

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2016

MATHEMATIK

22. Juni 2016

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 64 MSO)

	Seite
Allgemeine Hinweise	2
Auswahl der Aufgabengruppen und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	8

Nicht für die Prüflinge bestimmt!

Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und des Rechtschreibens vom 16. November 1999 wird hingewiesen (KWMBI I Nr. 23/1999).

1. Allgemeine Hinweise

- 1.1 Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet. Elektronische Wörterbücher sind ausgeschlossen.
- 1.2 Auf die Bekanntmachung zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens vom 16.11.1999 (KWMBI I Nr. 23/1999) wird nochmals verwiesen.

2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

- 2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

- 2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.

Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.

- 2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.

- 2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

- 3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

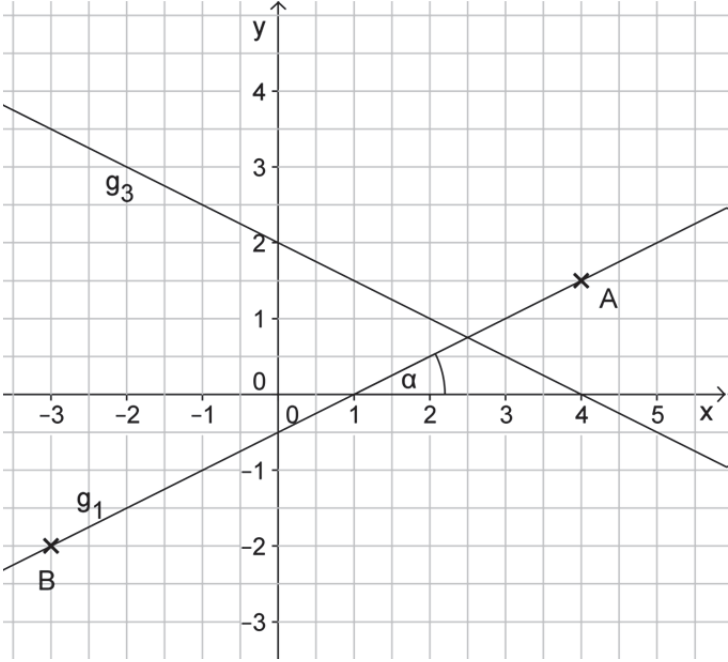
Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

- 3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.

- 3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

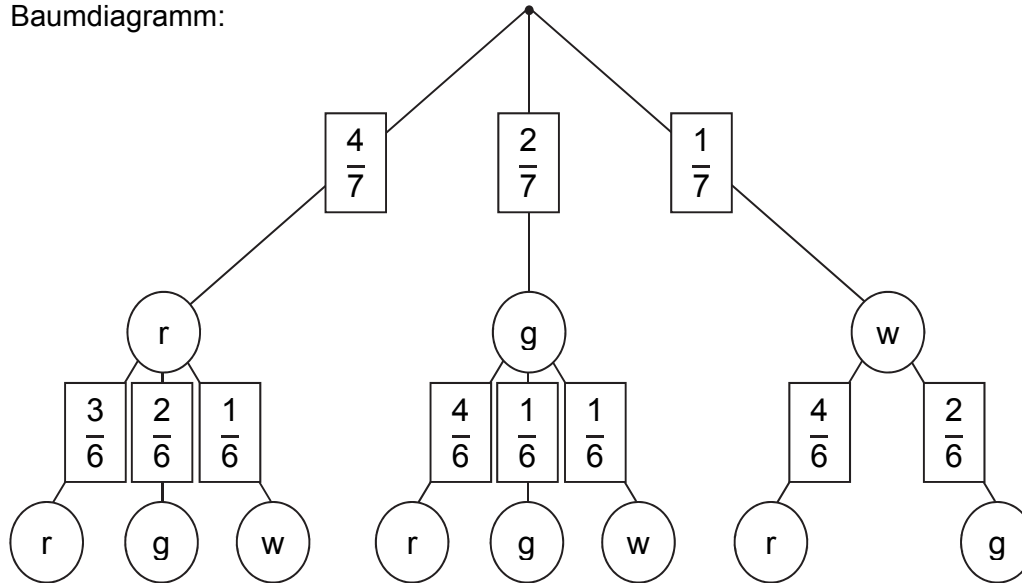
- 3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält der Prüfling die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.
- 3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.
- Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.**
- 3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.
- 3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.
- 3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.
- 3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.
- 3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen
- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
 - durch die Benutzung der π -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von $\pi = 3,14$,
 - durch Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

