08.09.2016

Besondere Prüfung 2016
Mathematik

Arbeitszeit: 120 Minuten

____

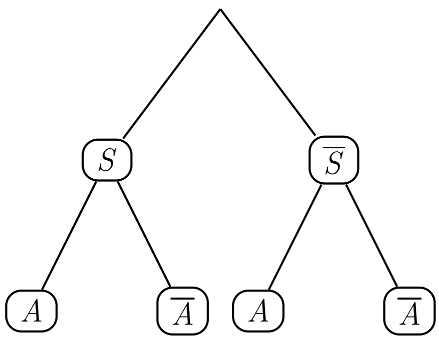
Name des Prüflings

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

BE

1. Eine Verbraucherschutzorganisation testet das Apfelangebot von Supermarktketten. Dazu testet sie zahlreiche Äpfel.
   Insgesamt werden 28 % aller getesten Äpfel als Bio-Äpfel ausgewiesen, d. h. sie tragen ein Bio-Siegel.
   Von den getesteten Äpfeln mit Bio-Siegel stammen jedoch nur 92 % aus biologischem Anbau. 3,6 % aller getesteten Äpfel tragen kein Biosiegel, wurden aber dennoch biologisch angebaut.
   Nun wird ein Apfel aus den getesteten Äpfeln zufällig ausgewählt.

4 a) Gegeben ist das nachstehende Baumdiagramm. Dabei werden die folgenden Ereignisse betrachtet:
A: „Der ausgewählte Apfel wurde biologisch **a**ngebaut."
S: „Der ausgewählte Apfel trägt ein Bio-**S**iegel."
Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten an den Zweigen des Baumdiagramms.



3 b) Ein zufällig ausgewählter Apfel erweist sich im Test als nicht biologisch angebaut. Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit er dennoch ein Bio-Siegel trägt.

3 c) Berechnen Sie, welcher Anteil der getesteten Äpfel insgesamt richtig ausgewiesen ist.

2 d) Aus allen getesteten Äpfeln mit Biosiegel werden fünf Äpfel zufällig ausgewählt. Schätzen Sie durch eine geeignete Rechnung ab, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich herausstellt, dass alle fünf Äpfel biologisch angebaut wurden.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

2. Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto 3 \cdot \cos(2x) - 2$ mit der Definitionsmenge $\mathbb{R}$.

3 a) Geben Sie an, wie der Graph der Funktion f schrittweise aus dem Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $k : x \mapsto \cos(x)$ hervorgeht.

2 b) Zeichnen Sie den Graphen von f im Bereich $-\pi \leq x \leq \pi$.

3 c) Bestimmen Sie die Nullstellen von f im Bereich $0 \leq x \leq \pi$ auf zwei Nachkommastellen genau.

2 d) Nun wird die Funktion $g : x \mapsto f(x) + e$ mit $e \in \mathbb{R}$ und Definitionsmenge $\mathbb{R}$ betrachtet. Geben Sie an, für welche Werte von e die Funktion g keine Nullstellen besitzt.

4 e) Bestimmen Sie die Koeffizienten k und t einer in $\mathbb{R}$ definierten quadratischen Funktion $p : x \mapsto k \cdot x^2 + t$ so, dass diese für $x = 0$, $x = -\frac{\pi}{4}$ und $x = \frac{\pi}{4}$ dieselben Funktionswerte besitzt wie die Funktion f.

2 f) Geben Sie für f einen passenden Funktionsterm der Form $f(x) = a \cdot \sin(b(x + c)) + d$ an.

3. Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \dfrac{2x^2 + 7{,}9}{x^2 + 5}$ mit maximaler Definitionsmenge $\mathbb{D}_f$.

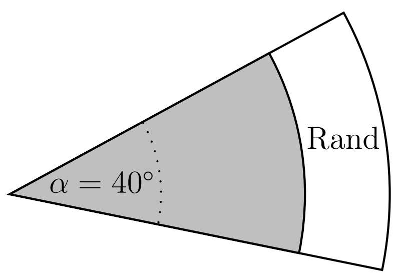
2 a) Geben Sie $\mathbb{D}_f$ an und begründen Sie, dass der Graph von f symmetrisch zur y-Achse verläuft.

