

# **MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2015**

## **MATHEMATIK**

**24. Juni 2015**

**8:30 Uhr – 11:00 Uhr**

### **Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 64 MSO)**

	Seite
Allgemeine Hinweise	2
Auswahl der Aufgabengruppen und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	8

**Nicht für den Prüfling bestimmt!**

Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und des Rechtschreibens vom 16. November 1999 wird hingewiesen (KWMBI I Nr. 23/1999).

## 1. Allgemeine Hinweise

- 1.1 Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet. Elektronische Wörterbücher sind ausgeschlossen.
- 1.2 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.1999 (KWMBI I Nr. 23/1999) wird nochmals verwiesen.

## 2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

- 2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

- 2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.

Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.

- 2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.

- 2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

## 3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

- 3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

- 3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.

- 3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

- 3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält der Prüfling die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.
- 3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.
- Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.**
- 3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.
- 3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.
- 3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.  
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.
- 3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.
- 3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen
- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
  - durch die Benutzung der  $\pi$ -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von  $\pi = 3,14$ ,
  - durch Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

## Aufgabengruppe I – Ergebnisse

1. a) Koordinaten des Schnittpunkts A:

$$0 = 0,5x + 1$$

$$\Rightarrow x = -2$$

$$A(-2 \mid 0)$$

Punkte

1

- b) Funktionsgleichung der Geraden  $g_2$ :

$$3 = 0,5 \cdot 1 + t_2$$

$$\Rightarrow t_2 = 2,5$$

$$g_2: y = 0,5x + 2,5$$

1

- c) Funktionsgleichung der Geraden  $g_3$ :

$$m_3 = -2$$

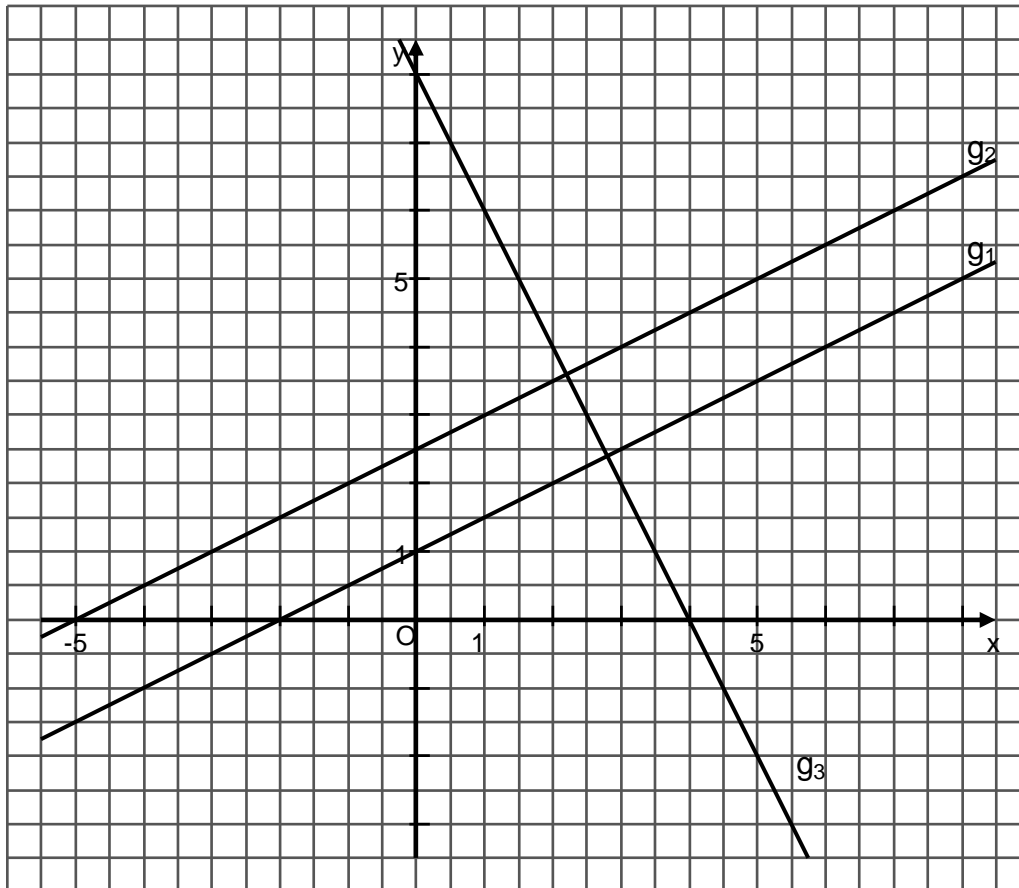
$$4 = -2 \cdot 2 + t_3$$

$$\Rightarrow t_3 = 8$$

$$g_3: y = -2x + 8$$

1,5

- d)