Aufgabengruppe I – Ergebnisse

	Punkte
1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 : $m_1 = 0,5$ $1,5 = 0,5 \cdot 4 + t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = -0,5 \quad \Rightarrow \quad g_1: y = 0,5x - 0,5$	1,5
b) Rechnung: $y = -52 + 6,5 = -45,5 \quad \Rightarrow \quad C \text{ liegt nicht auf } g_2$	1
c) Koordinaten der Nullstelle N: $0 = 2 - 0,5x \quad \Rightarrow \quad x = 4 \quad \Rightarrow \quad N(4 \mid 0)$	1
d) Koordinaten des Schnittpunkts T: $4x + 6,5 = 2 - 0,5x \quad \Rightarrow \quad x = -1; y = 2,5 \quad \Rightarrow \quad T(-1 \mid 2,5)$	1,5
e) Zeichnung:	
	1
f) Winkel α : $\tan \alpha = 0,5 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 26,6^\circ$	1
	7
2. a) $\overline{ZC} : \overline{ZA} = \overline{ZF} : \overline{ZD}$	1
b) $\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{ZE} : \overline{ZF}$	1
c) $\overline{CF} = 6 \text{ cm}$	1
	3

Fortsetzung nächste Seite

3. a) Baumdiagramm:



Die Angabe der Wahrscheinlichkeiten in Form von gekürzten Brüchen ist als richtig zu werten.

b) Wahrscheinlichkeit für zwei rote Gummibärchen:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7} \approx 0,29$$

c) Wahrscheinlichkeit für kein weißes Gummibärchen:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7} \approx 0,71 \quad \text{oder} \quad \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{7}$$

Punkte

0,5

1

1

1,5

4

4. a) Restmenge W_6 in g:

$$n = \frac{48}{8} \Rightarrow n = 6$$

$$W_6 = 5000 \cdot 0,5^6 = 78,125$$

b) Ausgangsmenge W_0 in g:

$$n = \frac{40}{8} \Rightarrow n = 5$$

$$W_0 = 16,25 : 0,5^5 = 520$$

c) Halbwertszeit in Jahren:

$$5 = 5120 \cdot 0,5^n \Rightarrow n = 10$$

$$53 : 10 = 5,3 \Rightarrow \text{Cobalt-60}$$

1

1,5

1,5

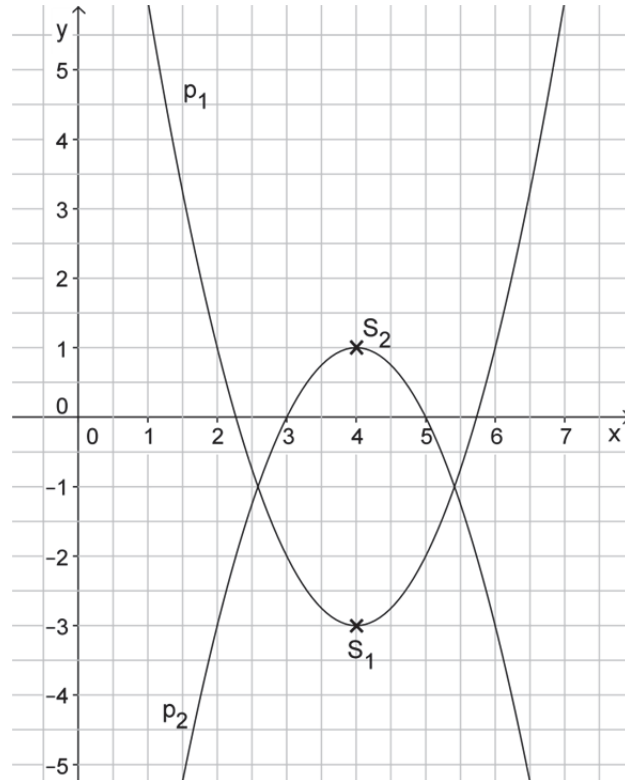
4

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
5. a) Länge der Höhe h_c in cm: $h_c^2 = 3 \cdot 27 \quad \Rightarrow \quad h_c = 9$	1
b) Größe des Winkels β : $\tan \beta = \frac{9}{3} \quad \Rightarrow \quad \beta \approx 71,6^\circ$	1
c) Länge der Strecke [BE] in cm: $\overline{BC}^2 = 9^2 + 3^2 \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} \approx 9,5$ $\cos 35,8^\circ = \frac{9,5}{\overline{BE}} \quad \Rightarrow \quad \overline{BE} \approx 11,7$	2
d) Flächeninhalt in cm^2 : $A' = k^2 \cdot A$ $A' = 3^2 \cdot 0,5 (3 + 27) \cdot 9 = 1215$	1
	5
6. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ $2 \cdot (x + 2) \cdot (x - 2) = 2x \cdot (x - 2) - x \cdot (2 - x)$ $x^2 - 6x + 8 = 0$ $x_1 = 2; \quad x_2 = 4$ $L = \{4\}$	1
	2,5
	0,5
	4
7. Volumen in mm^3 : $V = [2^2 \cdot 3,14 \cdot 4 + 0,5 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3^3 \cdot 3,14] \cdot 1000$ $V \approx 106\,760$ Masse in g: $m = 106,760 \cdot 2,71$ $m \approx 289,3$	2
	1
	3
8. a) Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform: $y = (x - 4)^2 - 3 \quad \Rightarrow \quad p_1: y = x^2 - 8x + 13$	1
b) Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2 : $p_2: y = -x^2 + 8x - 15 \quad \Rightarrow \quad S_2 (4 \mid 1)$	1

Fortsetzung nächste Seite

c) Zeichnung:



d) Fehlende y-Koordinate von D:

$$y_D = -120$$

e) Koordinaten der Schnittpunkte P und Q:

$$x^2 - 6x + 5 = -x^2 + 8x - 15$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = 5; \quad y_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad P(5 \mid 0)$$

$$x_2 = 2; \quad y_2 = -3 \quad \Rightarrow \quad Q(2 \mid -3)$$

f) Funktionsgleichung von p_3 in der Normalform:

