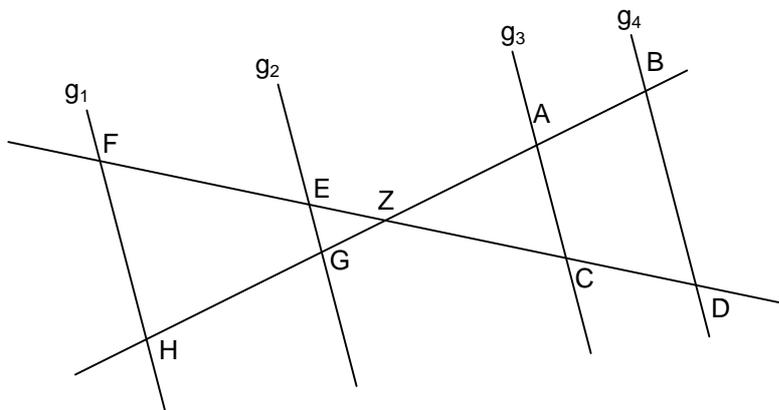
Aufgabengruppe II

Punkte

1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A (2|1) und B (4|0,5).
 - a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1 .
 - b) Eine Gerade g_2 steht senkrecht auf g_1 und verläuft durch den Punkt C (-1,5|4). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_2 rechnerisch.
Hinweis: Rechnen Sie mit $g_1: y = -\frac{1}{4}x + 1,5$.
 - c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts Q von g_1 mit g_2 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $g_2: y = 4x + 10$.
 - d) Berechnen Sie den Schnittpunkt N der Geraden g_2 mit der x-Achse.
 - e) Zeichnen Sie die beiden Geraden g_1 und g_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

6

2. Von den unten stehenden sechs Aussagen geben drei die Streckenverhältnisse richtig wieder. Es gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3 \parallel g_4$.
Schreiben Sie die Nummern nur der richtigen Aussagen auf Ihr Lösungsblatt.



- | | | |
|---|---|---|
| (1) $\overline{AZ} : \overline{EG} = \overline{BZ} : \overline{FH}$ | (2) $\overline{EZ} : \overline{FZ} = \overline{GZ} : \overline{HZ}$ | (3) $\overline{FZ} : \overline{DZ} = \overline{HZ} : \overline{BZ}$ |
| (4) $\overline{FH} : \overline{HZ} = \overline{EG} : \overline{GZ}$ | (5) $\overline{EZ} : \overline{EF} = \overline{FH} : \overline{EG}$ | (6) $\overline{AC} : \overline{BD} = \overline{EG} : \overline{FH}$ |

3

3. In einem Behälter befinden sich 60 Kugeln: 24 gelbe (G) und 36 blaue (B).
Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
 - a) Zeichnen Sie für dieses Ereignis ein Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.
 - b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man nach zweimaligem Ziehen eine gelbe und eine blaue Kugel erhält.

4

4. Die beiden Punkte A (-7|7) und B (-2|2) liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1 .
- Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.
 - Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 von p_1 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $p_1: y = x^2 + 8x + 14$.
 - Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2 (-4|6)$. Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.
 - Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 von p_1 mit p_2 .
Hinweis: Rechnen Sie mit $p_2: y = -x^2 - 8x - 10$.
 - Zeichnen Sie die Graphen der beiden Parabeln in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

7

5. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{6}{x+1} - 2 = \frac{17-x}{x-1}$$

4

6. Herr Badenberk kaufte einen Neuwagen zum Preis von 27 500 €.
- Nach 3 Jahren verkaufte er den Wagen wieder für 13 750 €. Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Wertverlust in Prozent.
 - Der neue Besitzer verkaufte das Auto nach weiteren vier Jahren. Berechnen Sie den zu erwartenden Preis, wenn man von einem durchschnittlichen jährlichen Wertverlust von nun 11 % ausgeht.
 - Tatsächlich erhielt er für das Auto 8 700 €. Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren das Auto nur noch 5 000 € wert wäre, wenn der durchschnittliche jährliche Wertverlust ab diesem Zeitpunkt 10,5 % beträgt.

5

7. Zwei unterschiedlich große Kugeln aus Aluminium haben ein Gesamtgewicht von 1,6 Kilogramm. Der Durchmesser der kleineren Kugel beträgt 5 cm. 1 cm³ Aluminium wiegt 2,71 g.
- Berechnen Sie den Durchmesser der größeren Kugel.

4

8. Eine Klasse gibt beim Pausenverkauf eine Sammelbestellung über insgesamt 33 Teile auf. Die Schüler kaufen doppelt so viele Pizzasemmeln wie Butterbrezen, einige Nussecken und acht Käsesemmeln. Die gesamte Bestellung kostet 38,70 €. Wie viele Pizzasemmeln, Butterbrezen und Nussecken wurden gekauft?

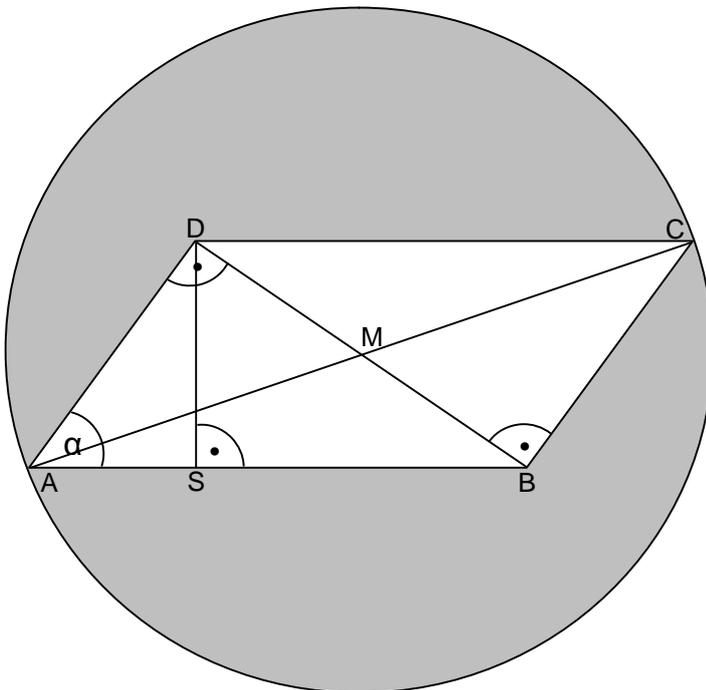
<u>Preisliste:</u>	
<i>Pizzasemmel</i>	1,20 €
<i>Butterbreze</i>	0,95 €
<i>Käsesemmel</i>	1,10 €
<i>Nussecke</i>	1,40 €

4

9. Im Parallelogramm ABCD misst die Länge der Strecke AS 1,5 cm, der Winkel α beträgt $63,5^\circ$. M ist der Mittelpunkt des Kreises mit dem Durchmesser \overline{AC} (siehe Skizze).

Berechnen Sie den Flächeninhalt der grauen Fläche.

Skizze nicht maßstabsgetreu



6

10. Vereinfachen Sie den Bruchterm und berechnen Sie a ($a \neq 0$).

$$\frac{2^4 \cdot a^4 \cdot 4^2 \cdot a^{-5}}{2^3 \cdot a^{-6} \cdot 8 \cdot a^0} = 972$$

2