Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

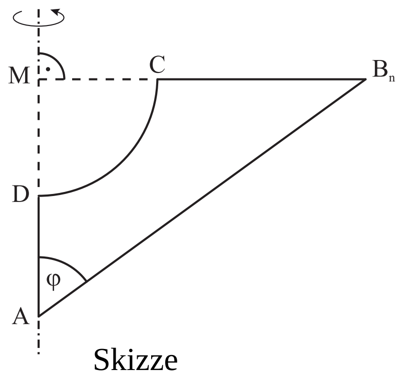
Mathematik I

Name: ____________ Vorname: ____________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Gegeben sind rechtwinklige Dreiecke AB_nM mit $\overline{AM} = 4\,\text{cm}$ und den Hypotenusen $[AB_n]$.
Die Winkel B_nAM haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]30°; 90°[$.
Der Kreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $r = \overline{MC} = 2\,\text{cm}$ schneidet die Seite $[AM]$ im Punkt D und die Seiten $[B_nM]$ im Punkt C.



Skizze

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 1.1 Berechnen Sie die Länge der Seite $[AB_1]$ für $\varphi = 54°$.

1 P

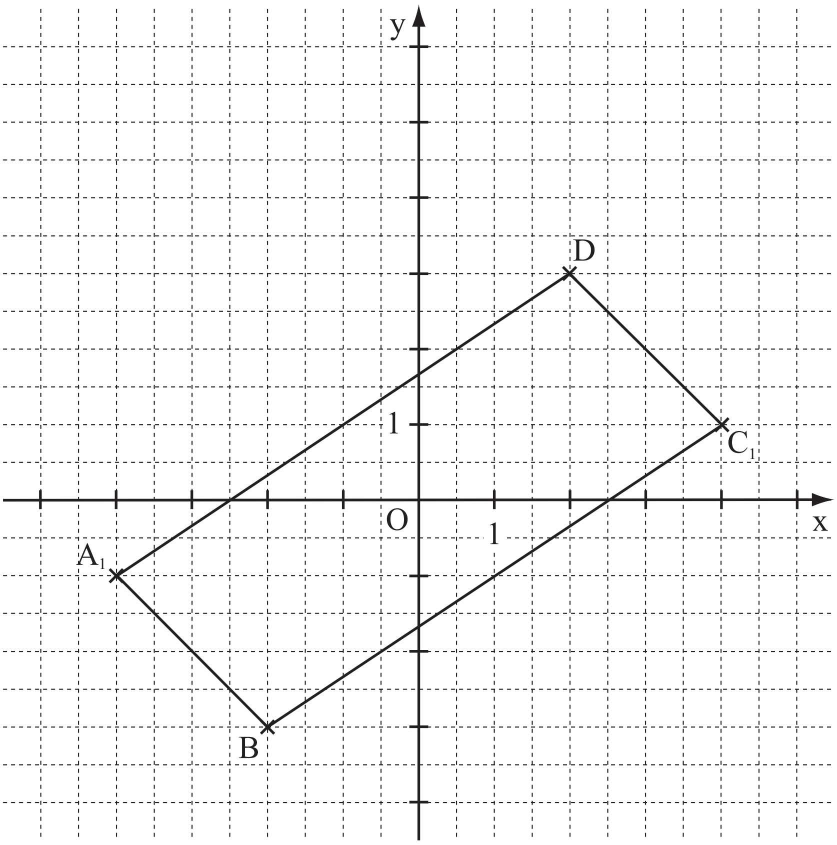
A 1.2 Die Figuren AB_nCD, die durch die Strecken $[AD]$, $[AB_n]$ und $[B_nC]$ sowie durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{DC}$ begrenzt sind, rotieren um die Gerade AM.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{16}{3} \cdot \pi \cdot \left(4 \cdot \tan^2 \varphi - 1\right)\,\text{cm}^3$.

3 P

A 1.3 Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers für $\varphi = 54°$.

1 P

A 2.0 Punkte $A_n\left(2\cdot\sin\varphi-4\,\middle|\,3\cdot\sin\varphi-1\right)$ mit $\varphi\in[0°;90°]$ legen zusammen mit den Punkten $B(-2\,|\,-3)$ und $D(2\,|\,3)$ Parallelogramme A_nBC_nD fest.



A 2.1 In das Koordinatensystem zu A 2.0 ist das Parallelogramm A_1BC_1D für $\varphi=0°$ eingezeichnet.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_2 für $\varphi=90°$ und zeichnen Sie sodann das Parallelogramm A_2BC_2D ein.

