

# **MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2014**

## **MATHEMATIK**

26. Juni 2014

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

### **Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 64 MSO)**

	Seite
Allgemeine Hinweise	2
Auswahl der Aufgabengruppen und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	8

**Nicht für den Prüfling bestimmt!**

Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und des Rechtschreibens vom 16. November 1999 wird hingewiesen (KWMBI. Nr. 23/1999).

## 1. Allgemeine Hinweise

- 1.1 Schülerinnen und Schülern mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet.
- 1.2 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.1999 (KWMBI I Nr. 23/1999) wird nochmals verwiesen.

## 2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

- 2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

- 2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.  
Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.
- 2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Schülerinnen und Schüler jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die die Prüfungskommission der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.
- 2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

## 3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

- 3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note landeseinheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

- 3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird von der Feststellungskommission festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.
- 3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

- 3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält die Schülerin bzw. der Schüler die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.
- 3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.
- Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.**
- 3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt der Schülerin bzw. des Schülers ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.
- 3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.
- 3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.  
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.
- 3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht unbedingt maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.
- 3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen
- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
  - durch die Benutzung der  $\pi$ -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von  $\pi = 3,14$ ,
  - durch Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

## Aufgabengruppe I – Ergebnisse

1. a) Koordinaten von C:

$$0 = \frac{2}{5}x - 2 \quad \Rightarrow \quad x = 5 \quad C(5|0)$$

b) Funktionsgleichung der Geraden  $g_2$ :

$$m_2 = \frac{5 - (-3)}{-0,5 - 3,5} = -2$$

$$5 = -2 \cdot (-0,5) + t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 4$$

$$g_2: y = -2x + 4$$

c) Koordinaten des Schnittpunktes D:

$$\frac{2}{5}x - 2 = -2x + 4$$

$$x = 2,5 \Rightarrow y = -1 \quad \Rightarrow \quad D(2,5|-1)$$

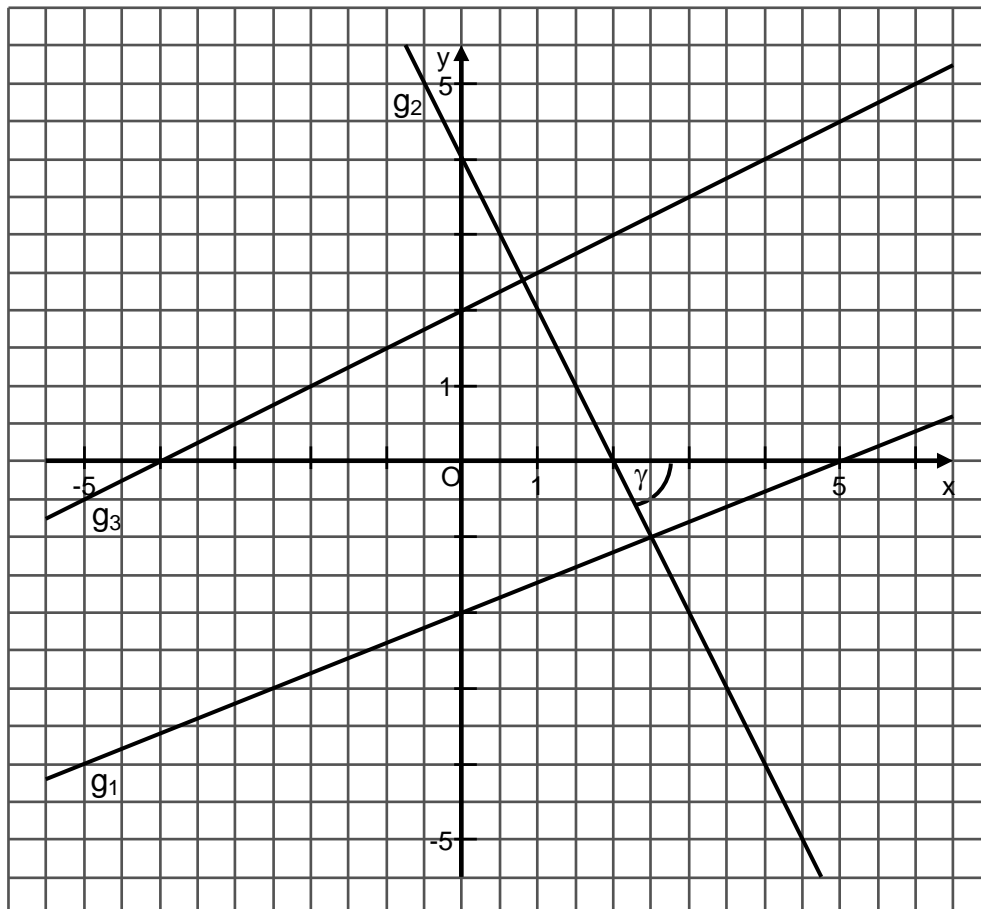
d) Funktionsgleichung der Geraden  $g_3$ :

