

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2015

MATHEMATIK

24. Juni 2015

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 64 MSO)

	Seite
Allgemeine Hinweise	2
Auswahl der Aufgabengruppen und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	8

Nicht für den Prüfling bestimmt!

Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und des Rechtschreibens vom 16. November 1999 wird hingewiesen (KWMBI I Nr. 23/1999).

1. Allgemeine Hinweise

- 1.1 Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet. Elektronische Wörterbücher sind ausgeschlossen.
- 1.2 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.1999 (KWMBI I Nr. 23/1999) wird nochmals verwiesen.

2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

- 2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

- 2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.

Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.

- 2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.

- 2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

- 3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

- 3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.

- 3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

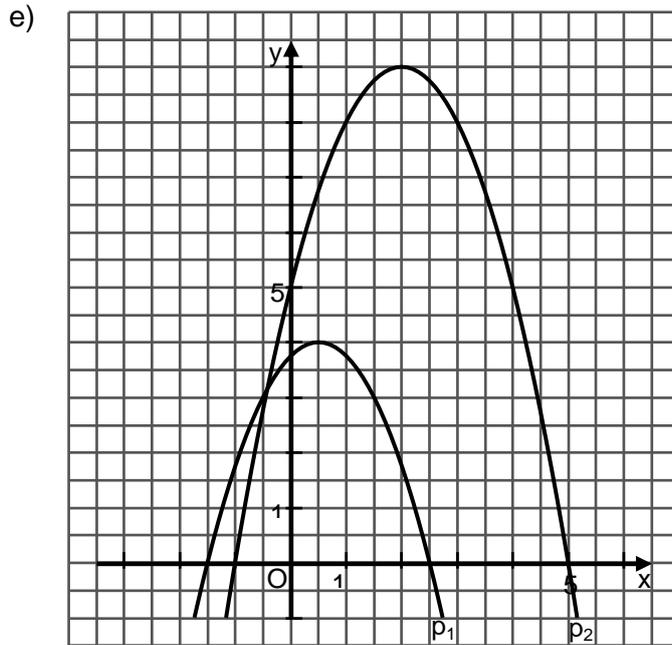
- 3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält der Prüfling die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.
- 3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.
Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.
- 3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.
- 3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.
- 3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.
- 3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.
- 3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen
- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
 - durch die Benutzung der π -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von $\pi = 3,14$,
 - durch Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

Aufgabengruppe I – Ergebnisse

	Punkte
1. a) Koordinaten des Schnittpunkts A: $0 = 0,5x + 1 \quad \Rightarrow x = -2 \quad A(-2 \mid 0)$	1
b) Funktionsgleichung der Geraden g_2 : $3 = 0,5 \cdot 1 + t_2 \quad \Rightarrow t_2 = 2,5 \quad g_2: y = 0,5x + 2,5$	1
c) Funktionsgleichung der Geraden g_3 : $m_3 = -2$ $4 = -2 \cdot 2 + t_3 \quad \Rightarrow t_3 = 8 \quad g_3: y = -2x + 8$	1,5
d)	1,5
e) Koordinaten des Schnittpunkts T: $0,5x + 1 = -1,5x + 7 \quad \Rightarrow x = 3; y = 2,5 \quad T(3 \mid 2,5)$	1,5
f) Funktionsgleichung der Geraden g_5 : $m_5 = \frac{-7 - 2}{0,5 - (-4)} = -2$ $2 = -2 \cdot (-4) + t_5 \quad \Rightarrow t_5 = -6 \quad g_5: y = -2x - 6$	1,5
g) Winkel α : $\tan \alpha = 0,5 \quad \Rightarrow \alpha \approx 27^\circ$	1
	9