1,5

- e) Koordinaten des Schnittpunkts T:

$$0,5x + 1 = -1,5x + 7$$

$$\Rightarrow x = 3; y = 2,5$$

$$T(3 \mid 2,5)$$

1,5

- f) Funktionsgleichung der Geraden  $g_5$ :

$$m_5 = \frac{-7 - 2}{0,5 - (-4)} = -2$$

$$2 = -2 \cdot (-4) + t_5$$

$$\Rightarrow t_5 = -6$$

$$g_5: y = -2x - 6$$

1,5

- g) Winkel  $\alpha$ :

$$\tan \alpha = 0,5$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 27^\circ$$

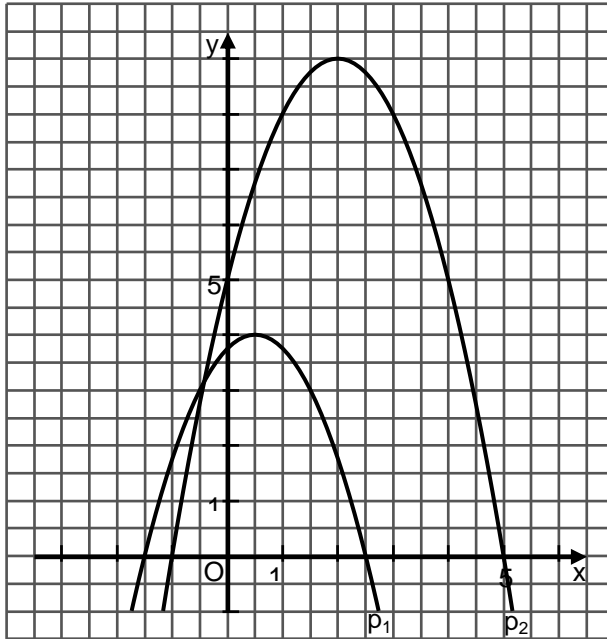
1

9

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
2. a) $\frac{d+e}{h} = \frac{e}{k}$	1
b) $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$ oder $\frac{a}{d} = \frac{b}{e}$	1
c) $\frac{m}{h} = \frac{c}{b+a}$	1
	3
3. $ID = \mathbb{R} \setminus \{-3; -\frac{7}{3}\}$ $4x(6+2x) + 4(3x+7) = (6+2x) \cdot (3x+7) - x(6+2x)$ $x^2 + 2,5x - 3,5 = 0$ $x_1 = -3,5$ $x_2 = 1$ $IL = \{-3,5; 1\}$	1   2,5 0,5
	4
4. a) Anzahl der Kunden: $1\,600\,000 \cdot 1,05^3 = 1\,852\,200$	1
b) Anzahl der Kunden: $1\,600\,000 \cdot 1,05 \cdot 0,99^2 = 1\,646\,568$	1
c) Jahre n: $2 = 1,06^n \Rightarrow n \approx 12$	1,5
d) Durchschnittliches jährliches Wachstum p: $1\,000\,000 = 800\,000 \cdot q^3$ $q \approx 1,077 \Rightarrow p = 7,7\%$	1,5
	5
5. Wandstärke s des Beckens in dm: $\frac{1}{2} \cdot (3,75^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 - r_i^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14) = 181,7 : 8,8$ $r_i \approx 3,5$ $s = 3,75 - 3,5 = 0,25$	3 1
	4
6. a) Funktionsgleichung von $p_1$ in der Normalform: $y = -(x - 0,5)^2 + 4 \Rightarrow p_1: y = -x^2 + x + 3,75$	1
b) Koordinaten der Nullstellen: $0 = -x^2 + 4x + 5 \Rightarrow N_1(-1   0); N_2(5   0)$	1
c) Scheitelpunkt $S_2$ der Parabel $p_2$ : $p_2: y = -(x - 2)^2 + 9 \Rightarrow S_2(2   9)$	1
d) Koordinaten der Schnittpunkte Q und P: $2x - 3 = -x^2 + 4x + 5$ $x^2 - 2x - 8 = 0$ $x_1 = -2; y_1 = -7 \Rightarrow Q(-2   -7)$ $x_2 = 4; y_2 = 5 \Rightarrow P(4   5)$	1,5

e)

f) Mögliche Scheitelpunktform von  $p_3$ :Beispiel:  $p_3: y = -(x - 0,5)^2 + 5$ allgemein:  $p_3: y = -(x - 0,5)^2 + z$  mit  $z \neq 4$ 