$$m_3 = 0,5$$

$$0 = 0,5 \cdot (-4) + t_3 \quad \Rightarrow \quad t_3 = 2$$

$$g_3: y = 0,5x + 2$$

e) Grafische Darstellung:



Fortsetzung nächste Seite

Punkte

1

1,5

1,5

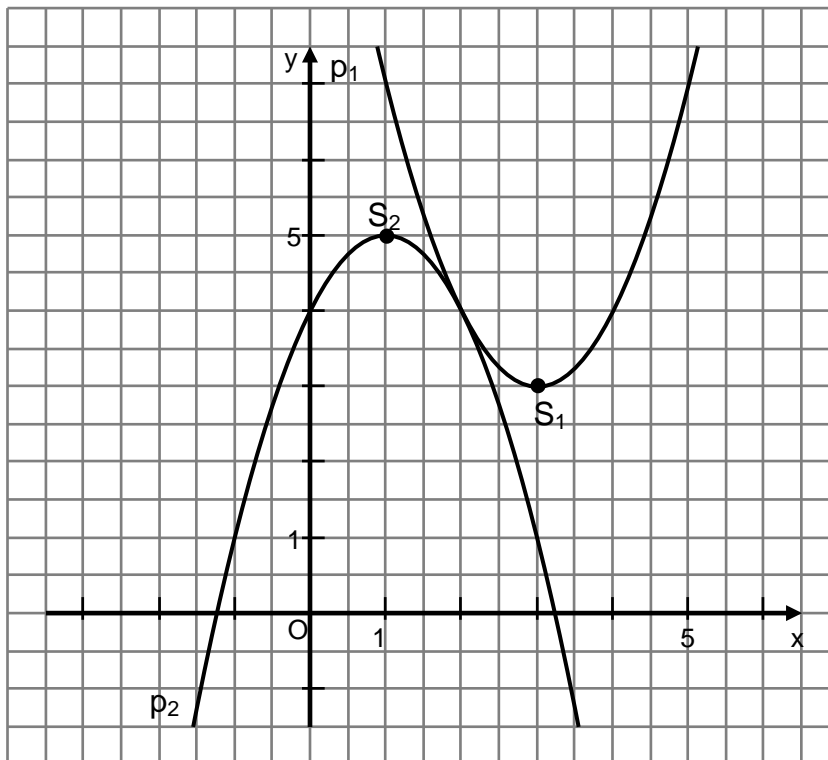
1,5

1,5

	Punkte
f) Winkel $\gamma$ :	
$\tan \gamma = \frac{2}{1} \quad \Rightarrow \quad \gamma \approx 63^\circ$	1
	8
2. Korrekte Aussagen: (1) f; (2) r; (3) f; (4) r; (5) r; (6) f	3
3. $ID = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ $12 \cdot (x + 2) + 32 = 4x \cdot (x - 2)$ $x^2 - 5x - 14 = 0$ $x_1 = 7 \quad \quad \quad x_2 = -2$ $x_2$ nicht definiert $\Rightarrow \quad \mathbb{L} = \{7\}$	1  2 1 4
4. a) Wert in € $12\,950 \cdot 0,79 \cdot 0,81 \cdot 0,86^3 \approx 5\,270,81$ b) Durchschnittliche jährliche Abnahme p: $3\,000 = 12\,950 \cdot q^8 \quad \Rightarrow \quad q \approx 0,83 \quad \Rightarrow \quad p = 17\%$ c) Zeit n in Jahren: $0,5 = 0,84^n \quad \Rightarrow \quad n \approx 4$	1,5 1,5 2 5
5. a) Funktionsgleichung der Parabel $p_1$ in Normalform: I: $19 = (-1)^2 - p + q$ II: $7 = 5^2 + 5p + q$ $p = -6; \quad q = 12 \quad \Rightarrow \quad p_1: y = x^2 - 6x + 12$ b) Koordinaten des Scheitelpunkts $S_1$ der Parabel $p_1$ : $p_1: y = (x - 3)^2 + 3$ $S_1 (3 3)$ c) Funktionsgleichung von $p_2$ in der Normalform: $y = -(x - 1)^2 + 5 \quad \Rightarrow \quad p_2: y = -x^2 + 2x + 4$ d) Koordinaten des Berührungspunkts Q von $p_1$ und $p_2$ : $x^2 - 6x + 12 = -x^2 + 2x + 4$ $x^2 - 4x + 4 = 0$ $x = 2; \quad y = 4 \quad \Rightarrow \quad Q (2 4)$	2  1 1 2