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
2. a) $\frac{d+e}{h} = \frac{e}{k}$	1
b) $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$ oder $\frac{a}{d} = \frac{b}{e}$	1
c) $\frac{m}{h} = \frac{c}{b+a}$	1
	<hr/> 3
3. $ID = \mathbb{R} \setminus \{-3; -\frac{7}{3}\}$	1
$4x(6+2x) + 4(3x+7) = (6+2x) \cdot (3x+7) - x(6+2x)$	
$x^2 + 2,5x - 3,5 = 0$	
$x_1 = -3,5$ $x_2 = 1$	2,5
$IL = \{-3,5; 1\}$	0,5
	<hr/> 4
4. a) Anzahl der Kunden: $1\,600\,000 \cdot 1,05^3 = 1\,852\,200$	1
b) Anzahl der Kunden: $1\,600\,000 \cdot 1,05 \cdot 0,99^2 = 1\,646\,568$	1
c) Jahre n: $2 = 1,06^n \quad \Rightarrow \quad n \approx 12$	1,5
d) Durchschnittliches jährliches Wachstum p: $1\,000\,000 = 800\,000 \cdot q^3$ $q \approx 1,077 \quad \Rightarrow \quad p = 7,7\%$	1,5
	<hr/> 5
5. Wandstärke s des Beckens in dm:	
$\frac{1}{2} \cdot (3,75^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 - r_i^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14) = 181,7 : 8,8$	
$r_i \approx 3,5$	3
$s = 3,75 - 3,5 = 0,25$	1
	<hr/> 4
6. a) Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform: $y = -(x-0,5)^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad p_1: y = -x^2 + x + 3,75$	1
b) Koordinaten der Nullstellen: $0 = -x^2 + 4x + 5 \quad \Rightarrow \quad N_1(-1 0); N_2(5 0)$	1
c) Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2 : $p_2: y = -(x-2)^2 + 9 \quad \Rightarrow \quad S_2(2 9)$	1
d) Koordinaten der Schnittpunkte Q und P: $2x - 3 = -x^2 + 4x + 5$ $x^2 - 2x - 8 = 0$ $x_1 = -2; y_1 = -7 \quad \Rightarrow \quad Q(-2 -7)$ $x_2 = 4; y_2 = 5 \quad \Rightarrow \quad P(4 5)$	1,5



f) Mögliche Scheitelpunktform von p_3 :
 Beispiel: $p_3: y = -(x - 0,5)^2 + 5$
 allgemein: $p_3: y = -(x - 0,5)^2 + z$ mit $z \neq 4$

1

0,5

6

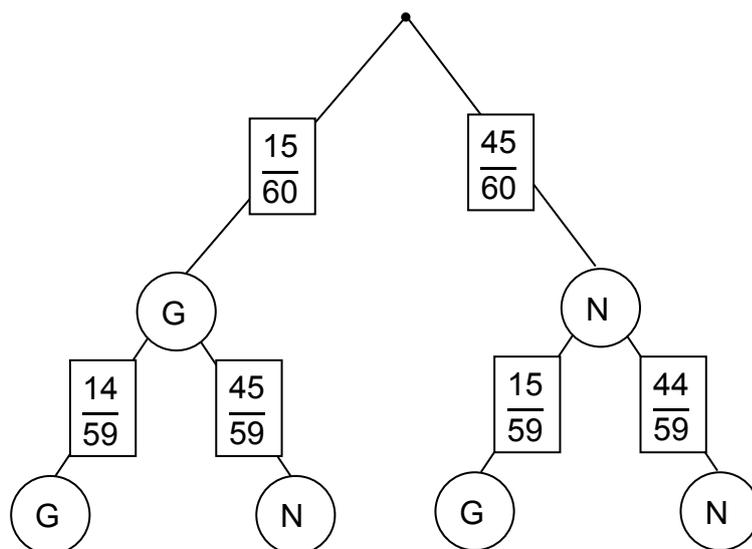
7. a) $2x\sqrt{6x^2} \neq x\sqrt{3}$

b) $\frac{x^{-2}}{x^{-3}} \cdot \sqrt{3} = x\sqrt{3}$

2

2

8. a) Baumdiagramm:
 N → Niete / G → Gewinn



1

1

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
b) Wahrscheinlichkeit: $\frac{15}{60} \cdot \frac{45}{59} + \frac{45}{60} \cdot \frac{15}{59} = \frac{45}{118} \approx 0,38$	1
9. a) Winkel ε : $\tan \varepsilon = 3 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \approx 71,57^\circ$	1
b) Längen der Strecken in cm: $\tan 35^\circ = \frac{3 \cdot \overline{EB}}{12 + \overline{EB}} \quad \Rightarrow \quad \overline{EB} \approx 3,65$	2
Umfang u des Dreiecks AEC in cm: $\overline{BC} = 3 \cdot 3,65 = 10,95$ $\overline{EC} = \sqrt{10,95^2 + 3,65^2} \quad \Rightarrow \quad \overline{EC} \approx 11,54$ $\overline{AC} = \sqrt{15,65^2 + 10,95^2} \quad \Rightarrow \quad \overline{AC} \approx 19,10$ $u = 42,64$	2
10. Länge a und Höhe c in cm: (I) $a = 2c$ (II) $(c - 10) \cdot a \cdot 30 = 72\,000$ $\Rightarrow (c - 10) \cdot 2c \cdot 30 = 72\,000$ $c = 40; a = 80$	2
Summe:	45

