Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2014

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ____________________ Vorname: ____________________

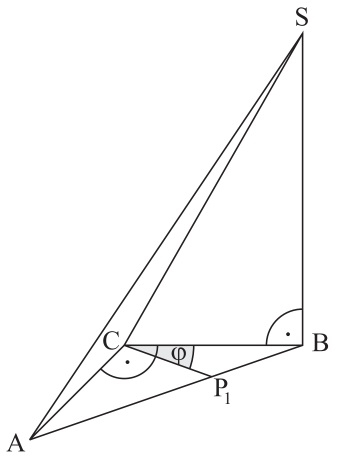
Klasse: __________ Platzziffer: __________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS, deren Grundfläche das rechtwinklige Dreieck ABC mit den Katheten [AC] und [BC] ist. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt B.

Es gilt: $\overline{AC} = 6$ cm; $\overline{BC} = 4$ cm; $\overline{BS} = 7$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 1.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels CBA. [Ergebnis: $\sphericalangle CBA = 56{,}31°$]

1 P

A 1.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [AB]. Die Winkel P_nCB haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 90°[$.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Volumen V der Pyramiden P_nBCS mit den Grundflächen P_nBC in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \dfrac{15{,}53 \cdot \sin\varphi}{\sin(56{,}31° + \varphi)}$ cm³.

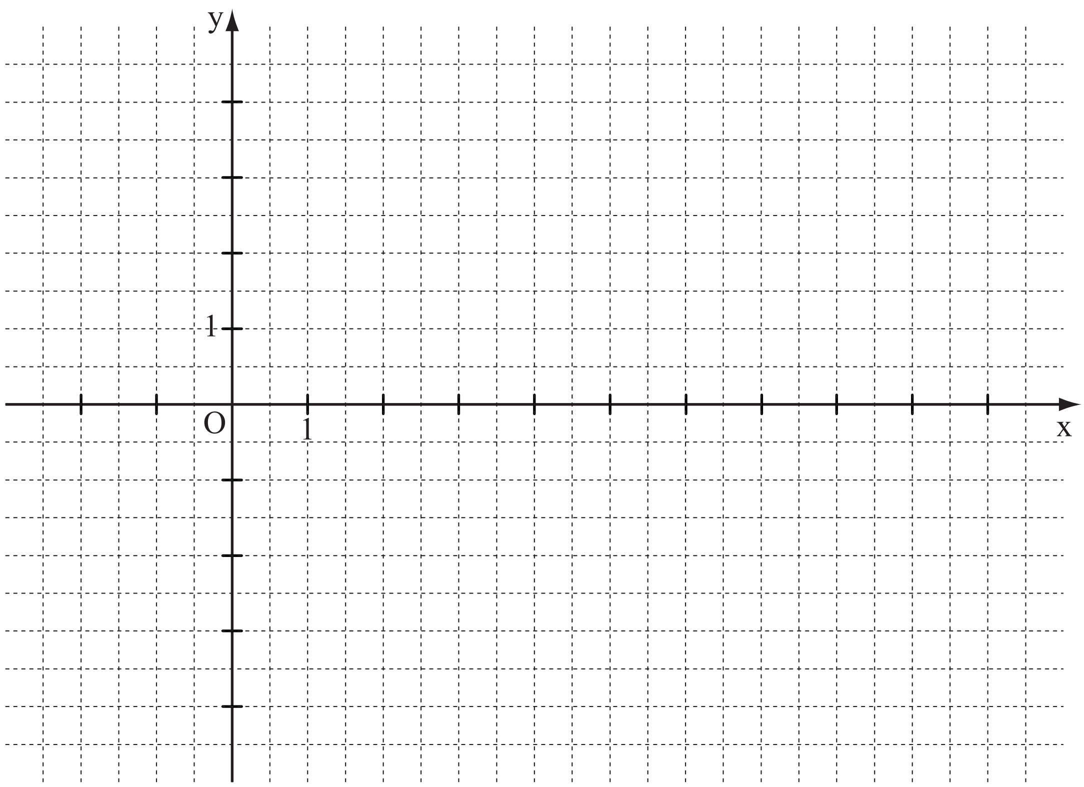
3 P

A 1.3 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide P_0BCS, deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck P_0BC mit der Basis [BC] ist.

1 P

A 2.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = (x-4)^{-2} - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

A 2.1 Zeichnen Sie den Graphen zu f in das Koordinatensystem ein.



1 P

A 2.2 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, (x-4)^{-2} - 2\right)$ auf dem Graphen zu f sind für $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$ zusammen mit den Punkten $B(-1 \mid -4)$, $C(3 \mid -4)$ und Punkten D_n die Eckpunkte von Parallelogrammen A_nBCD_n .

Zeichnen Sie das Parallelogramm A_1BCD_1 für $x = 0{,}5$ und das Parallelogramm A_2BCD_2 für $x = 4{,}5$ in das Koordinatensystem zu A 2.1 ein.

2 P

A 2.3 Begründen Sie, dass es unter den Parallelogrammen A_nBCD_n kein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt $A = 8$ FE gibt.

2 P

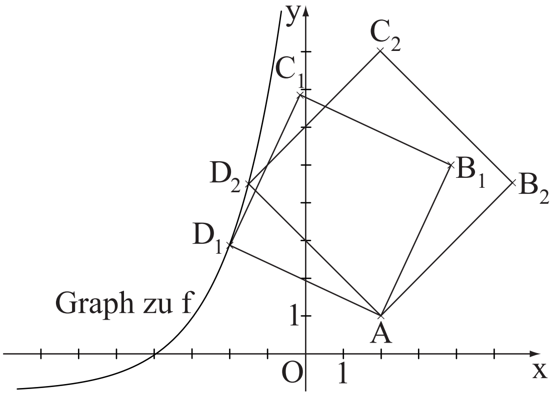
A 2.4 Beim Parallelogramm A_3BCD_3 liegt auch der Punkt D_3 auf dem Graphen zu f.
Ermitteln Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes A_3.