$$(I) \quad 3 = 1 + p + q$$

$$(II) \quad 19 = 49 - 7p + q$$

$$p = 4; \quad q = -2 \quad \Rightarrow \quad p_3: y = x^2 + 4x - 2$$

Punkte

1

1

2

2

8

$$9. a) \quad 16x^2 - \boxed{8xy} + \boxed{y^2} = (\boxed{4x} - y)^2$$

1,5

$$b) \quad 0,25z^2 + 8z + \boxed{64} = (\boxed{0,5z} + \boxed{8})^2$$

1,5

3

10. Längen von a und b in cm:

$$(I) \quad 2a + 2b = 100 \quad \Rightarrow \quad a = 50 - b$$

$$(II) \quad (a - 5) \cdot (b + 6) = a \cdot b - 60$$

$$(I) \text{ in } (II) \quad (45 - b) \cdot (b + 6) = (50 - b) \cdot b - 60$$

$$\Rightarrow \quad b = 30$$

$$\Rightarrow \quad a = 20$$

2

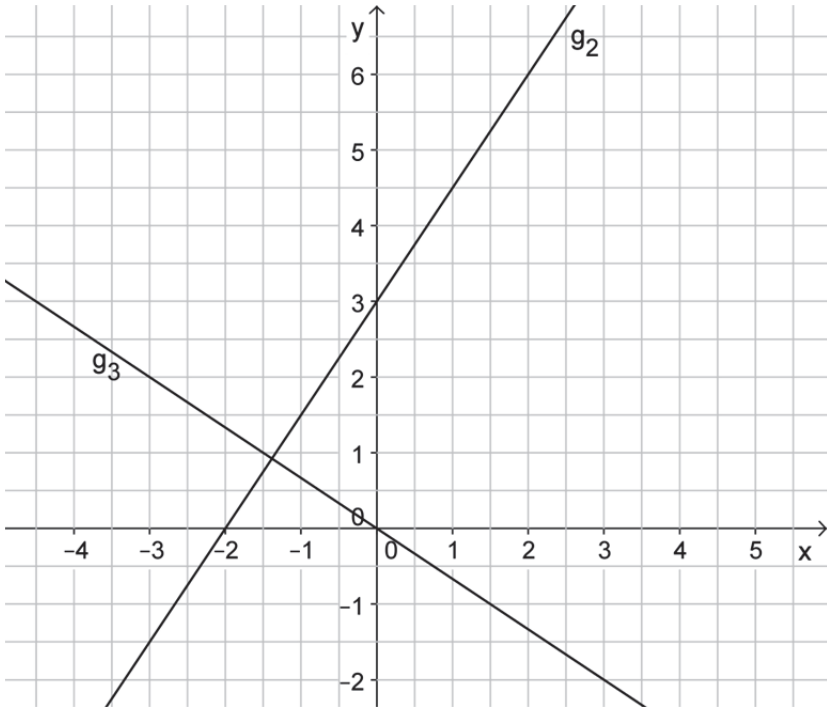
2

4

Summe:

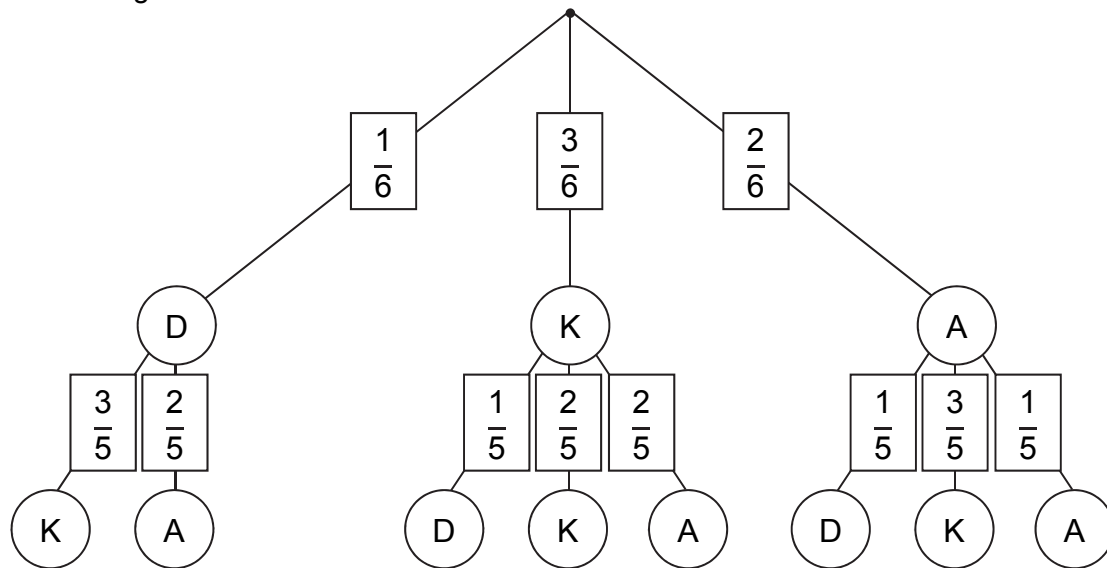
45

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

	Punkte
1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 : $m_1 = -0,5$ $6 = (-0,5) \cdot (-2) + t_1 \Rightarrow t_1 = 5 \Rightarrow g_1: y = -0,5x + 5$	1,5
b) Koordinaten des Schnittpunkts N: $0 = 1,5x + 3 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow N(-2 \mid 0)$	1
c) Funktionsgleichung der Geraden g_3 : $m_2 = 1,5 \Rightarrow m_3 = -\frac{2}{3} \Rightarrow g_3: y = -\frac{2}{3}x$	1
d) Koordinaten des Schnittpunkts T: $1,5x + 3 = 10x - 14 \Rightarrow x = 2; y = 6 \Rightarrow T(2 \mid 6)$	1,5
e) Graphen von g_2 und g_3 :	
	1
	6
2. Längen der Strecken c, h, und f in cm:	
$\frac{c}{6} = \frac{5}{4} \Rightarrow c = 7,5$	1
$\frac{h}{3} = \frac{6}{4} \Rightarrow h = 4,5$	1
$\frac{f+6}{6,75} = \frac{4}{3} \Rightarrow f = 3$	1
	3