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

Punkte

1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

$$m_1 = \frac{4-8}{2-(-6)} = -\frac{1}{2}$$

$$4 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + t_1 \quad \Rightarrow t_1 = 5$$

$$g_1: y = -\frac{1}{2}x + 5$$

1,5

- b) Funktionsgleichung der Geraden g_3 :

$$m_3 = 2$$

$$5 = 2 \cdot 4 + t_3 \quad \Rightarrow t_3 = -3$$

$$g_3: y = 2x - 3$$

1

- c) Schnittpunkt N der Geraden g_2 mit der x- Achse:

$$0 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$x = -4 \quad \Rightarrow C(-4 | 0)$$

1,5

- d) y-Koordinate des Punktes D:

$$y = -0,5 \cdot (-15) - 2$$

$$y = 5,5$$

1

- e) Koordinaten des Schnittpunktes E der Geraden g_3 und g_4 :

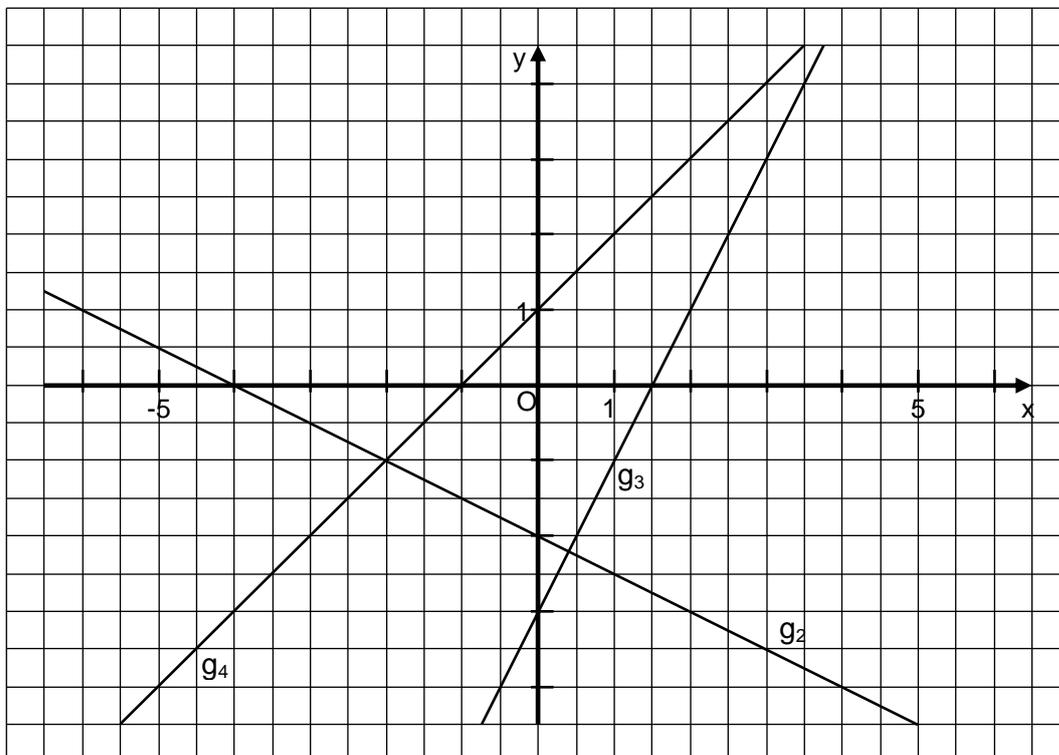
$$x + 1 = -0,5x - 2 \quad \Rightarrow x = -2$$

$$y = (-2) + 1 \quad \Rightarrow y = -1$$

$$S(-2 | -1)$$

1,5

- f)



