

## **Abschlussprüfung Telekolleg/17**

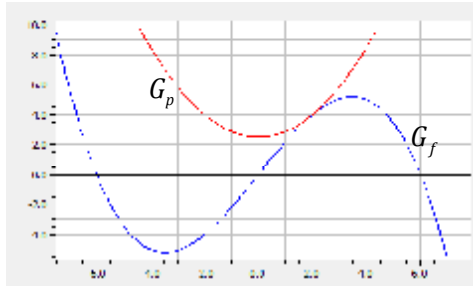
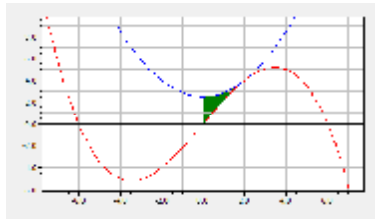
**Fach: Mathematik**

### **Lösungsvorschlag**

Termin: 17. Mai 2014

Arbeitszeit: 180 Minuten

Lösungshinweise zur Aufgabe I		BE
1.1	<p>(1) <math>f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d</math>                      (2) <math>f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c</math></p> <p><math>O(0 0) \in G_f</math>:      (I) <math>0 = d</math></p> <p><math>N(6 0) \in G_f</math>:      (II) <math>0 = 216a + 36b + 6c + d</math></p> <p><math>P(2 4) \in G_f</math>:      (III) <math>4 = 8a + 4b + 2c + d</math></p> <p><math>f'(2) = 1,5</math>:      (IV) <math>1,5 = 12a + 4b + c \Rightarrow c = 1,5 - 12a - 4b</math></p> <p><math>d = 0</math> und <math>c = 1,5 - 12a - 4b</math> in (II) und (III):</p> <p>(II) <math>-9 = 144a + 12b</math></p> <p>(III) <math>1 = -16a - 4b \Rightarrow a = -\frac{1}{16}; b = 0</math> in (IV) <math>\Rightarrow c = \frac{9}{4}; f(x) = -\frac{1}{16}x^3 + \frac{9}{4}x</math></p>	6
1.2	<p><math>f(x) = 0; 0 = x \left( -\frac{1}{16}x^2 + \frac{9}{4} \right); x_1 = 0; x_2 = 6</math>; weitere Nullstelle: <math>x_3 = -6</math></p>	3
1.3	<p><math>f'(x) = -\frac{3}{16}x^2 + \frac{9}{4}; f''(x) = -\frac{3}{8}x</math></p> <p><math>f'(x) = 0; -\frac{3}{16}x^2 + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow  x  = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \approx 3,46 \quad f(2\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} \approx 5,20</math></p> <p><math>f''(2\sqrt{3}) = -\frac{3}{4}\sqrt{3} &lt; 0 \Rightarrow \text{rel.HP}(2\sqrt{3}   3\sqrt{3}) \quad f''(-2\sqrt{3}) = \frac{3}{4}\sqrt{3} &gt; 0 \Rightarrow \text{rel.TP}(-2\sqrt{3}   -3\sqrt{3})</math></p>	6
1.4	<p><math>f'(0) = -\frac{3}{16}0^2 + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}; \tan \varphi = \frac{9}{4} \Rightarrow \varphi \approx 66,04^\circ; \alpha = 90^\circ - \varphi \approx 23,96^\circ</math></p>	3
1.5	<p><math>y = mx + b; m = f'(2) = \frac{3}{2}; y = \frac{3}{2}x + b</math> mit <math>P(2 4)</math></p> <p><math>4 = \frac{3}{2} \cdot 2 + b; b = 1; \quad y = \frac{3}{2}x + 1</math></p>	3

1.6	<table><tr><td>x</td><td>-7</td><td>-6</td><td>-5</td><td>-3,46</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3,46</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>5,7</td><td>0</td><td>-3,4</td><td>-5,2</td><td>-4</td><td>-2,2</td><td>0</td><td>2,2</td><td>4</td><td>5,2</td><td>3,4</td><td>0</td><td>-5,7</td></tr></table> <p style="text-align: center;">TP<span style="margin-left: 150px;">HP</span></p> 	x	-7	-6	-5	-3,46	-2	-1	0	1	2	3,46	5	6	7	f(x)	5,7	0	-3,4	-5,2	-4	-2,2	0	2,2	4	5,2	3,4	0	-5,7	5
x	-7	-6	-5	-3,46	-2	-1	0	1	2	3,46	5	6	7																	
f(x)	5,7	0	-3,4	-5,2	-4	-2,2	0	2,2	4	5,2	3,4	0	-5,7																	
1.7	$p(x)=ax^2+c$ $p'(x)=2ax$ $p(2)=4: \quad (I) \ 4=4a+c$ $p'(2)=f'(2)=\frac{3}{2}:(II) \ 2a \cdot 2=\frac{3}{2} \Rightarrow a=\frac{3}{8} \Rightarrow c=\frac{5}{2}$ $p(x)=\frac{3}{8}x^2+\frac{5}{2}$	4																												
1.8	$x$ – Koordinate des Scheitels: $p'(x)=0=\frac{3}{4}x \Rightarrow x_s=0$ $y_s=\frac{5}{2}; \ S\left(0 \left  \frac{5}{2} \right.\right)$ <p style="text-align: right;">Graph: siehe 1.6</p>	3																												
1.9	$A=\int_0^2(p(x)-f(x))dx=\int_0^2\left(\frac{1}{16}x^3+\frac{3}{8}x^2-\frac{9}{4}x+\frac{5}{2}\right)dx$ $=\left[\frac{1}{64}x^4+\frac{1}{8}x^3-\frac{9}{8}x^2+\frac{5}{2}x\right]_0^2=1,75 \quad (FE)$ 	5																												
2.1	$V(a,h)=\frac{1}{3}GF \cdot h=\frac{1}{3}a^2 \cdot h$ ; Pythagoras: $h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=1,5^2 \Rightarrow \frac{a^2}{4}=2,25-h^2 \Rightarrow a^2=9-4h^2$ $\Rightarrow V(h)=\frac{1}{3}(9-4h^2)h=3h-\frac{4}{3}h^3$ ; $D_v=\left]0;\frac{3}{2}\right[$	5																												