Fortsetzung nächste Seite

3. a) Baumdiagramm:



0,5

1

Die Angabe der Wahrscheinlichkeiten in Form von gekürzten Brüchen ist als richtig zu werten.

b) Wahrscheinlichkeit Dame gezogen:

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

oder

$$\frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

1,5

c) Anzahl der Anordnungsmöglichkeiten:

$$8! = 40\,320$$

1

4

4. a) Funktionsgleichung von p_1 in Normalform:

$$(I) \quad 11 = 1^2 + 1p + q$$

$$(II) \quad -5 = (-3)^2 - 3p + q$$

$$p = 6$$

$$\Rightarrow q = 4$$

$$\Rightarrow p_1: y = x^2 + 6x + 4$$

1,5

b) Scheitelpunktform der Parabel p_2 :

$$p_2: y = (x + 1,5)^2 + 2$$

1

c) Funktionsgleichung der Parabel p_3 :

$$p_3: y = x^2 - 3x + 4,25$$

$$\text{oder } p_3: y = (x - 1,5)^2 + 2$$

1

d) Koordinaten der Schnittpunkte C und D:

$$-x^2 + 4,25 = x^2 + 3x + 4,25$$

$$x^2 + 1,5x = 0$$

$$x_1 = 0;$$

$$\Rightarrow y_1 = 4,25$$

$$\Rightarrow C(0 \mid 4,25)$$

$$x_2 = -1,5;$$

$$\Rightarrow y_2 = 2$$

$$\Rightarrow D(-1,5 \mid 2)$$

2

e) Funktionsgleichung der Geraden g (rechnerisch oder aus der Zeichnung abgelesen):

$$y = -2x - 5$$

1

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
f) Größe des Winkels α : $\tan \alpha = 2 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 63,4^\circ$	1
g) Funktionsgleichung von p_5 in Normalform: $S_1(-3 \mid 4)$ $y = -(x + 3)^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad p_5: y = -x^2 - 6x - 5$	1,5
	9
5. $\frac{2}{3}y$	2
6. Radius r_K der Kegelgrundfläche und Radius r_{Hk} der Halbkugel in cm: $\cos 53,1^\circ = \frac{r_K}{15} \quad \Rightarrow \quad r_K \approx 9 \quad \Rightarrow \quad r_{Hk} = 6$ Höhe h_K des Kegels in cm: $h_K = \sqrt{15^2 - 9^2} \quad \Rightarrow \quad h_K = 12$ Volumen des Kegels in cm^3 : $V_K = \frac{1}{3} \cdot 9^2 \cdot 3,14 \cdot 12 \quad \Rightarrow \quad V_K \approx 1017,4$ Volumen der Halbkugel in cm^3 : $V_{Hk} = \frac{2}{3} \cdot 6^3 \cdot 3,14 \quad \Rightarrow \quad V_{Hk} \approx 452,2$ Gesamtvolumen des Werkstücks in cm^3 : $V_{\text{gesamt}} = 565,2$	1,5
	0,5
	0,5
	1
	0,5
	4
7. a) Anzahl der Jahre n : $210 = 2800 \cdot 0,79^n \quad \Rightarrow \quad n \approx 11$	2
b) Wert des Rollers nach 4 Jahren in €: $2800 \cdot 0,77 \cdot 0,84^3 = 1\,277,87$	1,5
c) Jährlicher Wertverlust in Prozent: $500 = 3200 \cdot q^{10} \quad \Rightarrow \quad q \approx 0,83 \quad \Rightarrow \quad p = 17$	1,5
	5

Fortsetzung nächste Seite