1,5

8

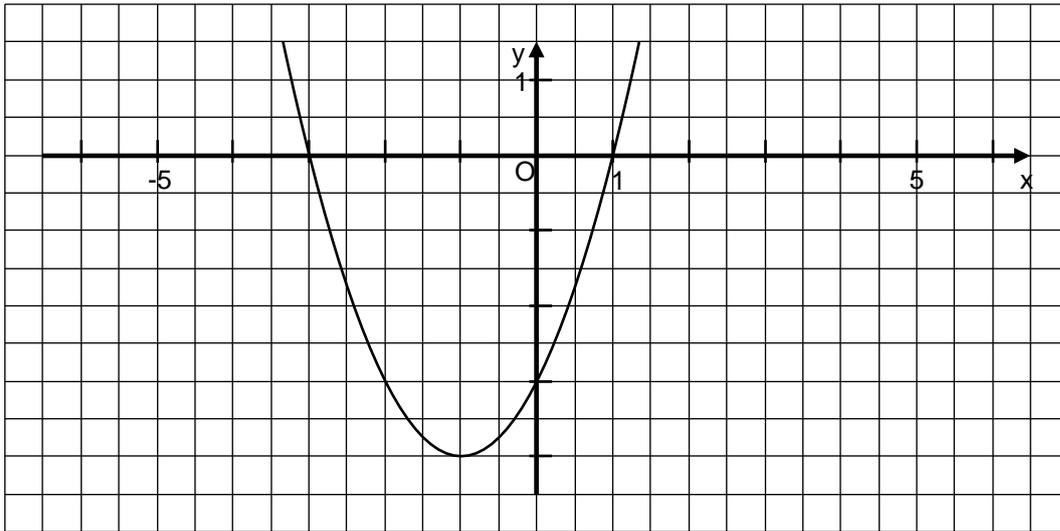
	Punkte
2. $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$ $6x - 2x^2 - 3 + x - 3x - x^2 = -9 + 3x + 6x - 2x^2$ $x^2 + 5x - 6 = 0$ $x_1 = 1; \quad x_2 = -6$ $\mathbb{L} = \{1; -6\}$	1 2,5 0,5 <hr/> 4
3. a) Länge der Strecke \overline{BD} in cm: $x \cdot (x + 8) = 12,4^2$ $x \approx 9,0$ Eine alleinige Angabe des Ergebnisses ohne Lösungsweg darf nicht gewertet werden.	2
b) Länge der Strecke \overline{CD} in cm: $\overline{CD}^2 = 8,0 \cdot 9,0 \quad \Rightarrow \overline{CD} \approx 8,5$ Flächeninhalt des Dreiecks ABC in cm^2 : $A = (8,0 + 9,0) \cdot 8,5 : 2 \quad \Rightarrow A = 72,3$	1,5
c) Größe des Winkels β : $\cos \beta = \frac{12,4}{17} \quad \Rightarrow \beta \approx 43,2^\circ$	1
d) Länge der Strecke \overline{DE} in cm: $\frac{\overline{DE}}{8} = \frac{12,4}{17} \quad \Rightarrow \overline{DE} \approx 5,8$ Länge der Strecke \overline{AE} in cm: $\overline{AE}^2 = 8^2 - 5,8^2 \quad \Rightarrow \overline{AE} \approx 5,5$ Umfang des Dreiecks ADE in cm: $u = 8 + 5,8 + 5,5 \quad \Rightarrow u = 19,3$	1,5 <hr/> 6
4. a) Funktionsgleichung der Parabel p_1 in Normalform: (I) $3 = 2^2 + 2p + q$ (II) $-1 = 4^2 + 4p + q$ $p = -8; \quad q = 15 \quad \Rightarrow p_1: y = x^2 - 8x + 15$	2
b) Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform: $y = -(x - 3)^2 + 4 \quad \Rightarrow y = -x^2 + 6x - 5$	1
c) Koordinaten der Nullstellen N_1 und N_2 der Parabel p_3 : $0 = x^2 + 2x - 3$ $x_1 = -3 \quad \Rightarrow N_1 (-3 0)$ $x_2 = 1 \quad \Rightarrow N_2 (1 0)$	1
d) Koordinaten der Schnittpunkte C und D von p_3 mit p_4 : $x^2 + 2x - 3 = -x^2 + 2x + 5$ $x_1 = -2; \quad y_1 = -3 \quad C (-2 -3)$ $x_2 = 2 \quad y_2 = 5 \quad D (2 5)$	1,5

Fortsetzung nächste Seite

e) Koordinaten des Scheitelpunktes S_3 der Parabel p_3 :

$$y = (x + 1)^2 - 4 \quad \Rightarrow S_1 (-1 \mid -4)$$

f)



