

Abschlussprüfung Telekolleg

Lehrgang 18

Prüfungsfach: **Mathematik**

Prüfungstag: **Samstag, 11. Juni 2016**

Prüfungsdauer: **180 Minuten**

Hilfsmittel: **Elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner;
Formelsammlung**

Name des Prüflings:

Maximale Punktzahl: 100

Erreichte Punktzahl:

Note:

Bewertungsschlüssel:

BE	100-86	85-71	70-56	55-41	40-20	19-0
Note	1	2	3	4	5	6

Aufgabe I

BE

1.0 Gegeben ist der Funktionsterm $f'(x)$ der ersten Ableitung einer ganzrationalen Funktion f mit $D_f = \mathbb{R}$ durch $f'(x) = -0,25x^2 + 1,5x$.
Der Graph der Funktion f' wird mit $G_{f'}$ bezeichnet.

1.1 Begründen Sie, welche der drei nachfolgenden Abbildungen **nicht** den Graphen von f' zeigen.

4

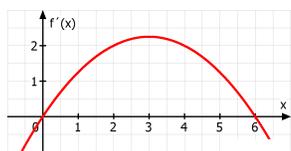


Abbildung (a)

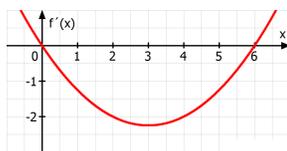


Abbildung (b)

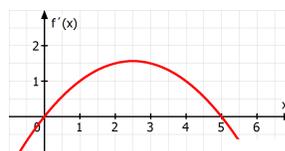


Abbildung (c)

1.2 Bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion f , wenn G_f durch den Punkt $P(3/0)$ verläuft.

4

[mögliches Ergebnis: $f(x) = -\frac{1}{12}(x^3 - 9x^2 + 54)$]

1.3 Zeigen Sie, dass sich der Funktionsterm von f auch wie folgt darstellen lässt:

2

$$f(x) = -\frac{1}{12}(x^2 - 6x - 18)(x - 3).$$

1.4 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G_f mit den Koordinatenachsen.

4

1.5 Ermitteln Sie Art und Koordinaten aller relativer Extrempunkte von G_f .

6

1.6 Berechnen Sie diejenige Stelle x_w , an der G_f die Steigung $m = 2,25$ hat. Bestätigen Sie, dass es sich bei x_w um die Wendestelle von f handelt.

5

1.7 Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente an G_f .

2

1.8 Zeichnen Sie unter Verwendung bisheriger Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte den Graphen von f im Bereich $-3 \leq x \leq 9$ in ein kartesisches Koordinatensystem.

6

Fügen Sie Ihrer Zeichnung auch die Wendetangente aus Aufgabe 1.7 hinzu.
(Maßstab für beide Achsen: $1 \text{ LE} \hat{=} 1 \text{ cm}$)

1.9 Der Graph G_f , die y -Achse und die Gerade mit der Gleichung $y = 4,5$ schließen im I. und IV. Quadranten ein endliches Flächenstück ein.

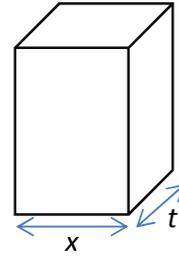
5

Schraffieren Sie dieses Flächenstück in Ihrer Zeichnung aus Aufgabe 1.8 und berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks.

Aufgabe I

BE

- 2.0** Ein Fabrikant erhält den Auftrag, quaderförmige Klappboxen aus Kunststoff zu fertigen. Für die Boxen mit der Breite x und der Tiefe t soll gelten, dass sie doppelt so hoch wie breit sein sollen (siehe auch nebenstehende Skizze). Die Summe aller zwölf Kantenlängen einer Box soll stets 720 cm ergeben. Auf das Mitführen von Einheiten wird verzichtet.



