Abschlussprüfung Telekolleg
Lehrgang 18
Lösungshinweise

Prüfungsfach:	**Mathematik**
Prüfungstag:	**Samstag, 11. Juni 2016**
Prüfungsdauer:	**180 Minuten**
Hilfsmittel:	**Elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner; Formelsammlung**
Name des Prüflings:	
Maximale Punktzahl:	100
Erreichte Punktzahl:	
Note:	
Hinweis:	**Die Hinweise zur Lösung stellen keine vollständige Lösungserwartung dar. Vielmehr beinhalten die Hinweise die wichtigsten Lösungsschritte samt den erforderlichen Zwischenergebnissen sowie das Endergebnis.**

Bewertungsschlüssel:

BE	100-86	85-71	70-56	55-41	40-20	19-0
Note	1	2	3	4	5	6

Aufgabe I Lösungshinweise **BE**

1.1 $f'(x)=-0{,}25x(x-6)$; $G_{f'}$ ist eine nach unten geöffnete Parabel; f' hat die Nullstellen 0 und 6. 4
Abbildung (b) entfällt daher wegen der falschen Öffnung der Parabel und Abbildung (c) wegen eines nicht passenden Schnittpunktes mit der x-Achse.

1.2 $f'(x)=-0{,}25x^2+1{,}5x;\quad f(x)=-\frac{1}{12}x^3+\frac{3}{4}x^2+c;\quad f(3)=0\Rightarrow c=-\frac{9}{2}$ 4

$f(x)=-\frac{1}{12}x^3+\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}=-\frac{1}{12}\left(x^3-9x^2+54\right)$

1.3 $-\frac{1}{12}\left(x^2-6x-18\right)(x-3)=-\frac{1}{12}\left(x^3-3x^2-6x^2+18x-18x+54\right)=f(x)$ 2

1.4 $S_y\left(0\,/-\frac{9}{2}\right);\quad \left(x^2-6x-18\right)\cdot(x-3)=0\Rightarrow x_1\approx-2{,}2;\; x_2\approx 8{,}2;\quad x_3=3$ 4

$N_1(x_1/0);\, N_2(x_2/0);\, N_3(x_3/0)$

1.5 $f''(x)=-0{,}5x+1{,}5$ 6

$f'(x)=0\Rightarrow x_4=0;\quad x_5=6$

$f'(0)=0\wedge f''(0)=1{,}5>0\Rightarrow G_f$ hat an der Stelle x_4 einen rel. Tiefpunkt $T(0/-4{,}5)$

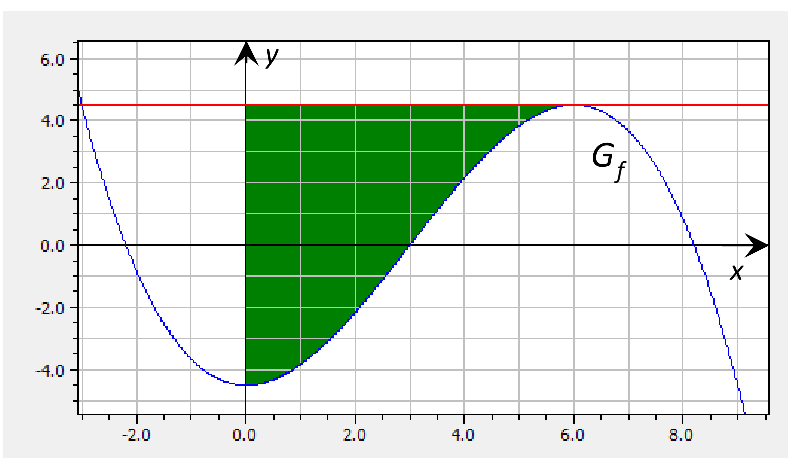
$f'(6)=0\wedge f''(6)=-1{,}5<0\Rightarrow G_f$ hat an der Stelle x_5 einen rel. Hochpunkt $H(6/4{,}5)$

1.6 $f'(x_1)=2{,}25;\quad -0{,}25x^2+1{,}5x=2{,}25\Rightarrow x_W=3;\; f'''(x)=-0{,}5$ 5

$f''(3)=0\wedge f'''(3)=-0{,}5\neq 0\Rightarrow x_W=3$ ist Wendestelle von f

1.7 $y=mx+t;\quad f(3)=0\qquad 0=2{,}25\cdot 3+t\Leftrightarrow t=-6{,}75\,;\qquad y=2{,}25x-6{,}75$ 2

1.8 6



1.9 Schraffur; $A=\int_0^6\left(4{,}5-f(x)\right)dx=27$ [FE] 5

Aufgabe I Lösungshinweise **BE**

2.1 $V(x,t) = x \cdot t \cdot 2x; \quad 4(x + t + 2x) = 720 \Leftrightarrow 3x + t = 180 \Leftrightarrow t = 180 - 3x$ 6

$V(x) = x \cdot (180 - 3x) \cdot 2x = 360x^2 - 6x^3; \quad D_V =]0;60[$

2.2 $V'(x) = 720x - 18x^2 = 18x(40 - x);\ D_{V'} =]0;60[$ 6

$V''(x) = 720 - 36x;\ D_{V''} =]0;60[$

$V'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \notin D_{V'};\ x_2 = 40 \in D_{V'}$

$V'(40) = 0 \wedge V''(40) = -720 < 0 \Rightarrow V$ hat an der Stelle x_2 ein rel. Maximum

Da V' in $D_{V'}$ keine weiteren Nullstellen mehr hat und V in D_V differenzierbar und somit stetig ist, liegt an der Stelle x_2 das absolute Maximum von V vor.