Punkte

1

0,5

7

5. a) $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$

b) $\frac{f}{e} = \frac{a+b}{a}$

c) $\frac{c+d}{c} = \frac{a+b}{a}$

1

1

1

3

6. a) Restmenge W_4 nach 80 Jahren (4 Halbwertszeiten) in Milligramm:

$$W_4 = 500 \cdot 0,5^4$$

$$W_4 = 31,25$$

b) Anzahl der Jahre:

$$1 = 500 \cdot 0,5^n$$

$$n \approx 9$$

$$\Rightarrow 9 \cdot 20 = 180$$

c) Durchschnittlicher jährlicher Zerfall in Prozent:

$$1 = 2 \cdot q^{20}$$

$$q \approx 0,966$$

$$\Rightarrow p = 3,4 \%$$

1

1,5

1,5

4

7. a) Volumen V_1 in cm^3 :

$$V = 6000 : 7,5$$

$$\Rightarrow V = 800$$

Durchmesser d_1 in cm:

$$800 = \frac{4}{3} r_1^3 \cdot \pi$$

$$\Rightarrow r_1 \approx 5,8$$

$$\Rightarrow d_1 = 11,6$$

1,5

Fortsetzung nächste Seite

b) Volumen V_2 in cm^3 :

$$V_2 = 800 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow V_2 = 533 \frac{1}{3}$$

Durchmesser d_2 in cm:

$$533 \frac{1}{3} = \frac{4}{3} r_2^3 \cdot \pi$$

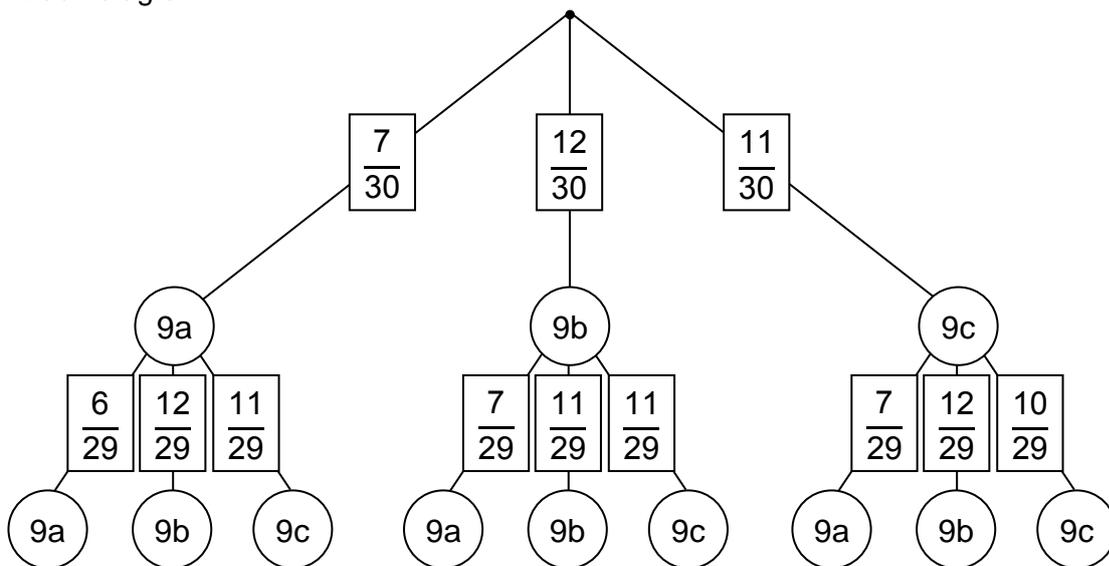
$$r_2 \approx 5 \Rightarrow d_2 = 10$$

Punkte

1,5

3

8. a) Baumdiagramm:



0,5

1

b) Wahrscheinlichkeit beide Preise für Klasse 9a:

$$\frac{7}{30} \cdot \frac{6}{29} = \frac{42}{870} = \frac{7}{145} \approx 0,048$$

1

c) Wahrscheinlichkeit kein Preis für Klasse 9c :

$$\frac{7}{30} \cdot \frac{6}{29} + \frac{7}{30} \cdot \frac{12}{29} + \frac{12}{30} \cdot \frac{7}{29} + \frac{12}{30} \cdot \frac{11}{29} = \frac{342}{870} = \frac{57}{145} \approx 0,393$$

1,5

4

9. a) $(4ab - 6 \boxed{c^2d^2})^2 = \boxed{16} a^2b^2 \ominus \boxed{48} abc^2d^2 + 36c^4d^4$

2

b) $(\boxed{14a} - 25c^2) \cdot (\boxed{14a} + 25c^2) = 196a^2 \ominus \boxed{625c^4}$

2

4

10. Korrekte Aussagen:

a) falsch b) richtig c) falsch d) richtig

2

2

Summe: 45