

Abschlussprüfung 2015

an den Realschulen in Bayern



Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Name: _____ Vorname: _____

Klasse: _____ Platzziffer: _____ Punkte: _____

Aufgabe A 1

Nachtermin

A 1.0 Für Trapeze ABC_nD_n mit den parallelen Seiten

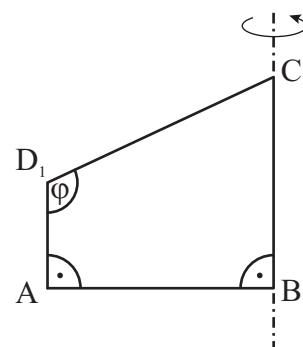
$[AD_n]$ und $[BC_n]$ gilt:

$$\overline{AB} = 3 \text{ cm}; \angle C_nBA = 90^\circ; \overline{BC_n} = 2 \cdot \overline{AD_n}.$$

Die Winkel AD_nC_n haben das Maß φ mit

$$\varphi \in]90^\circ; 180^\circ[.$$

Die Zeichnung zeigt das Trapez ABC_1D_1 für $\varphi = 115^\circ$.



A 1.1 Zeigen Sie, dass für die Längen der Strecken $[C_nD_n]$ und $[AD_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{C_nD_n}(\varphi) = \frac{3}{\cos(\varphi - 90^\circ)} \text{ cm und } \overline{AD_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan(\varphi - 90^\circ) \text{ cm}.$$



2 P

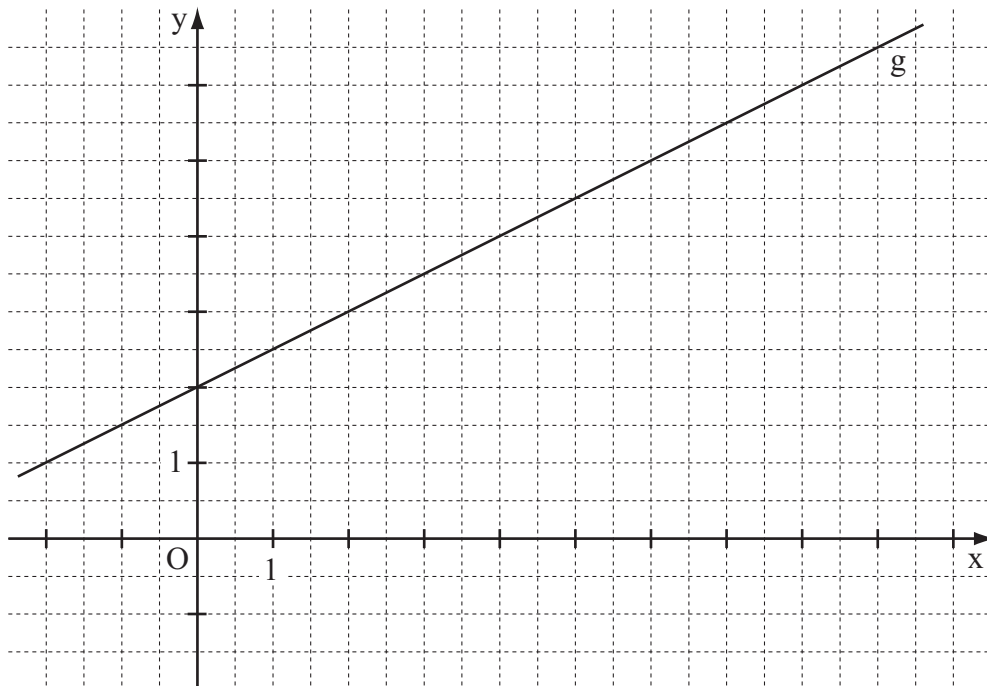
A 1.2 Die Trapeze ABC_nD_n rotieren um die Gerade BC_n . Berechnen Sie für $\varphi = 115^\circ$ den Oberflächeninhalt des entstehenden Rotationskörpers.



3 P

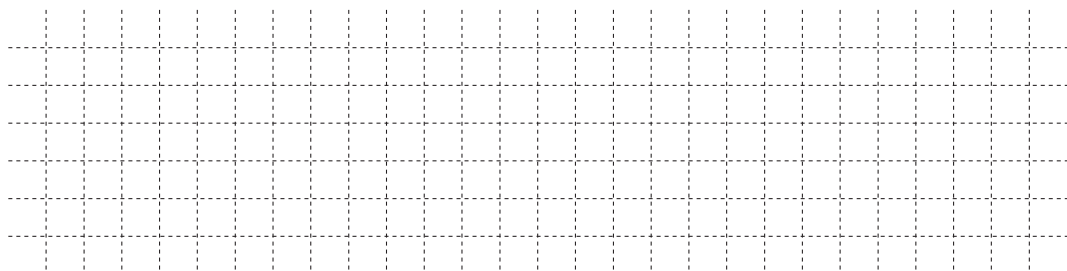
A 2.0 Der Punkt $B(3|1)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von rechtwinkligen Dreiecken A_nBC_n , wobei die Punkte $A_n(x|0,5x+2)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y=0,5x+2$ liegen ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Die Hypotenusen $[BC_n]$ sind dabei stets doppelt so lang wie die Katheten $[A_nB]$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Dreiecke A_1BC_1 für $x=1$ und A_2BC_2 für $x=4$ in das Koordinatensystem ein.