2 P

A 2.5 Bei den Parallelogrammen A_4BCD_4 und A_5BCD_5 liegen die Schnittpunkte der Diagonalen auf der x-Achse.
Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte A_4 und A_5.

2 P

A 3.0 Punkte $D_n\left(x \mid 2^{x+4}-1\right)$ auf dem Graphen zu f mit der Gleichung $y = 2^{x+4}-1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) bilden zusammen mit den Punkten $A(2\,|\,1)$, B_n und C_n Quadrate $AB_nC_nD_n$.
Die Zeichnung zeigt das Quadrat $AB_1C_1D_1$ für $x = -2$ und das Quadrat $AB_2C_2D_2$ für $x = -1{,}5$.



A 3.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte D_n gilt: $B_n\left(2^{x+4} \mid -x+3\right)$.

2 P

A 3.2 Überprüfen Sie, ob es unter den Punkten B_n Punkte gibt, die auf der x-Achse bzw. auf der y-Achse liegen.

3 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2014

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 — Nachtermin

B 1.0 Die Punkte $A(0\,|\,0)$, $B(4\,|\,-2)$ und $C(5\,|\,1)$ legen zusammen mit den Pfeilen

$\overrightarrow{AD_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 6 \cdot \sin\varphi - 1 \\ 9 \cdot \cos^2\varphi + 3 \end{pmatrix}$ für $\varphi \in [90°;\, 257{,}41°[$ Vierecke $ABCD_n$ fest.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AD_1}$ für $\varphi = 130°$ und $\overrightarrow{AD_2}$ für $\varphi = 200°$.
Zeichnen Sie die Vierecke $ABCD_1$ und $ABCD_2$ in ein Koordinatensystem ein.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-8 \leqq x \leqq 6$; $-3 \leqq y \leqq 13$ — 2 P

B 1.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels AD_2C. — 2 P

B 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen p der Punkte D_n. Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen p in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 3 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Vierecke $ABCD_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi) = \left(-22{,}5 \cdot \sin^2\varphi - 3 \cdot \sin\varphi + 37{,}5\right)$ FE. — 4 P

B 1.5 Unter den Vierecken $ABCD_n$ hat das Viereck $ABCD_3$ den maximalen Flächeninhalt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes D_3. — 3 P

B 1.6 Unter den Vierecken $ABCD_n$ gibt es das Trapez $ABCD_4$ mit den parallelen Grundseiten [BC] und $[AD_4]$.
Zeichnen Sie das Trapez $ABCD_4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. — 3 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2014

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das Quadrat ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Quadrats ABCD liegt.
Es gilt: $\overline{AC} = 8\text{ cm}$; $\overline{MS} = 10\text{ cm}$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse und A links von C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie die Länge der Strecke [SC] und das Maß des Winkels ASC.
[Ergebnisse: $\overline{SC} = 10{,}77\text{ cm}$; $\sphericalangle ASC = 43{,}60°$] 4 P

B 2.2 Parallele Ebenen zur Grundfläche der Pyramide ABCDS schneiden die Kanten der Pyramide ABCDS in den Punkten $A_n \in [AS]$, $B_n \in [BS]$, $C_n \in [CS]$ und $D_n \in [DS]$. Der Punkt $Z \in [MS]$ mit $\overline{SZ} = 3\text{ cm}$ ist die Spitze von Pyramiden $A_nB_nC_nD_nZ$, deren Grundflächen die Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ sind. Die Winkel A_nZC_n haben das Maß φ mit $\varphi \in [59{,}49°; 180°[$. Punkte $M_n \in [MZ]$ sind die Mittelpunkte der Strecken $[A_nC_n]$.
Zeichnen Sie die Pyramide $A_1B_1C_1D_1Z$ und den Punkt M_1 für $\varphi = 70°$ in die Zeichnung zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Bestätigen Sie durch Rechnung die untere Intervallgrenze für φ. 1 P

B 2.4 Bestimmen Sie die Länge der Strecken $[SC_n]$ in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Ergebnis: } \overline{SC_n}(\varphi) = \frac{3 \cdot \sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\left(\frac{\varphi}{2} - 21{,}80°\right)}\text{ cm}\right]$$

3 P

B 2.5 Zeichnen Sie zusätzlich die Pyramide $A_1B_1C_1D_1M$ mit der Grundfläche $A_1B_1C_1D_1$ und der Spitze M in die Zeichnung zu B 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann, um wie viel Prozent das Volumen der Pyramide $A_1B_1C_1D_1Z$ mit der Grundfläche $A_1B_1C_1D_1$ und der Spitze Z größer ist als das Volumen der Pyramide $A_1B_1C_1D_1M$ mit der Grundfläche $A_1B_1C_1D_1$ und der Spitze M.
[Teilergebnis: $\overline{M_1Z} = 4{,}00\text{ cm}$] 4 P

B 2.6 Die Pyramiden $A_2B_2C_2D_2M$ und $A_2B_2C_2D_2Z$ mit den Spitzen M und Z und der gemeinsamen Grundfläche $A_2B_2C_2D_2$ sind volumengleich.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 4 P

Bitte wenden!