Punkte

1

0,5

6

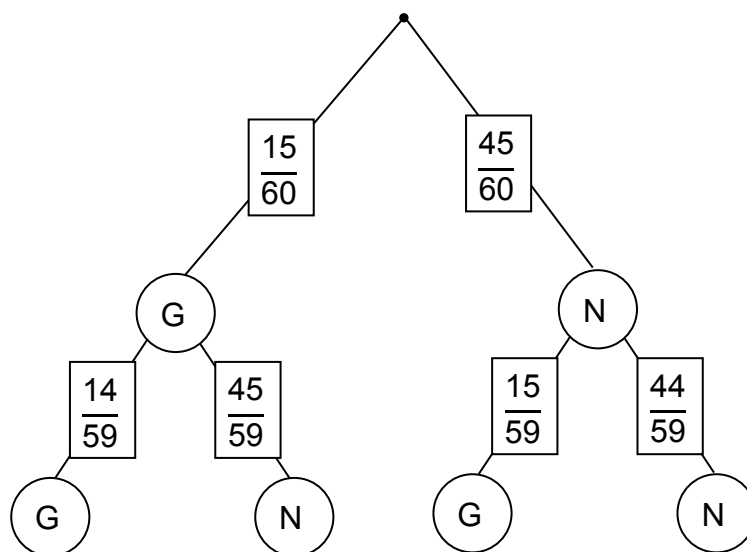
7. a)  $2x\sqrt{6x^2} \neq x\sqrt{3}$

b)  $\frac{x^{-2}}{x^{-3}} \cdot \sqrt{3} = x\sqrt{3}$

2

2

8. a) Baumdiagramm:

N  $\rightarrow$  Niete / G  $\rightarrow$  Gewinn

1

1

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
b) Wahrscheinlichkeit: $\frac{15}{60} \cdot \frac{45}{59} + \frac{45}{60} \cdot \frac{15}{59} = \frac{45}{118} \approx 0,38$	1
	3
9. a) Winkel $\varepsilon$ : $\tan \varepsilon = 3 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \approx 71,57^\circ$	1
b) Längen der Strecken in cm: $\tan 35^\circ = \frac{3 \cdot \overline{EB}}{12 + \overline{EB}} \quad \Rightarrow \quad \overline{EB} \approx 3,65$ Umfang u des Dreiecks AEC in cm: $\overline{BC} = 3 \cdot 3,65 = 10,95$ $\overline{EC} = \sqrt{10,95^2 + 3,65^2} \quad \Rightarrow \quad \overline{EC} \approx 11,54$ $\overline{AC} = \sqrt{15,65^2 + 10,95^2} \quad \Rightarrow \quad \overline{AC} \approx 19,10$ $u = 42,64$	2
	5
10. Länge a und Höhe c in cm: (I) $a = 2c$ (II) $(c - 10) \cdot a \cdot 30 = 72\,000$ $\Rightarrow (c - 10) \cdot 2c \cdot 30 = 72\,000$ $c = 40; a = 80$	2
	2
	4
Summe:	45

## Aufgabengruppe II – Ergebnisse

Punkte

1. a) Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ :

$$m_1 = \frac{4-8}{2-(-6)} = -\frac{1}{2}$$

$$4 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + t_1 \quad \Rightarrow t_1 = 5$$

$$g_1: y = -\frac{1}{2}x + 5$$

1,5

- b) Funktionsgleichung der Geraden  $g_3$ :

$$m_3 = 2$$

$$5 = 2 \cdot 4 + t_3 \quad \Rightarrow t_3 = -3$$

$$g_3: y = 2x - 3$$

1

- c) Schnittpunkt N der Geraden  $g_2$  mit der x- Achse:

$$0 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$x = -4 \quad \Rightarrow C(-4 \mid 0)$$

