MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2014

MATHEMATIK

26. Juni 2014
8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Platzziffer (ggf. Name/Klasse): ____

Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.

Jeder Prüfling muss die **eine** von der Prüfungskommission ausgewählte **Aufgabengruppe** bearbeiten.

Gesamtbewertung		Erst-korrektur	Zweit-korrektur
Aufgabengruppe I oder II	45 Punkte		

Note

Notenstufen	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

Erstkorrektur: ____
(Datum, Unterschrift)

Zweitkorrektur: ____
(Datum, Unterschrift)

Bemerkung: ____

Aufgabengruppe I

Punkte

1. Die Gerade g_1 wird durch folgende Gleichung beschrieben: $-5y + 2x - 10 = 0$.
   Sie schneidet die x-Achse im Punkt C.

   a) Ermitteln Sie die Koordinaten von C rechnerisch.

   b) Die Gerade g_2 verläuft durch die Punkte A (–0,5|5) und B (3,5|–3).
   Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_2 rechnerisch.

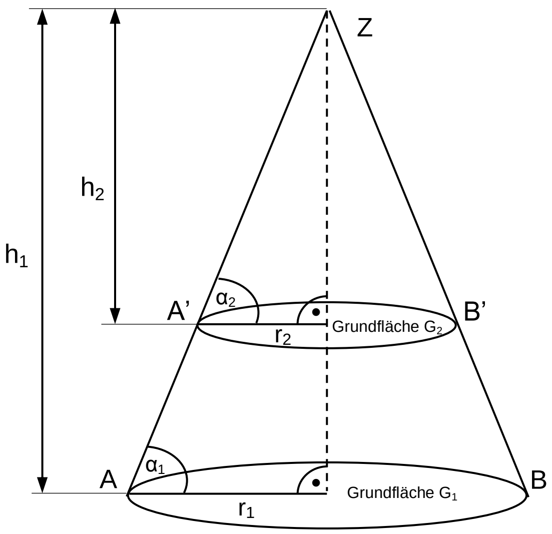
   c) Die Geraden g_1 und g_2 schneiden sich im Punkt D.
   Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D.
   Hinweis: Rechnen Sie mit g_2: $y = -2x + 4$.

   d) Die Gerade g_3 steht senkrecht auf g_2 und verläuft durch den Punkt E (–4|0).
   Ermitteln Sie die Funktionsgleichung von g_3 rechnerisch.

   e) Zeichnen Sie die Geraden g_1, g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

   f) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels γ, den g_2 mit der x-Achse einschließt. 8

2. Für den abgebildeten Körper (siehe Skizze) gilt:
   - V_1 ist das Volumen des größeren Kegels K_1
   - V_2 ist das Volumen des kleineren Kegels K_2
   - $h_2 = 0{,}6 \cdot h_1$



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

   Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt, ob die jeweilige Behauptung richtig (r) oder falsch (f) ist.

   (1) $G_1 \cdot 0{,}6 = G_2$ (2) $\overline{AB} : \overline{A'B'} = h_1 : h_2$ (3) $r_1 : r_2 = \overline{AA'} : \overline{A'Z}$

   (4) $r_2 : 0{,}6 = r_1$ (5) $V_1 \cdot 0{,}6^3 = V_2$ (6) $\alpha_1 \cdot 0{,}6 = \alpha_2$ 3

3. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und berechnen Sie deren Lösungsmenge.