$V(40) = 192000$ [VE]

50

Aufgabe II Lösungshinweise **BE**

1.1
$$\vec{d}=\vec{a}+\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\\4\end{pmatrix};\ D(1/3/4)$$
$$\vec{s}=\vec{a}+0{,}5\cdot\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}+0{,}5\begin{pmatrix}5\\-2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1{,}5\\1\\1{,}5\end{pmatrix};\ S(1{,}5/1/1{,}5)$$
4

1.2
$$F=\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}\right|=\left|\begin{pmatrix}-7\\-13\\9\end{pmatrix}\right|\approx 17{,}3\ [\mathrm{FE}]$$
4

1.3
$$\cos(\alpha)=\frac{\overrightarrow{AB}\circ\overrightarrow{AD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AD}\right|}\Rightarrow\alpha\approx 99{,}84°$$
3

2.1
$$h:\vec{x}=\vec{c}+\mu\cdot\overrightarrow{CR};\quad h:\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\0\\2\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix};\quad \mu\in\mathbb{R}$$
2

2.2 Die Richtungsvektoren von g und h sind nicht kollinear;
Mit Ansatz: $\vec{x}_g=\vec{x}_h$ ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, welches keine Lösung hat $\Rightarrow$ g und h sind windschief 4

3.1
$$E:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}3\\-3\\-2\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}-3-(-1)\\0-2\\1-1\end{pmatrix};\qquad \lambda,\mu\in\mathbb{R}$$
$$\vec{n}^*=\begin{pmatrix}3\\-3\\-2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-2\\-2\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\4\\-12\end{pmatrix};\quad \vec{n}=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$$
$$E:(\vec{x}-\vec{a})\circ\vec{n}=0;\quad \left(\vec{x}-\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}\right)\circ\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}=0;\quad E:x_1-x_2+3x_3=0$$
5

3.2 Koordinaten von T_k in $x_1-x_2+3x_3=0$ einsetzen: $18-15k+3k^2=0\Rightarrow k_1=2;\ \ k_2=3$ 3

25

Aufgabe III Lösungshinweise **BE**

1.1 Rangwertliste: 4

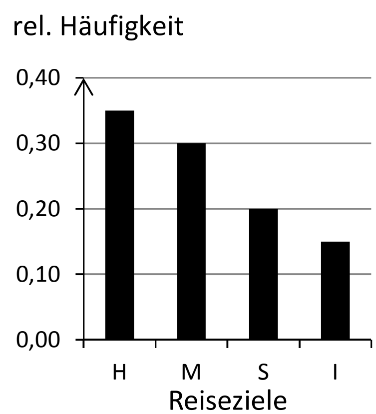
Rangnummer	Städte	absolute Häufigkeit
1	H	7
2	M	6
3	S	4
4	I	3

Median: $x_{med} = 5$ Spannweite: $w = 4$

1.2 Tabelle: 5

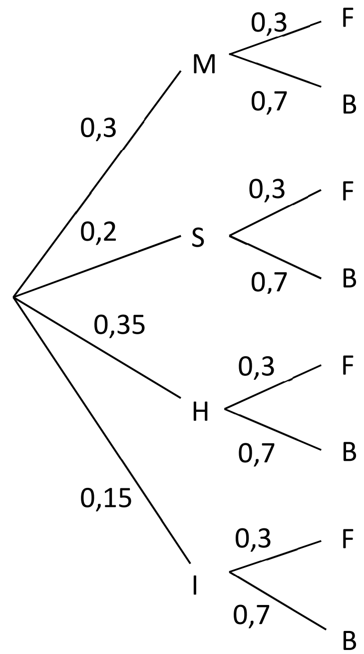
Städte	H	M	S	I
relative Häufigkeit	$\frac{7}{20} = 0{,}35$	$\frac{6}{20} = 0{,}3$	$\frac{4}{20} = 0{,}2$	$\frac{3}{20} = 0{,}15$

Säulendiagramm:



Aufgabe III Lösungshinweise — BE

1.3.1 Baumdiagramm: 5



$P(\{MF\}) = 0{,}09$

$P(\{MB\}) = 0{,}21$

$P(\{SF\}) = 0{,}06$

$P(\{SB\}) = 0{,}14$

$P(\{HF\}) = 0{,}105$

$P(\{HB\}) = 0{,}245$

$P(\{IF\}) = 0{,}045$

$P(\{IB\}) = 0{,}105$

1.3.2 $P(E) = P(\{SB, IB\}) = 0{,}14 + 0{,}105 = 0{,}245 = 24{,}5\%$ 2

1.4 4

$$P_a = \binom{100}{45} \cdot 0{,}4^{45} \cdot 0{,}6^{55} \approx 0{,}0478$$

$$P_b = 1 - \left(0{,}6^8 + 8 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^7\right) \approx 0{,}894$$

2.1 Vierfeldertafel: 3

	W	$\overline{W}$	
R	0,10	0,15	0,25
$\overline{R}$	0,20	0,55	0,75
	0,30	0,70	1

2.2 2

$$P_W(R) = \frac{P(W \cap R)}{P(W)} = \frac{0{,}1}{0{,}3} = \frac{1}{3}$$

25