

Bildungsstandards

Mathematik

Allgemeine mathematische Kompetenzen

- (K1) Mathematisch argumentieren
- (K2) Probleme mathematisch lösen
- (K3) Mathematisch modellieren
- (K4) Mathematische Darstellungen verwenden
- (K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- (K6) Kommunizieren

Mathematische Leitideen

- (L1) Zahl
- (L2) Messen
- (L3) Raum und Form
- (L4) Funktionaler Zusammenhang
- (L5) Daten und Zufall

Hinweis: Im Lösungsmuster ist zu jeder Aufgabe eine Zuordnung zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen und mathematischen Leitideen grau hinterlegt. Aufgeführt sind jeweils die im Vordergrund stehenden Kompetenzen und Leitideen, bezogen auf den dargestellten Lösungsvorschlag.

So sind beispielsweise die allgemeine mathematische Kompetenz „(K6) Kommunizieren“ – hierzu gehören das Verstehen der Aufgabentexte und die verständliche Darstellung der Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse – und die mathematische Leitidee „(L1) Zahl“ – diese beinhaltet das vorteilhafte Rechnen und das sinnvolle Runden – bei fast jeder Aufgabe zutreffend, aber nicht explizit angegeben, sofern sie nicht im Vordergrund stehen.



Mathematik I

Aufgaben A 1 – 3

Haupttermin

RAUMGEOMETRIE

A 1.1	$\cos 54^\circ = \frac{4 \text{ cm}}{\overline{AB_1}}$	$\overline{AB_1} = 6,81 \text{ cm}$	1	L 2 K 5
A 1.2	$V = V_{\text{Kegel}} - V_{\text{Halbkugel}}$ $V = \frac{1}{3} \cdot \overline{MB_n}^2 \cdot \pi \cdot \overline{AM} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \overline{MC}^3 \cdot \pi$ $\tan \varphi = \frac{\overline{MB_n}}{4 \text{ cm}}$ $\overline{MB_n}(\varphi) = 4 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$ $V(\varphi) = \left[\frac{1}{3} \cdot (4 \cdot \tan \varphi)^2 \cdot \pi \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 2^3 \cdot \pi \right] \text{ cm}^3$ $V(\varphi) = \frac{16}{3} \cdot \pi \cdot (4 \cdot \tan^2 \varphi - 1) \text{ cm}^3$	$\varphi \in]30^\circ; 90^\circ[$ $\varphi \in]30^\circ; 90^\circ[$	3	L 3 L 4 K 2 K 5
A 1.3	$V(54^\circ) = \frac{16}{3} \cdot \pi \cdot (4 \cdot \tan^2 54^\circ - 1) \text{ cm}^3$	$V(54^\circ) = 110,21 \text{ cm}^3$	1	L 2 K 5

EBENE GEOMETRIE

A 2.1	<p>$A_2(-2 2)$</p> <p>Einzeichnen des Parallelogramms A_2BC_2D</p>	2	L 3 K 4 K 5
-------	--	---	-------------------