$$\frac{12}{x-2} + \frac{32}{(x-2)(x+2)} = \frac{4x}{x+2}$$ 4

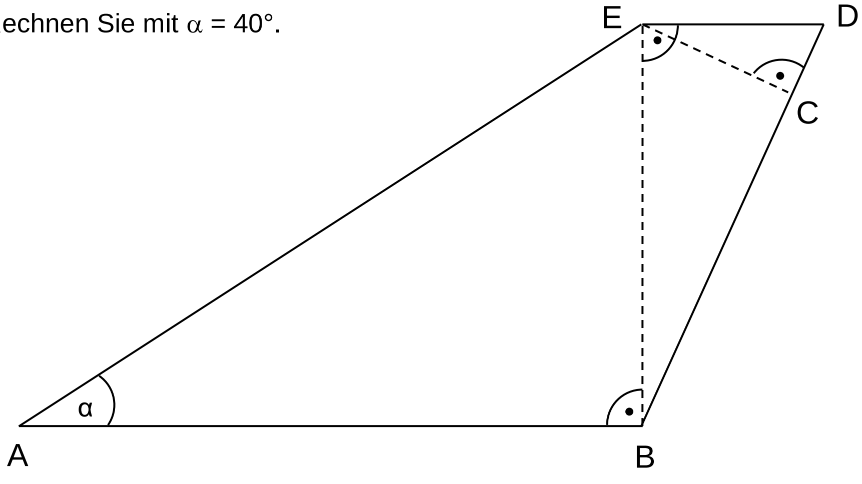
Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. Ein Motorrad kostet neu 12 950 Euro.
   a) Berechnen Sie den Wert des Motorrads nach fünf Jahren, wenn es im ersten Jahr 21 %, im zweiten Jahr 19 % und in den folgenden Jahren immer 14 % seines jeweils aktuellen Wertes verliert.
   b) Nach acht Jahren ist es noch 3 000 Euro wert. Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Wertverlust in Prozent.
   c) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren ein PKW bei einem durchschnittlichen jährlichen Wertverlust von 16 % nur noch die Hälfte wert ist. 5

5. Auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1 liegen die Punkte A (–1|19) und B (5|7).
   a) Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.
   b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 von p_1 rechnerisch.
      Hinweis: Rechnen Sie mit p_1: $y = x^2 - 6x + 12$.
   c) Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt S_2 (1|5). Ermitteln Sie rechnerisch die Normalform von p_2.
   d) Die beiden Parabeln berühren sich im Punkt Q.
      Berechnen Sie die Koordinaten von Q.
      Hinweis: Rechnen Sie mit p_2: $y = -x^2 + 2x + 4$.
   e) Zeichnen Sie die beiden Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

6. Im skizzierten Viereck ABDE gilt das Verhältnis: $\overline{BC} : \overline{CD} = 4 : 1$
   Die Länge der Strecke [CE] beträgt 4 cm, die von [AB] beträgt 10,6 cm.
   a) Berechnen Sie die Größe des Winkels α.
   b) Berechnen Sie den Umfang des Vierecks ABDE.
      Hinweis: Rechnen Sie mit $\alpha = 40°$.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

5

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

7. Der Radius eines Kreises wird um 5 cm verlängert. Dadurch vergrößert sich sein Flächeninhalt um 392,5 cm^2.

   Berechnen Sie den ursprünglichen Radius des Kreises. 3

8. Folgende Gleichungen stellen Binome dar.

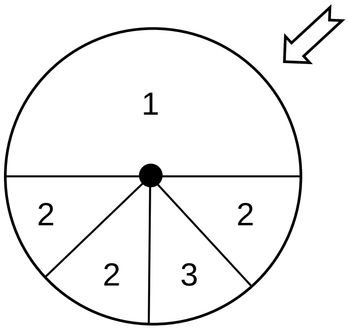
   Ersetzen Sie die Platzhalter und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

   a) $(4ab^2 + \boxed{\ ?\ })^2 = \boxed{\ ?\ } + \boxed{\ ?\ } + 9c^2$

   b) $25x^4y^6 - 100x^2y^4 + 100y^2 = (\boxed{\ ?\ }\ ?\ \boxed{\ ?\ })^2$ 2

9. Auf einem Glücksrad befinden sich die Zahlen 1, 2 und 3 (siehe Skizze).

   Die Sektoren mit den Zahlen 2 und 3 sind gleich groß und bedecken zusammen die Hälfte der Kreisfläche.