Fortsetzung nächste Seite

e) Graphische Darstellung:



Punkte

1

7

6. a) Längen der Strecken in cm:

$$4^2 = 4 \cdot \overline{CD} \cdot \overline{CD} \quad \Rightarrow \quad \overline{CD} = 2 \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = 8$$

$$\overline{BE} = \sqrt{8^2 + 4^2} \approx 8,9$$

$$\tan \alpha = \frac{8,9}{10,6} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 40^\circ$$

b) Umfang u in cm:

$$\overline{BD} = 10 \quad \overline{ED} = \sqrt{4^2 + 2^2} \approx 4,5 \quad \overline{AE} = \sqrt{10,6^2 + 8,9^2} \approx 13,8$$

$$u = 38,9$$

1,5

1

1

1,5

5

7. Radius r in cm:

$$(r + 5)^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi = 392,5$$

$$r \approx 10$$

3

8. a)  $(4ab^2 + 3c)^2 = 16a^2b^4 + 24ab^2c + 9c^2$ 

$$b) 25x^4y^6 - 100x^2y^4 + 100y^2 = (5x^2y^3 - 10y)^2$$

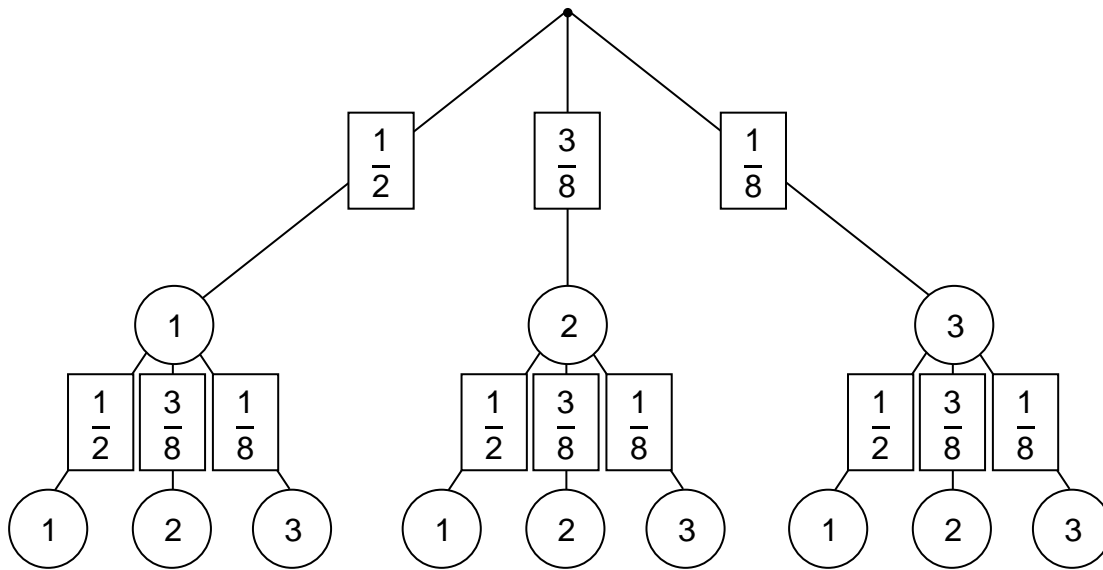
1

1

2

Fortsetzung nächste Seite

9. a) Baumdiagramm:



b) Wahrscheinlichkeit:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{17}{64} = 0,265625 \approx 0,27$$