1,5

- d) y-Koordinate des Punktes D:

$$y = -0,5 \cdot (-15) - 2$$

$$y = 5,5$$

1

- e) Koordinaten des Schnittpunktes E der Geraden  $g_3$  und  $g_4$ :

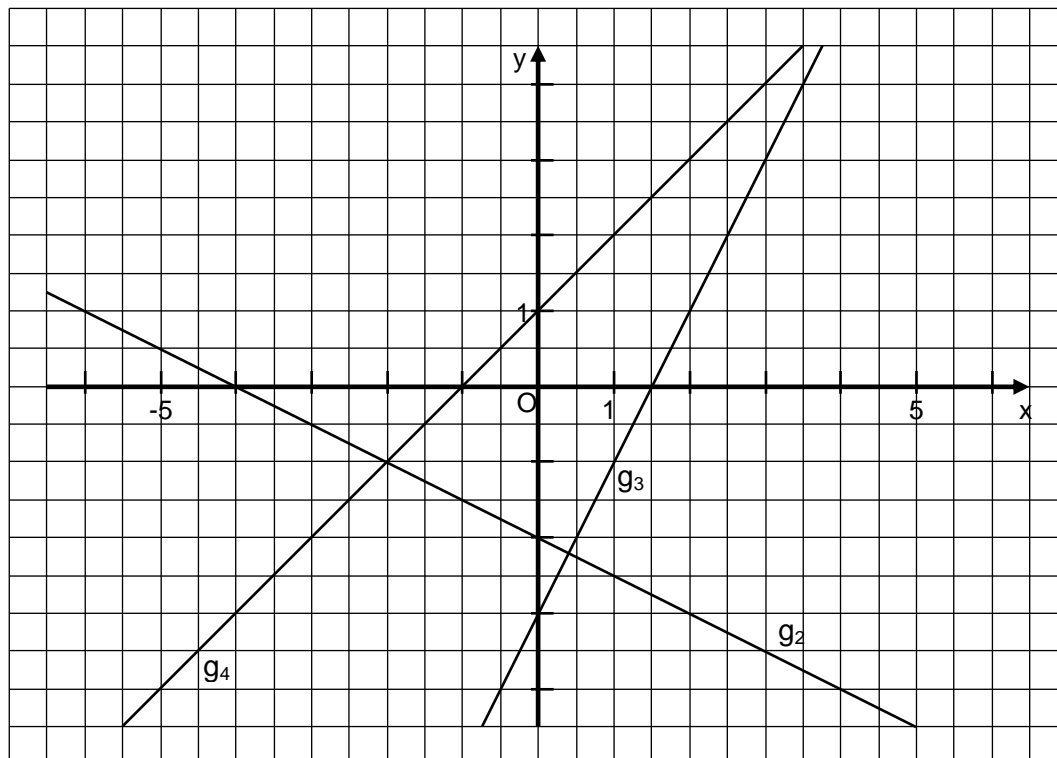
$$x + 1 = -0,5x - 2 \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

$$y = (-2) + 1 \quad \Rightarrow \quad y = -1$$

$$S(-2 \mid -1)$$

1,5

- f)