- 2.1** Stellen Sie das Volumen V einer Box in Abhängigkeit der Breite x dar und geben Sie eine sinnvolle Definitionsmenge D_V der Funktion V an, die der Breite x der Box ihr zugehöriges Volumen zuordnet.
Hinweis: Quadvolumen $V = \text{Grundfläche } A \cdot \text{Höhe } h$
[Ergebnis: $V(x) = -6x^3 + 360x^2$]
- 2.2** Berechnen Sie die Breite x_m , für die das Volumen den absolut größten Wert annimmt und berechnen Sie die Maßzahl des maximalen Volumens.

6

6

50

Aufgabe II

BE

- 1.0** In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Punkte $A(-1/2/1)$, $B(2/-1/-1)$ und $C(4/0/2)$ Eckpunkte des Parallelogramms ABCD.
- 1.1** Berechnen Sie die Koordinaten des fehlenden Eckpunktes D des Parallelogramms und des Schnittpunktes S der Diagonalen.
[Teilergebnis: $D(1/3/4)$] 4
- 1.2** Berechnen Sie die Maßzahl F des Flächeninhalts des Parallelogramms ABCD. 4
- 1.3** Berechnen Sie die Größe des Innenwinkels $\alpha = \sphericalangle BAD$. 3
- 2.0** Gegeben ist die Gerade g durch ihre Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$.
Die Punkte C (aus 1.0) und $R(3/1/2)$ legen die Gerade h fest.
- 2.1** Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden h in Parameterform. 2
- 2.2** Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Geraden g und h . 4
- 3.0** Die Gerade g und der Punkt $P(-3/0/1)$ bestimmen die Ebene E .
- 3.1** Ermitteln Sie je eine Gleichung der Ebene E in Parameter- und in der Normalenform.
[mögliches Teilergebnis: $E : x_1 - x_2 + 3x_3 = 0$] 5
- 3.2** Untersuchen Sie, für welche Werte von $k \in \mathbb{R}$ der Punkt $T_k(18/15k/k^2)$ in der Ebene E liegt. 3

Aufgabe III

BE

- 1.0** Die Mitarbeiter eines kleinen norddeutschen Reisebüros halten die Buchungen für Städtereisen mittels einer Strichliste fest:

München (M):	IIII I
Straßburg (S):	IIII
Heidelberg (H):	IIII II
Innsbruck (I):	III

- 1.1** Fertigen Sie eine Rangwertliste für die absoluten Häufigkeiten der einzelnen Reiseziele an und berechnen Sie den Median sowie die Spannweite der Buchungszahlen.

4

- 1.2** Erstellen Sie eine Tabelle für die relativen Häufigkeiten der Buchungszahlen für die einzelnen Reiseziele und stellen Sie die Verteilung der relativen Häufigkeiten in einem Säulendiagramm dar.

5

[Teilergebnis: $h(S)=0,2$]

- 1.3.0** Die Städtereisen werden wahlweise als Bus- oder Flugreise angeboten. 30% der Reisenden entscheiden sich für die Variante mit dem Flugzeug.

- 1.3.1** Die Wahl des Reiseziels und des Verkehrsmittels wird als Zufallsexperiment aufgefasst.

5

Stellen Sie alle möglichen Ergebnisse dieses Zufallsexperiments in einem Baumdiagramm dar und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse.

- 1.3.2** Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses

2

E : „Ein Reisender bucht eine Auslandsreise und wählt den Bus für die Anreise.“

- 1.4** Mittlerweile werden grundsätzlich 40% aller Reisen im Internet gebucht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass

4

- a) von 100 befragten Reisenden genau 45,
b) von 8 befragten Reisenden mindestens 2

über das Internet gebucht haben.

- 2.0** Ein Hotel bietet geführte Wanderungen und Radtouren an.

Aus langjährigen Beobachtungen ist bekannt, dass 25% der Gäste eine Radtour buchen, während 30% an einer Wanderung teilnehmen. 55% der Gäste nehmen keines dieser Angebote in Anspruch.

- 2.1** Fertigen Sie hierfür eine mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel an.

3

- 2.2** Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast, der während eines Aufenthaltes bereits an einer Bergwanderung teilgenommen hat, auch noch eine Radtour bucht?

2

25