Mathematik I

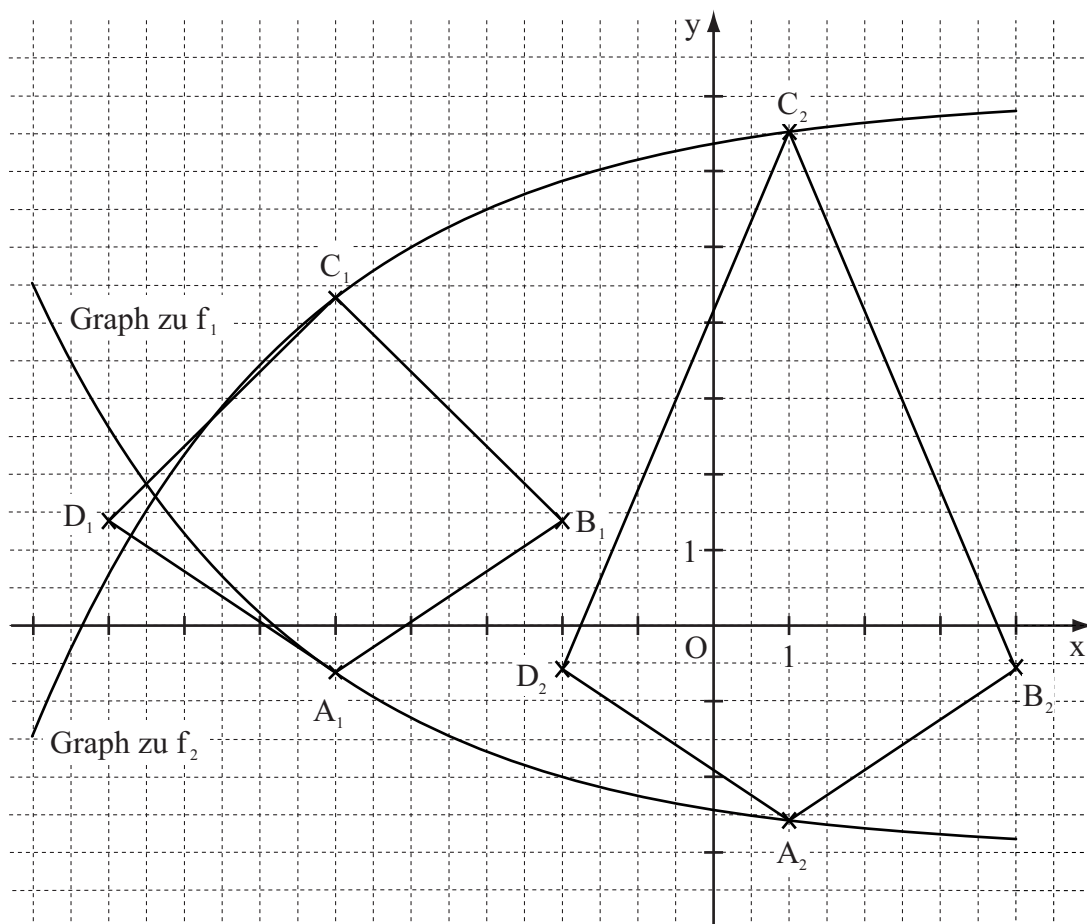
Aufgabe B 1

Haupttermin

FUNKTIONEN

B 1.1 $ID = \mathbb{R} ; W = \{y \mid y > -3\}$

L 4
K 5



3

L 4
K 4

B 1.2

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \cdot (0,75^{x+2} - 3) \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow y' = -2 \cdot 0,75^{x+2} + 6$$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -2 \cdot 0,75^{x+2} + 6 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x' \in \mathbb{R}$$

...

$$\Rightarrow y'' = -2 \cdot 0,75^{x+4} + 7$$

$$f_2: y = -2 \cdot 0,75^{x+4} + 7$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

Einzeichnen des Graphen zu f_2

4

L 4
K 4
K 5

B 1.3 Einzeichnen der Drachenvierecke $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L 3 K 4
B 1.4 $\overline{A_nC_n}(x) = [-2 \cdot 0,75^{x+4} + 7 - (0,75^{x+2} - 3)] \text{ LE}$ $\overline{A_nC_n}(x) = [-1,125 \cdot 0,75^{x+2} + 7 - (0,75^{x+2} - 3)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x > -6,61$ $\overline{A_nC_n}(x) = (-2,125 \cdot 0,75^{x+2} + 10) \text{ LE}$	2	L 4 K 2 K 5
B 1.5 Für die Raute $A_3B_3C_3D_3$ gilt: $\overline{A_3C_3} = 4 \text{ LE}$. $-2,125 \cdot 0,75^{x+2} + 10 = 4 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R}; x > -6,61$ \dots $\Leftrightarrow x = -5,61 \quad \mathbb{L} = \{-5,61\}$ $\overrightarrow{OB_3} = \overrightarrow{OA_3} \oplus \overrightarrow{A_3B_3}$ $\overrightarrow{OB_3} = \begin{pmatrix} -5,61 \\ -0,17 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad B_3(-2,61 1,83)$	3	L 4 K 2 K 5
B 1.6 $A(x) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (-2,125 \cdot 0,75^{x+2} + 10) \text{ FE} \quad x \in \mathbb{R}; x > -6,61$ $A(x) = (-6,375 \cdot 0,75^{x+2} + 30) \text{ FE}$ Da der Termwert von $-6,375 \cdot 0,75^{x+2}$ für alle Belegungen für x negativ ist, gilt für den Flächeninhalt aller Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$: $A < 30 \text{ FE}$.	3	L 4 K 1 K 2
17		