2 b) Geben Sie das Verhalten von f für $x \to -\infty$ und für $x \to +\infty$ sowie eine Gleichung der waagrechten Asymptote des Graphen von f an.

3 c) Zeigen Sie, dass sich $f(x)$ in der Form $f(x) = 2 - \dfrac{2{,}1}{x^2 + 5}$ darstellen lässt.

3 d) Der Graph von f verläuft unterhalb seiner waagrechten Asymptote (Nachweis nicht erforderlich).
Berechnen Sie mithilfe des Terms aus Teilaufgabe c, für welche $x \in \mathbb{R}^+$ die Funktionswerte $f(x)$ um höchstens 0,02 vom Wert 2 abweichen.

4. Ein Pizzastück wird modellhaft als Kreissektor mit Radius 18,0 cm betrachtet (vgl. Abb.). Der Flächeninhalt des Randes beträgt dabei 22% des Flächeninhalts des gesamten Pizzastücks.



2 a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des gesamten Pizzastücks auf Quadratmillimeter genau.

(Ergebnis: 11 310 mm^2)

5 b) Berechnen Sie die Breite des Randes auf Millimeter genau.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
5	5. Eine Kugel hat ein Volumen von 2,0 dm^3. Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Kugel in cm^2 und runden Sie das Endergebnis auf eine Stelle nach dem Komma.

6. Im Rahmen eines 20 Jahre lang laufenden Projekts soll in einem Nationalpark eine seltene Antilopenart gezüchtet werden. In dem Park befindet sich ein Freigehege, das zu Beginn des Projekts so viel Platz bietet, dass maximal 250 Tiere artgerecht gehalten werden können. Im Verlauf des Projekts wird das Freigehege jährlich um weitere 10 artgerechte Plätze erweitert.
Die zeitliche Entwicklung des Tierbestands kann modellhaft durch den Term

$$n(x) = 200 \cdot 1{,}04^x$$

beschrieben werden. Dabei ist x die Anzahl der seit Projektbeginn vergangenen Jahre und $n(x)$ die Anzahl der Antilopen.

2 a) Geben Sie die Bedeutung der im Term enthaltenen Zahlen 200 und 1,04 im Sachzusammenhang an.

3 b) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich die ursprüngliche Anzahl der Antilopen im Gehege des Nationalparks erstmals verdoppelt hat.

3 c) Stellen Sie einen Term $p(x)$ auf, der die Anzahl der artgerechten Plätze im Gehege des Nationalparks angibt. Dabei ist x wie oben die Anzahl der seit Projektbeginn vergangenen Jahre.
Entscheiden Sie durch Rechnung, ob das Freigehege auch am Ende des Projektes noch für alle Tiere eine artgerechte Haltung ermöglicht.

2 d) Nach Abschluss des Projektes werden die Antilopen auf einer Insel ausgesetzt, auf der diese seltene Antilopenart bereits ausgestorben ist. Dort wird der Tierbestand aber weiter überwacht.
Relevante Forschungsergebnisse lassen den Schluss zu, dass die Anzahl der Antilopen zwar zurückgeht, sich aber auf lange Sicht einem Wert von 350 annähert.
Einer der drei folgenden Terme beschreibt näherungsweise die Entwicklung der Anzahl dieser Antilopen auf der Insel, wobei t die Zeit seit der Entlassung aus dem Freigehege in Jahren angibt.
Entscheiden Sie, welcher der folgenden Terme der gesuchte ist, indem Sie begründen, warum die anderen nicht in Frage kommen.

i) $n_1(t) = 350 \cdot 0{,}7^t$

ii) $n_2(t) = 350 + 88 \cdot 1{,}2^t$

iii) $n_3(t) = 350 + 88 \cdot 0{,}8^t$

60