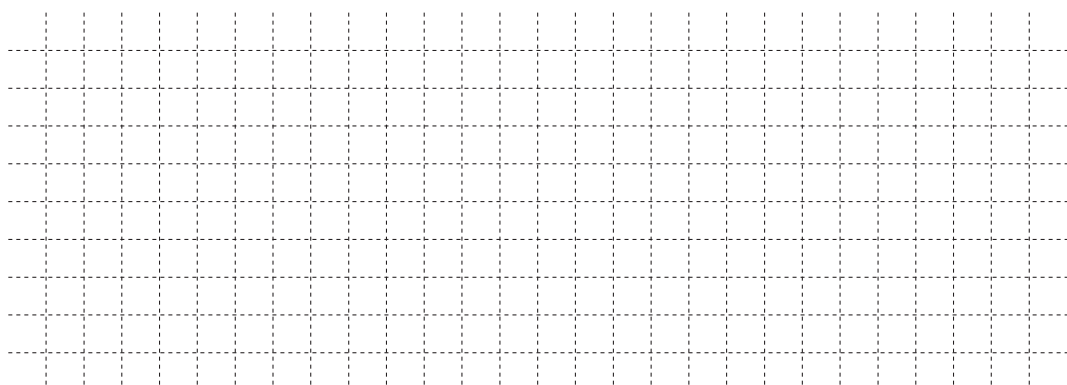
2 P

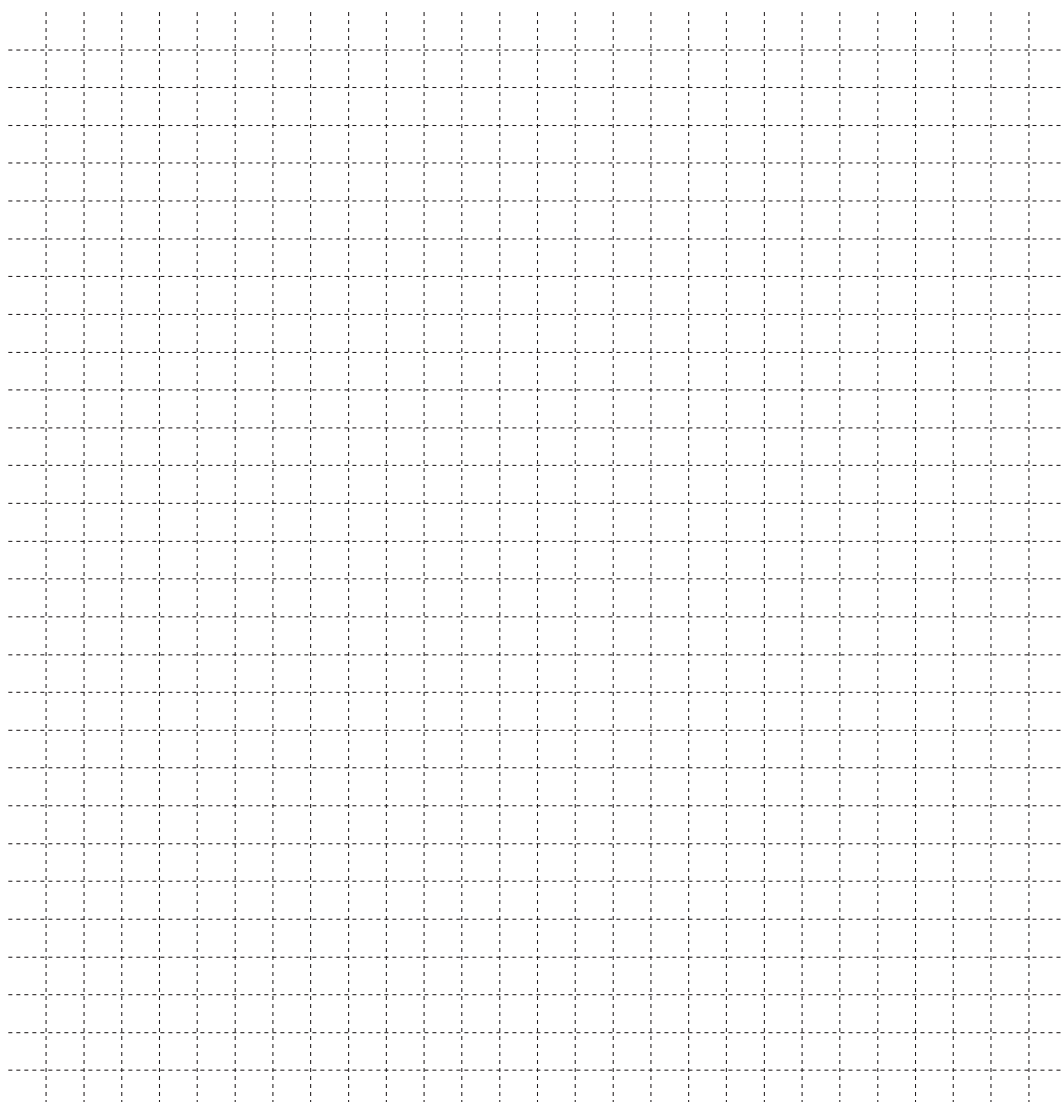
A 2.2 Begründen Sie, dass für die Winkel C_nBA_n gilt: $\sphericalangle C_nBA_n = 60^\circ$.