   Uli darf das Rad zwei Mal drehen und jeweils die Zahl ablesen, auf die der Pfeil zeigt.

   a) Stellen Sie die dabei möglichen Ergebnisse in einem Baumdiagramm dar und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

   b) Uli addiert seine beiden Zahlen.
   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich dabei die Summe 4 ergibt. 3

10. Eine Hohlkugel aus Glas hat einen äußeren Durchmesser von 8,2 cm und einen inneren Durchmesser von 7,8 cm. Die Dichte von Glas beträgt 2,8 g/cm^3.

    a) Berechnen Sie die Masse der Hohlkugel.

    b) Berechnen Sie die äußere Kugeloberfläche.

    c) Ein massiver Kegel aus dem gleichen Material hat eine Höhe von 25 cm und eine Masse von 7,33 kg.
    Berechnen Sie den Winkel α an der Spitze des Kegels. 5

Summe: **45**

Aufgabengruppe II

Punkte

1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A (−4,5|6) und B (3|1).

   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1.

   b) Die Gerade g_2 hat die Funktionsgleichung y = 2.
   Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes T der beiden Geraden g_1 und g_2.
   Hinweis: Rechnen Sie mit g_1: $y = -\frac{2}{3}x + 3$.

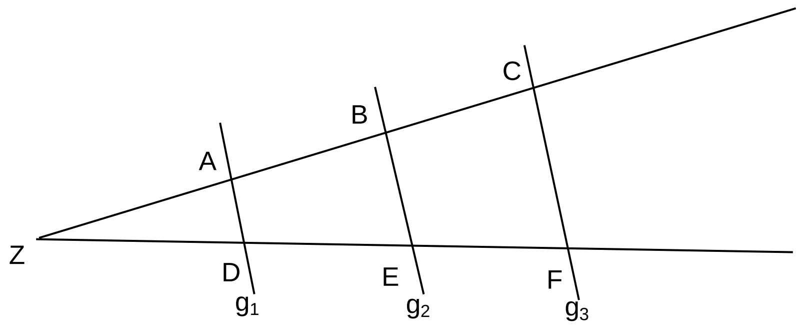
   c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts N der Geraden g_1 mit der x-Achse.

   d) Überprüfen Sie durch Rechnung, ob der Punkt P (−1,5|4) auf der Geraden g_1 liegt.

   e) Eine weitere Gerade g_3 steht senkrecht auf der Geraden g_1 und geht durch den Punkt Q (2|4). Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von g_3.

   f) Zeichnen Sie die Geraden g_1, g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 8

2. In der unten stehenden Skizze gilt: $g_1 \parallel g_2 \parallel g_3$.
   Folgende Längen sind gegeben:
   $\overline{ZA} = 18$ cm; $\overline{ZD} = 24$ cm; $\overline{DE} = 20$ cm; $\overline{BE} = 22$ cm; $\overline{CF} = 30$ cm.
   Berechnen Sie die Längen der Strecken [AD], [AB] und [EF].



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu 3

3. Geben Sie den Definitionsbereich der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$4 - \frac{4}{x+4} = \frac{2x}{3x-2} + 3$$

4

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. Die beiden Punkte A (−4,5|3) und B (−1,5|0) liegen auf der nach oben geöffneten Normalparabel p_1.

   a) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

   b) Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_1 von p_1.
   Hinweis: Rechnen Sie mit p_1: $y = x^2 + 5x + 5{,}25$.

   c) Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt S_2 (−1,5|4). Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