1,5

8



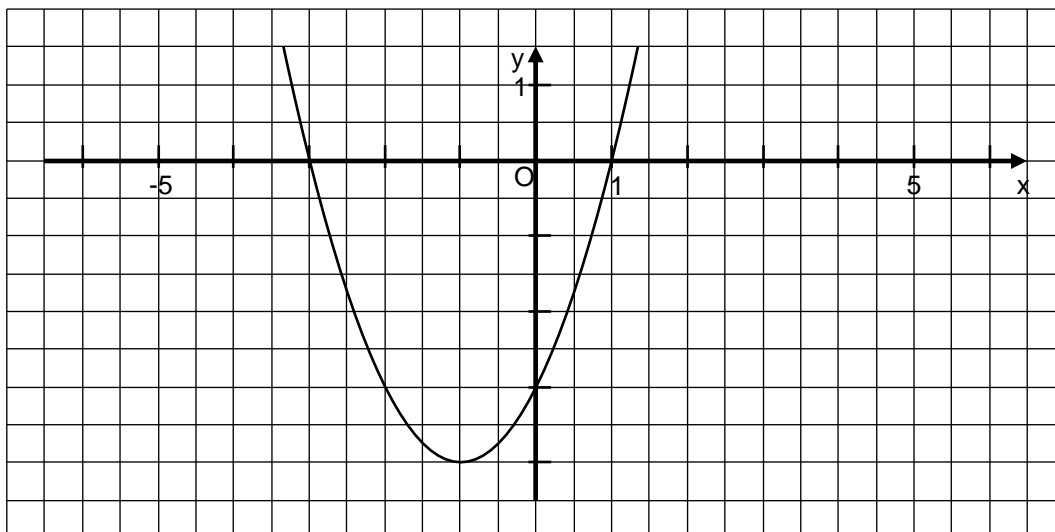
	Punkte
2. $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$ $6x - 2x^2 - 3 + x - 3x - x^2 = -9 + 3x + 6x - 2x^2$ $x^2 + 5x - 6 = 0$ $x_1 = 1; \quad x_2 = -6$ $\mathbb{L} = \{1; -6\}$	1    2,5 0,5 <hr/> 4
3. a) Länge der Strecke $\overline{BD}$ in cm: $x \cdot (x + 8) = 12,4^2$ $x \approx 9,0$ Eine alleinige Angabe des Ergebnisses ohne Lösungsweg darf <b>nicht gewertet</b> werden.	2
b) Länge der Strecke $\overline{CD}$ in cm: $\overline{CD}^2 = 8,0 \cdot 9,0 \quad \Rightarrow \overline{CD} \approx 8,5$ Flächeninhalt des Dreiecks ABC in $\text{cm}^2$ : $A = (8,0 + 9,0) \cdot 8,5 : 2 \quad \Rightarrow A = 72,3$	1,5
c) Größe des Winkels $\beta$ : $\cos \beta = \frac{12,4}{17} \quad \Rightarrow \beta \approx 43,2^\circ$	1
d) Länge der Strecke $\overline{DE}$ in cm: $\frac{\overline{DE}}{8} = \frac{12,4}{17} \quad \Rightarrow \overline{DE} \approx 5,8$ Länge der Strecke $\overline{AE}$ in cm: $\overline{AE}^2 = 8^2 - 5,8^2 \quad \Rightarrow \overline{AE} \approx 5,5$ Umfang des Dreiecks ADE in cm: $u = 8 + 5,8 + 5,5 \quad \Rightarrow u = 19,3$	1,5
	<hr/> 6
4. a) Funktionsgleichung der Parabel $p_1$ in Normalform: (I) $3 = 2^2 + 2p + q$ (II) $-1 = 4^2 + 4p + q$ $p = -8; \quad q = 15 \quad \Rightarrow p_1: y = x^2 - 8x + 15$	2
b) Funktionsgleichung von $p_2$ in der Normalform: $y = -(x - 3)^2 + 4 \quad \Rightarrow y = -x^2 + 6x - 5$	1
c) Koordinaten der Nullstellen $N_1$ und $N_2$ der Parabel $p_3$ : $0 = x^2 + 2x - 3$ $x_1 = -3 \quad \Rightarrow N_1 (-3 \mid 0)$ $x_2 = 1 \quad \Rightarrow N_2 (1 \mid 0)$	1
d) Koordinaten der Schnittpunkte C und D von $p_3$ mit $p_4$ : $x^2 + 2x - 3 = -x^2 + 2x + 5$ $x_1 = -2; \quad y_1 = -3 \quad C (-2 \mid -3)$ $x_2 = 2 \quad y_2 = 5 \quad D (2 \mid 5)$	1,5

Fortsetzung nächste Seite

e) Koordinaten des Scheitelpunktes  $S_3$  der Parabel  $p_3$ :

$$y = (x + 1)^2 - 4 \quad \Rightarrow S_1 (-1 \mid -4)$$

f)