1 P

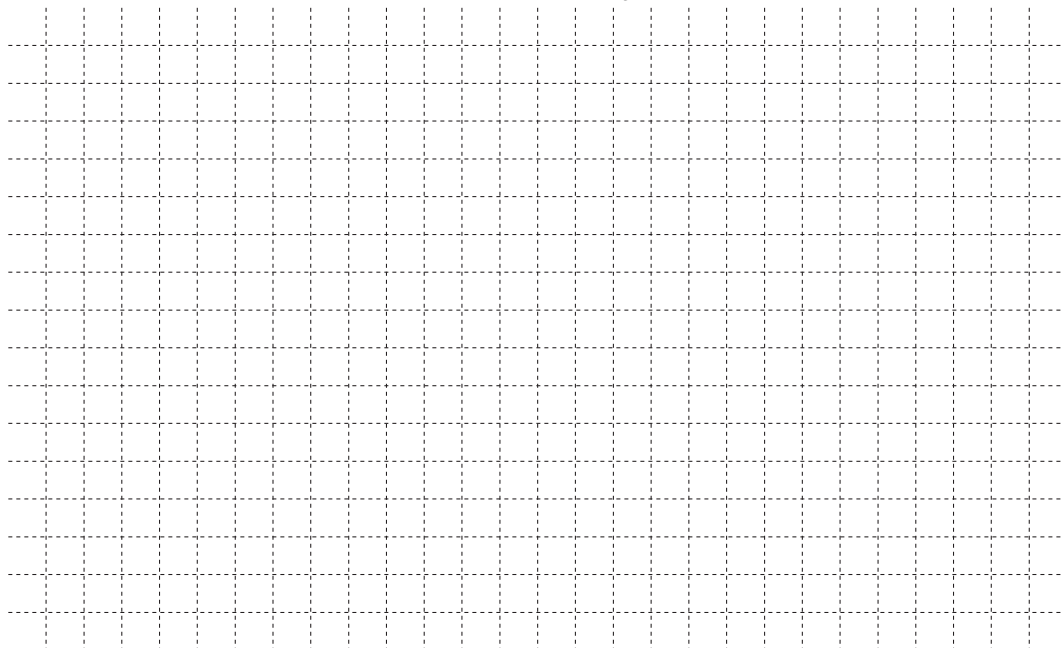
A 2.3 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $C_n(1,87x+1,73|-1,23x+7,20)$.





4 P

- A 2.4 Für das Dreieck A_3BC_3 gilt: $BC_3 \parallel g$.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_3 .