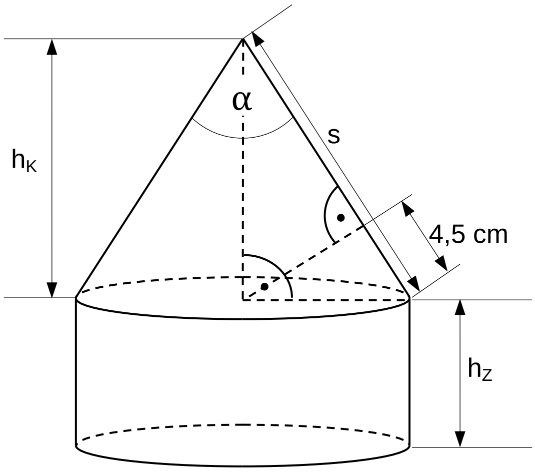
   d) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte Q_1 und Q_2 von p_1 mit p_2.
   Hinweis: Rechnen Sie mit p_2: $y = -x^2 - 3x + 1{,}75$.

   e) Zeichnen Sie die Graphen der beiden Parabeln in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

5. Ein Werkstück (siehe Skizze) besteht aus einem Zylinder, dem ein Kegel mit gleicher Grundfläche aufgesetzt wurde. Der Zylinder hat einen Radius von 7,5 cm und eine Höhe h_z von 7,0 cm.

   a) Berechnen Sie das Volumen des gesamten Werkstücks.

   b) Berechnen Sie die Größe des Winkels α an der Spitze des Kegels.



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu 6

6. Diese Umformung enthält Fehler.
   Geben Sie die Nummer der ersten fehlerhaften Zeile an und berichtigen Sie nur diese Zeile auf Ihrem Lösungsblatt.

Z 1:	$2x^2 - 12x + 14$	=	-2	$\mid : 2$
Z 2:	$x^2 - 6x + 7$	=	-1	
Z 3:	$(x + 3)^2 - 3^2 + 7$	=	-1	$\mid + 3^2 - 7$
Z 4:	$(x + 3)^2$	=	1	$\mid \sqrt{}$
Z 5:	$x + 3$	=	± 1	$\mid - 3$
Z 6:	$x_1 = -2$		$x_2 = -4$	

2

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
7. Alexandras Oma legt bei der Geburt ihrer Enkelin am 1. Januar bei einer Online-Bank einen Betrag von 850 Euro zu einem jährlichen Zinssatz von 3,57 % an. Die Zinsen werden jedes Jahr dem Kapital gutgeschrieben und mitverzinst. a) Ermitteln Sie rechnerisch den Betrag, auf den das angelegte Kapital bis zu Alexandras 17. Geburtstag angewachsen ist. b) Alexandras Führerschein kostet 2 035 Euro. Berechnen Sie, wie viele Jahre das Kapital von 850 Euro zu diesem Zinssatz mindestens angelegt sein müsste, um damit den Führerschein bezahlen zu können. c) Berechnen Sie, bei welchem Zinssatz der Betrag bereits nach 16 Jahren auf 2 035 Euro angewachsen wäre.	5
8. In einer Lostrommel auf dem Jahrmarkt befinden sich noch 1 Hauptgewinn (H), 9 Kleingewinne (K) und 40 Nieten (N). Moritz zieht zwei Lose aus der Trommel und öffnet sie nacheinander. a) Stellen Sie die möglichen Ergebnisse in einem Baumdiagramm dar und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten. b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Moritz zwei Nieten zieht. c) Ermitteln Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den beiden Losen der Hauptgewinn befindet.	4
9. Eine Praline aus Schokolade in Form einer Hohlkugel wiegt 4 g und hat einen äußeren Durchmesser von 2,4 cm. 1 cm^3 dieser Schokolade wiegt 1,3 g. a) Berechnen Sie die Wandstärke dieser Praline. b) Die Pralinen werden einzeln verpackt. Dabei benötigt man Folie in der Größe des 1,5-fachen ihrer Oberfläche. Ermitteln Sie rechnerisch den Bedarf an Folie in Quadratmeter, der zum Verpacken von 1800 Pralinen notwendig ist.	6
Summe:	**45**