Punkte

1

0,5

7

5. a)  $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$

b)  $\frac{f}{e} = \frac{a+b}{a}$

c)  $\frac{c+d}{c} = \frac{a+b}{a}$

1

1

1

3

6. a) Restmenge  $W_4$  nach 80 Jahren (4 Halbwertszeiten) in Milligramm:

$$W_4 = 500 \cdot 0,5^4$$

$$W_4 = 31,25$$

1

b) Anzahl der Jahre:

$$1 = 500 \cdot 0,5^n$$

$$n \approx 9$$

$$\Rightarrow 9 \cdot 20 = 180$$

1,5

c) Durchschnittlicher jährlicher Zerfall in Prozent:

$$1 = 2 \cdot q^{20}$$

$$q \approx 0,966$$

$$\Rightarrow p = 3,4 \%$$

1,5

4

7. a) Volumen  $V_1$  in  $\text{cm}^3$ :

$$V = 6000 : 7,5$$

$$\Rightarrow V = 800$$

Durchmesser  $d_1$  in cm:

$$800 = \frac{4}{3} r_1^3 \cdot \pi$$

$$\Rightarrow r_1 \approx 5,8$$

$$\Rightarrow d_1 = 11,6$$

1,5

Fortsetzung nächste Seite

b) Volumen  $V_2$  in  $\text{cm}^3$ :

$$V_2 = 800 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow V_2 = 533 \frac{1}{3}$$

Durchmesser  $d_2$  in cm:

$$533 \frac{1}{3} = \frac{4}{3} r_2^3 \cdot \pi$$

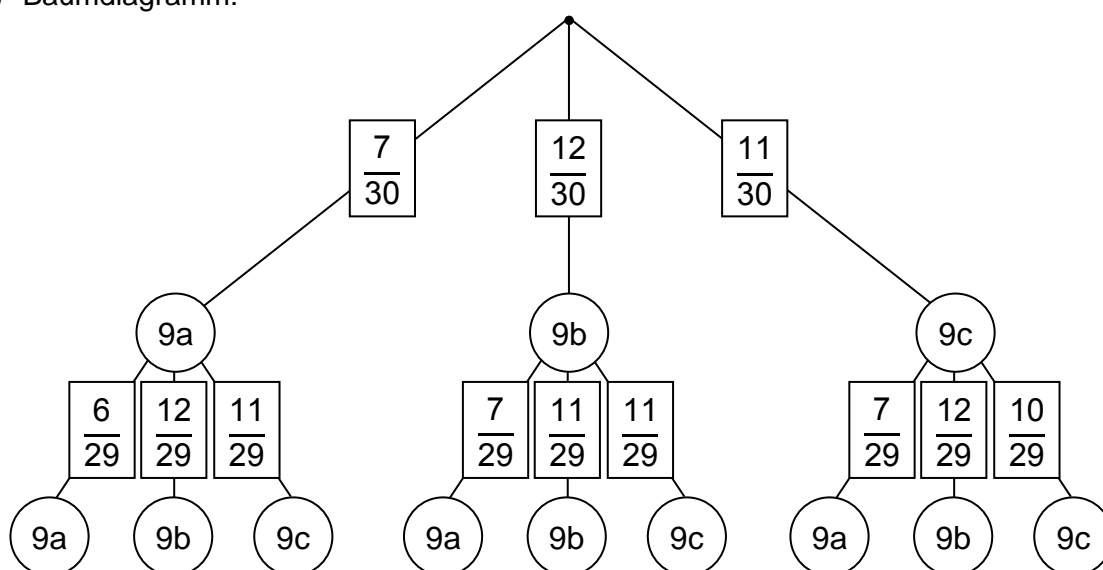
$$r_2 \approx 5 \Rightarrow d_2 = 10$$

Punkte

1,5

3

8. a) Baumdiagramm:



0,5

1

b) Wahrscheinlichkeit beide Preise für Klasse 9a:

$$\frac{7}{30} \cdot \frac{6}{29} = \frac{42}{870} = \frac{7}{145} \approx 0,048$$

1

c) Wahrscheinlichkeit kein Preis für Klasse 9c:

$$\frac{7}{30} \cdot \frac{6}{29} + \frac{7}{30} \cdot \frac{12}{29} + \frac{12}{30} \cdot \frac{7}{29} + \frac{12}{30} \cdot \frac{11}{29} = \frac{342}{870} = \frac{57}{145} \approx 0,393$$

1,5

4

9. a)  $(4ab - 6 \boxed{c^2 d^2})^2 = \boxed{16} a^2 b^2 \text{ (−) } \boxed{48} abc^2 d^2 + 36c^4 d^4$

2

b)  $(\boxed{14a} - 25c^2) \cdot (\boxed{14a} + 25c^2) = 196a^2 \text{ (−) } \boxed{625c^4}$

2

4

10. Korrekte Aussagen:

a) falsch      b) richtig      c) falsch      d) richtig

2

2

Summe: 45