2.2	$V'(h) = 3 - 4h^2; V''(h) = -8h$ $V'(h) = 0 \Rightarrow 3 = 4h^2 \Rightarrow h^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow h_1 = \sqrt{\frac{3}{4}} \in D_V; \left( h_2 = -\sqrt{\frac{3}{4}} \notin D_V \right)$ $V''\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right) \approx -6,93 < 0 \Rightarrow \text{rel. HP}\left(\sqrt{\frac{3}{4}} \mid \sqrt{3}\right), V\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right) = \sqrt{3} \approx 1,73$ <p>Da <math>V'</math> in <math>D_{V'}</math> neben <math>h_1</math> keine weiteren Nullstellen mehr hat und <math>V</math> in <math>D_{V'}</math> differenzierbar und somit stetig ist, erreicht <math>V</math> bei <math>h_1</math> sein absolutes Maximum.</p>	7
	Summe Aufgabe I:	50

Lösungshinweise zur Aufgabe II		BE
1.1	$ \overrightarrow{AB}  = \left  \begin{pmatrix} 100 \\ -300 \\ 0 \end{pmatrix} \right  = \sqrt{100000} ;  \overrightarrow{BC}  = \left  \begin{pmatrix} 300 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix} \right  = \sqrt{100000} ; \overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow \beta = 90^\circ$	4
1.2	$\vec{d} = \vec{c} + \overrightarrow{BA} ; D(300 0 0)$ $\vec{s} = \vec{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + 200 \cdot \vec{e}_3 \Rightarrow S(200 -200 200)$	4
1.3.1	$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 100 \\ -300 \\ 0 \end{pmatrix} + \eta \begin{pmatrix} 200 \\ -100 \\ 200 \end{pmatrix} ; \vec{n}_E = \begin{pmatrix} -60000 \\ -20000 \\ 50000 \end{pmatrix} = 10000 \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow E: \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 - 0 \\ x_2 + 100 \\ x_3 - 0 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow E: -6x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 200 = 0$	5
1.3.2	$A_{\Delta ABS} = \frac{1}{2}  (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AS})  = \frac{1}{2} \left  \begin{pmatrix} -60000 \\ -20000 \\ 50000 \end{pmatrix} \right  = \frac{1}{2} \sqrt{6,5 \cdot 10^9} \approx 40311$	4
1.3.3	$\tan(\alpha) = \frac{ \overrightarrow{MS} }{0,5 \overrightarrow{BC} } = \frac{200}{0,5\sqrt{100000}} \approx 1,26$ $\alpha \approx 51,7^\circ$	3
1.3.4	<p>Sonnenstrahl: <math>\vec{s} = \begin{pmatrix} 50 \\ 175 \\ 300 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}</math> in E einsetzen:</p> $-6(50 - 6\mu) - 2(175 - 2\mu) + 5(300 + 5\mu) - 200 = 0$ $\Rightarrow -300 + 36\mu - 350 + 4\mu + 1500 + 25\mu - 200 = 0 \Rightarrow 65\mu + 650 = 0$ $\Rightarrow \mu = -10 \Rightarrow F_s(110 195 250)$	5
Summe Aufgabe II:		25

Lösungshinweise zur Aufgabe III		BE																																								
1.1	Rangwertliste:	5																																								
	<table><tr><td>Rangnr.</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td></tr><tr><td>Schuhgröße</td><td>35</td><td>35</td><td>36</td><td>36</td><td>36</td><td>36</td><td>37</td><td>37</td><td>37</td><td>37</td><td>37</td><td>37</td><td>38</td><td>38</td><td>38</td><td>38</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td></tr></table>		Rangnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Schuhgröße	35	35	36	36	36	36	37	37	37	37	37	37	38	38	38	38	38	39	40
	Rangnr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19																					
Schuhgröße	35	35	36	36	36	36	37	37	37	37	37	37	38	38	38	38	38	39	40																							
Spannweite: $R = 40 - 35 = 5$ ;    Median: $x_{Med} = 37$ ;    Modalwert: $x_{Mod} = 37$																																										
1.2	$\bar{x} = \frac{2 \cdot 35 + 4 \cdot 36 + 6 \cdot 37 + 5 \cdot 38 + 39 + 40}{19} = \frac{705}{19} \approx 37,1$	2																																								
2.1	<div><div><div>Start</div><div><div><div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{4}{8}</math></div><div></div></div><div><div><div></div><div><math>\frac{2}{8}</math></div><div></div></div></div>&lt;/</div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div></div>																																									

Bewertungsschlüssel:

BE = Bewertungseinheiten	100 - 86	85 - 71	70 - 56	55 - 41	40 - 21	20 - 0
Note	1	2	3	4	5	6