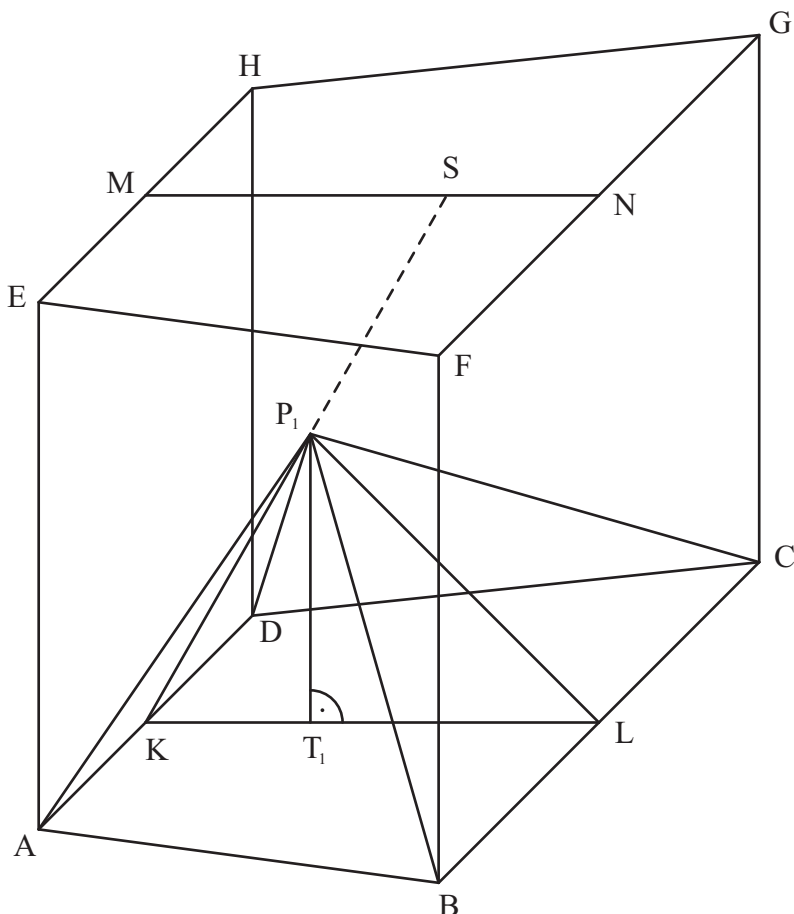
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



RAUMGEOMETRIE

B 2.1



2

L 3
K 4

B 2.2 Einzeichnen der Strecke $[MN]$, des Punktes S sowie des Dreiecks KLP_1

$$\tan \angle LKS = \frac{7}{6-2}$$

$$\angle LKS = 60,26^\circ$$

3

L 2
L 3
K 4
K 5

$$\frac{\overline{LP_n}(\varphi)}{\sin 60,26^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\sin [180^\circ - (60,26^\circ + \varphi)]}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 74,05^\circ]$$

$$\overline{LP_n}(\varphi) = \frac{5,21}{\sin (60,26^\circ + \varphi)} \text{ cm}$$

Für die minimale Länge der Strecken $[LP_n]$ gilt: $\overline{LP_0} = 5,21 \text{ cm}$.

3

L 2
K 5

$$\overline{KP_2}^2 = (6 \text{ cm})^2 + (6 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot \cos(180^\circ - 2 \cdot 60,26^\circ)$$

$$\overline{KP_2} = 5,95 \text{ cm}$$

2

L 2
K 5

<p>B 2.5 Einzeichnen der Pyramide $ABCDP_1$ und der Höhe $[P_1T_1]$</p> $V = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (12 \text{ cm} + 8 \text{ cm}) \cdot 6 \text{ cm} \right] \cdot \overline{P_n T_n}$ $\sin \varphi = \frac{\overline{P_n T_n}}{\overline{LP_n}} \quad \varphi \in]0^\circ; 74,05^\circ]$ $\overline{P_n T_n}(\varphi) = \frac{5,21 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 60,26^\circ)} \text{ cm}$ $V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (12 \text{ cm} + 8 \text{ cm}) \cdot 6 \text{ cm} \right] \cdot \frac{5,21 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 60,26^\circ)} \text{ cm} \quad \varphi \in]0^\circ; 74,05^\circ]$ $V(\varphi) = \frac{104,20 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 60,26^\circ)} \text{ cm}^3$	3	L 3 L 4 K 4 K 5
<p>B 2.6 $V_{\text{BCGFP}_n} = \frac{1}{3} \cdot (12 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm}) \cdot \overline{LT_n}$</p> $\cos \varphi = \frac{\overline{LT_n}}{\overline{LP_n}} \quad \varphi \in]0^\circ; 74,05^\circ]$ $\overline{LT_n}(\varphi) = \frac{5,21 \cdot \cos \varphi}{\sin(\varphi + 60,26^\circ)} \text{ cm}$ $V_{\text{BCGFP}_n}(\varphi) = \frac{145,88 \cdot \cos \varphi}{\sin(\varphi + 60,26^\circ)} \text{ cm}^3 \quad \varphi \in]0^\circ; 74,05^\circ]$ $\frac{104,20 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 60,26^\circ)} = \frac{145,88 \cdot \cos \varphi}{\sin(\varphi + 60,26^\circ)}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 54,46^\circ \quad \mathbb{L} = \{54,46^\circ\}$	4	L 3 L 4 K 2 K 5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.