Punkte

2

1

3

10. a) Masse der Hohlkugel in g:

$$\frac{4}{3} \cdot (4,1^3 - 3,9^3) \cdot \pi \cdot 2,8 \approx 112,6$$

b) Inhalt der äußeren Kugeloberfläche in cm<sup>2</sup>:

$$4 \cdot 4,1^2 \cdot \pi \approx 211$$

c) Radius in cm:

$$7\,330 = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 2,8$$

$$r \approx 10$$

Winkel  $\alpha$ :

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{10}{25}$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 44^\circ$$

1,5

1

2,5

5

Summe:

45

## Aufgabengruppe II – Ergebnisse

Punkte

1. a) Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ :

$$m_1 = \frac{1-6}{3-(-4,5)} = -\frac{2}{3}$$

$$6 = -\frac{2}{3} \cdot (-4,5) + t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 3$$

$$g_1: y = -\frac{2}{3}x + 3$$

1,5

- b) Koordinaten des Schnittpunktes T der beiden Geraden:

$$-\frac{2}{3}x + 3 = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 1,5$$

Ableiten der y-Koordinate aus  $g_2$ :  $y = 2$  oder

$$y = -\frac{2}{3} \cdot 1,5 + 3 \quad \Rightarrow \quad y = 2$$

T (1,5|2)

1,5

- c) Schnittpunkt  $g_1$  mit der x-Achse:

$$0 = -\frac{2}{3}x + 3$$

$$x = 4,5 \quad \Rightarrow \quad N(4,5|0)$$

1

- d) Überprüfung durch Einsetzen der Koordinaten

$$-\frac{2}{3} \cdot (-1,5) + 3 = 4 \quad \Rightarrow \quad P \text{ liegt auf der Geraden } g_1$$

1

- e) Funktionsgleichung der Geraden  $g_3$ :

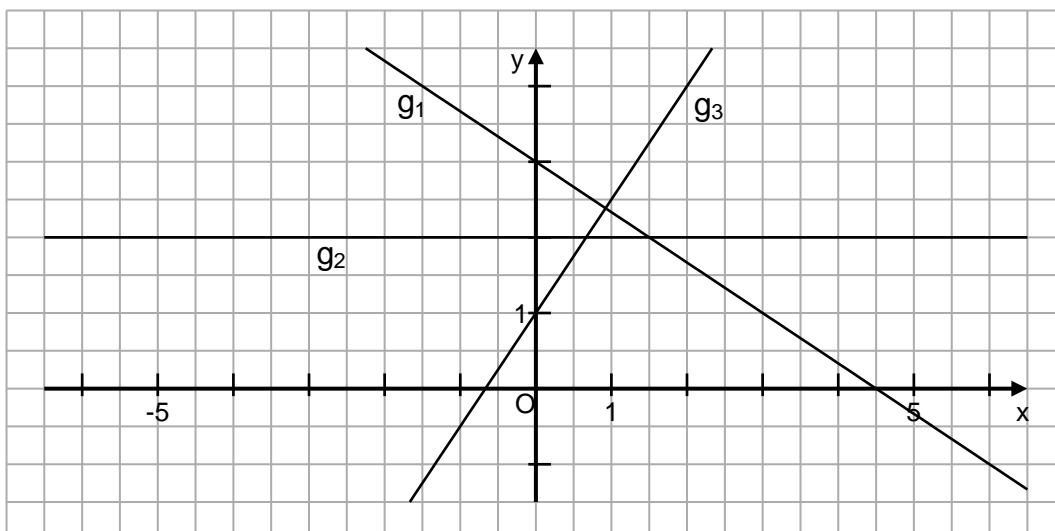
$$m_3 = 1,5$$

$$4 = 1,5 \cdot 2 + t_3 \quad \Rightarrow \quad t_3 = 1$$

$$g_3: y = 1,5x + 1$$

1,5

- f) Grafische Darstellung:

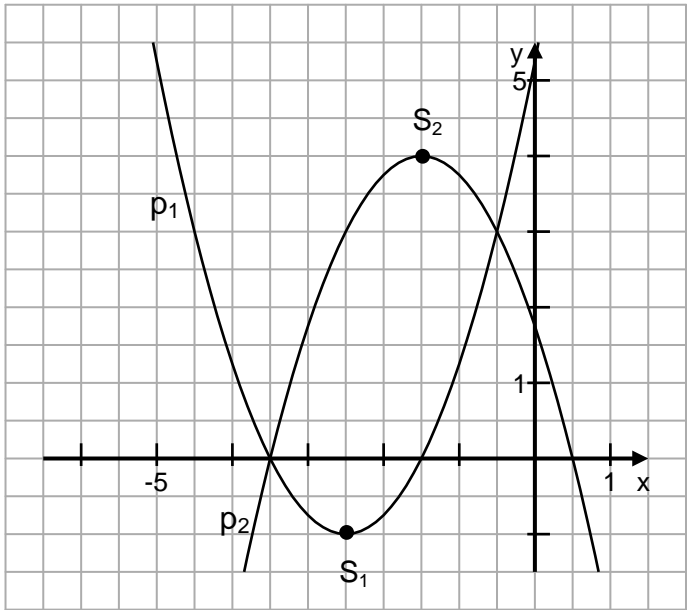


1,5

8

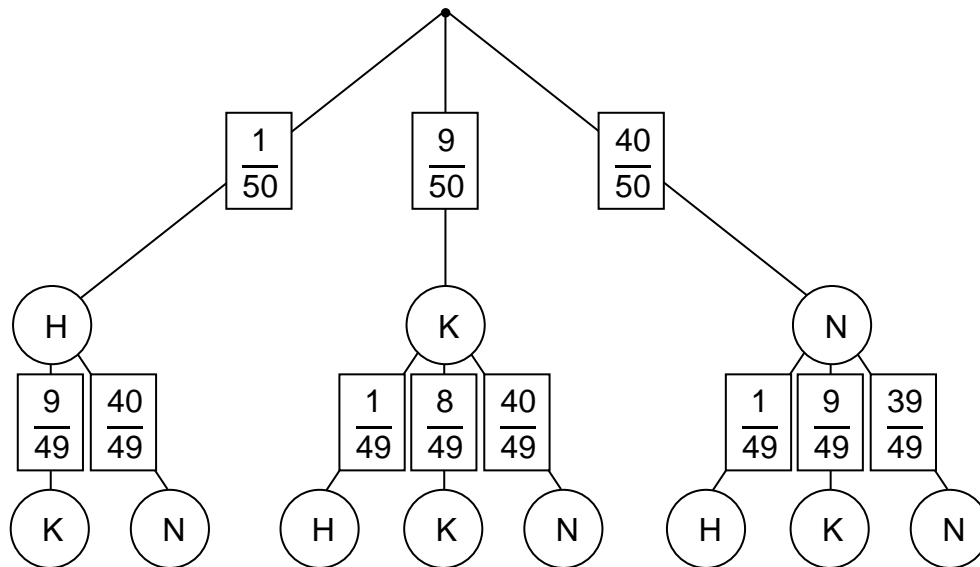
Fortsetzung nächste Seite



			Punkte
2. Längen der Strecken in cm:			
$24 : 44 = \overline{AD} : 22$	$\Rightarrow$	$\overline{AD} = 12$	
$18 : 24 = (18 + \overline{AB}) : 44$	$\Rightarrow$	$\overline{AB} = 15$	
$44 : 22 = (44 + \overline{EF}) : 30$	$\Rightarrow$	$\overline{EF} = 16$	3
3. $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; \frac{2}{3}\}$			1
$12x^2 + 40x - 32 - 12x + 8 = 2x^2 + 8x + 9x^2 + 30x - 24$			
$x^2 - 10x = 0$			
$x_1 = 10;$	$x_2 = 0$	$\mathbb{L} = \{0; 10\}$	3
			4
4. a) Funktionsgleichung der Parabel $p_1$ in Normalform:			
I: $3 = (-4,5)^2 - 4,5p + q$			
II: $0 = (-1,5)^2 - 1,5p + q$			
$p = 5; q = 5,25$	$\Rightarrow$	$p_1: y = x^2 + 5x + 5,25$	2
b) Koordinaten des Scheitelpunktes $S_1$ der Parabel $p_1$ :			
$y = (x + 2,5)^2 - 1$	$\Rightarrow$	$S_1 (-2,5 -1)$	1
c) Funktionsgleichung von $p_2$ in der Normalform:			
$y = -(x + 1,5)^2 + 4$	$\Rightarrow$	$p_2: y = -x^2 - 3x + 1,75$	1
d) Koordinaten der Schnittpunkte $Q_1$ und $Q_2$ von $p_1$ mit $p_2$ :			
$x^2 + 5x + 5,25 = -x^2 - 3x + 1,75$			
$x_1 = -0,5; y_1 = 3$		$Q_1 (-0,5 3)$	
$x_2 = -3,5; y_2 = 0$		$Q_2 (-3,5 0)$	2
e) Grafische Darstellung:			
			1
			7