2 P

A 2.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Trägergraphen t der Punkte A_n gilt: $y=\frac{3}{2}x+5$ $\left(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}\right)$.

Zeichnen Sie den Trägergraphen t in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

3 P

A 2.3 Begründen Sie, dass die Flächeninhalte A aller Parallelogramme A_nBC_nD maßgleich sind.

4 P

A 3.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x+2)+1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

A 3.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 an.

1 P

A 3.2 Bestimmen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu f_1.

2 P

A 3.3 Der Graph der Funktion f_2 hat eine Gleichung der Form $y = \log_2(-x+a)+3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}$) und schneidet den Graphen der Funktion f_1 auf der y-Achse.
Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für a.

2 P

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 0,75^{x+2} - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

B 1.1 Geben Sie die Definitions- und Wertemenge der Funktion f_1 an.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-9; 4]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 5$; $-4 \leqq y \leqq 8$ 3 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -2$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot 0,75^{x+4} + 7$ besitzt ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-9; 4]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, 0,75^{x+2} - 3\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n\left(x \,\middle|\, -2 \cdot 0,75^{x+4} + 7\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x > -6,61$ zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$. Die Strecken $[A_nC_n]$ liegen auf den Symmetrieachsen der Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overrightarrow{A_nB_n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie das Drachenviereck $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -5$ und das Drachenviereck $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nC_n}(x) = \left(-2,125 \cdot 0,75^{x+2} + 10\right)$ LE. 2 P

B 1.5 Unter den Drachenvierecken $A_nB_nC_nD_n$ gibt es die Raute $A_3B_3C_3D_3$.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. 3 P

B 1.6 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x) = \left(-6,375 \cdot 0,75^{x+2} + 30\right)$ FE.

Begründen Sie sodann, dass für den Flächeninhalt aller Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ gilt: $A < 30$ FE. 3 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

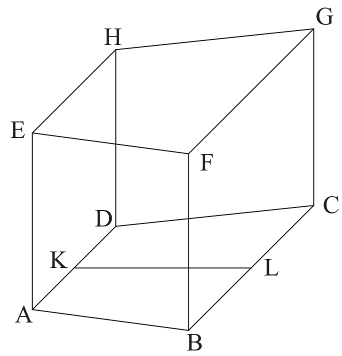
Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Trapez ABCD hat die parallelen Seiten $[AD]$ und $[BC]$. Der Mittelpunkt der Seite $[AD]$ ist der Punkt K, der Mittelpunkt der Seite $[BC]$ ist der Punkt L. Das Trapez ABCD ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEFGH (siehe Skizze). Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A.



Es gilt: $\overline{AD} = 8\text{ cm}$; $\overline{BC} = 12\text{ cm}$; $\overline{KL} = 6\text{ cm}$; $\overline{AE} = 7\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei $[KL]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt K links vom Punkt L liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 2 P

B 2.2 Der Mittelpunkt der Kante $[EH]$ ist der Punkt M, der Mittelpunkt der Kante $[FG]$ ist der Punkt N. Für den Punkt S auf $[MN]$ gilt: $\overline{SN} = 2\text{ cm}$.
Punkte P_n auf $[KS]$ bilden zusammen mit den Punkten K und L Dreiecke KLP_n.
Die Winkel P_nLK haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]0°; 74{,}05°\right[$.
Zeichnen Sie die Strecke $[MN]$, den Punkt S sowie das Dreieck KLP_1 für $\varphi = 45°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Bestätigen Sie rechnerisch, dass der Winkel LKS das Maß 60,26° hat. 3 P

B 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[LP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{LP_n}(\varphi) = \frac{5{,}21}{\sin(\varphi + 60{,}26°)}\text{ cm}$.
Geben Sie die minimale Länge der Strecken $[LP_n]$ an. 3 P

B 2.4 Unter den Dreiecken KLP_n gibt es das gleichschenklige Dreieck KLP_2 mit der Basis $[KP_2]$. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[KP_2]$. 2 P

B 2.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit den Höhen $[P_nT_n]$ und T_n auf der Strecke $[KL]$. Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ und ihre Höhe $[P_1T_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{104{,}20 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 60{,}26°)}\text{ cm}^3$. 3 P

B 2.6 Die Pyramide $BCGFP_3$ mit der rechteckigen Grundfläche BCGF und der Spitze P_3 hat dasselbe Volumen wie die Pyramide $ABCDP_3$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 4 P

Bitte wenden!