				Punkte
5. a)	Volumen $V_Z$ des Zylinders in $\text{cm}^3$ :			4,5
	$V_Z = 7,5^2 \cdot \pi \cdot 7$ $V_Z \approx 1236,4$			
	Körperhöhe $h_k$ des Kegels in cm:			
	$7,5^2 = s \cdot 4,5$ $s = 12,5$			
	$h_K^2 = 12,5^2 - 7,5^2$ $h_K = 10$			
	Volumen $V_K$ des Kegels in $\text{cm}^3$ :			
	$V_K = \frac{1}{3} \cdot 7,5^2 \cdot \pi \cdot 10$ $V_K \approx 588,8$			
	Gesamtvolumen in $\text{cm}^3$ :			
	$V_{\text{ges}} = 1236,4 + 588,8$ $V_{\text{ges}} = 1825,2$			
	b)	Größe des Winkels $\alpha$ :		
$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{7,5}{10}$ $\frac{\alpha}{2} \approx 37^\circ$				
$\alpha \approx 74^\circ$				
				6
6. Der erste Fehler ist in Zeile 3. Korrektur:				1
Z 3: $(x \boxed{-} 3)^2 - 3^2 + 7 = -1$				1
				2
7. a) Kapital K in Euro:				1
$K = 850 \cdot 1,0357^{17}$ $K \approx 1543,11$				
b) Anzahl n der Jahre:				2
$2035 = 850 \cdot 1,0357^n$ $n = 25$				
c) Zinssatz in Prozent:				2
$2035 = 850 \cdot q^{16}$ $q = 1,056079$ $p = 5,61 \%$				
				5
Fortsetzung nächste Seite				

8. a) Baumdiagramm:



b) Wahrscheinlichkeit 2 Nieten:

$$p(NN) = \frac{40}{50} \cdot \frac{39}{49} = \frac{1560}{2450} \approx 0,637$$

c) Wahrscheinlichkeit Hauptgewinn:

$$p(HK; HN; KH; NH) = \frac{1}{50} \cdot \frac{9}{49} + \frac{1}{50} \cdot \frac{40}{49} + \frac{9}{50} \cdot \frac{1}{49} + \frac{40}{50} \cdot \frac{1}{49} = \frac{98}{2450} = 0,04$$

oder:

$$= \frac{1}{50} + \frac{9}{50} \cdot \frac{1}{49} + \frac{40}{50} \cdot \frac{1}{49} = \frac{98}{2450} = 0,04$$

2

1

1

4

9. a) Volumen  $V_W$  der Wandung in  $\text{cm}^3$ :

$$V_W = 4 : 1,3 \approx 3,077$$

Volumen  $V_V$  der Vollkugel in  $\text{cm}^3$ :

$$V_V = \frac{4}{3} \cdot 1,2^3 \cdot \pi \approx 7,238$$

Volumen  $V_I$  Innenkugel in  $\text{cm}^3$ :

$$V_I = V_V - V_W \approx 4,161$$

Radius  $r_I$  der Innenkugel in cm:

$$r_I^3 = \frac{4,161 \cdot 3}{\pi \cdot 4} \quad r_I \approx 1$$

Wandstärke in cm:

$$1,2 - 1 = 0,2$$

4

b) Foliengröße für die Verpackung in  $\text{cm}^2$ :

$$2,4^2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 1800 \approx 48833$$

1,5

Foliengröße in  $\text{m}^2$ :

$$48833 : 10\,000 \approx 4,9$$

0,5

6

Summe:

45