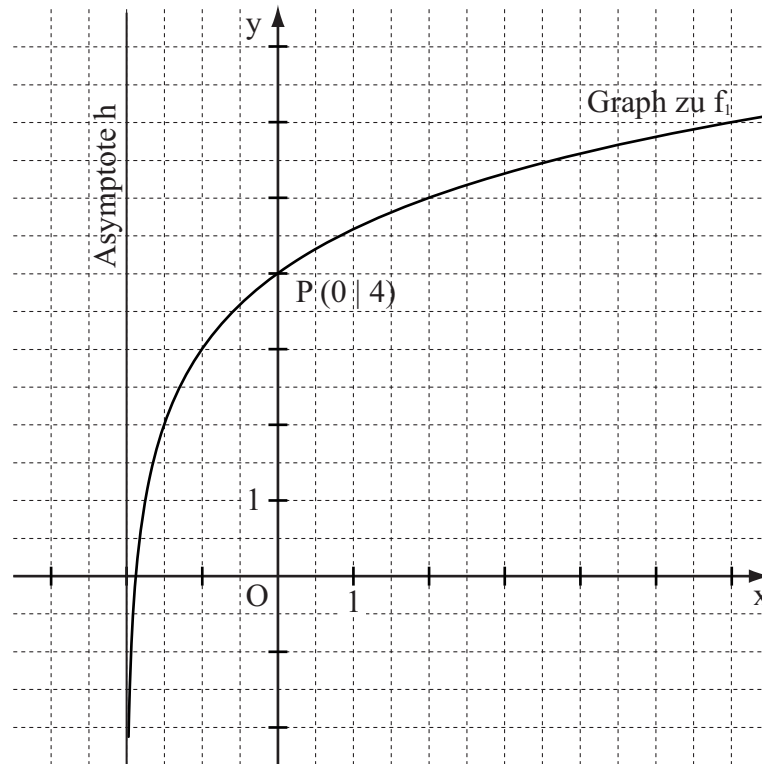


2 P

A 3.1 Die Zeichnung zeigt den Graphen der Funktion f_1 mit einer Gleichung der Form $y = \log_2(x + a) + b$ und die zugehörige Asymptote h ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; a, b \in \mathbb{R}$).

Der Graph zu f_1 schneidet die y -Achse im Punkt $P(0|4)$.

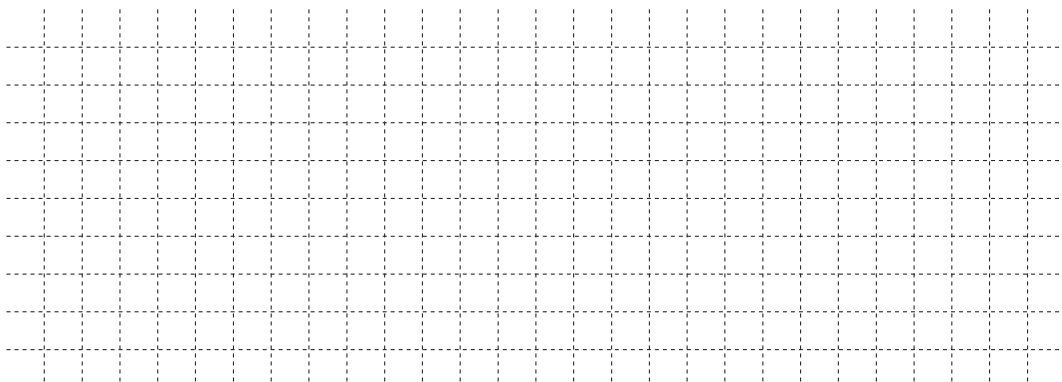
Geben Sie die Werte für a und b an.



2 P

A 3.2 Die Funktion f_2 hat eine Gleichung der Form $y = a^{x+2} - 1$, die zugehörige Umkehrfunktion hat eine Gleichung der Form $y = \log_5(x + 1) + b$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; a, b \in \mathbb{R}$).

Bestimmen Sie die Werte für a und b sowie die Wertemenge der Funktion f_2 .



3 P



Mathematik I

Aufgabe B 1

Nachtermin

- B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 1,5^{x+1} - 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.
- B 1.1 Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion f_1 und geben Sie die Gleichung der Asymptote an.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-6; 4]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leq x \leq 6$; $-3 \leq y \leq 6$ 4 P
- B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -0,5$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt:
 $y = -\frac{2}{9} \cdot 1,5^x + 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).
Zeichnen Sie sodann den Graphen der Funktion f_2 für $x \in [-6; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 4 P
- B 1.3 Punkte $A_n \left(x \mid 1,5^{x+1} - 2 \right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n \left(x \mid -\frac{2}{9} \cdot 1,5^x + 2 \right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind für $x < 2,08$ zusammen mit Punkten C_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_n B_n C_n$ mit den Basen $[A_n B_n]$. Für die Höhen $[C_n M_n]$ der Dreiecke $A_n B_n C_n$ gilt: $\overline{C_n M_n} = 3 \text{ LE}$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1 B_1 C_1$ für $x = -2,5$ und das Dreieck $A_2 B_2 C_2$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P
- B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[A_n B_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_n B_n}(x) = (-1,72 \cdot 1,5^x + 4) \text{ LE}$. 2 P
- B 1.5 Unter den Dreiecken $A_n B_n C_n$ gibt es das gleichseitige Dreieck $A_3 B_3 C_3$.
Bestimmen Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punktes A_3 . 3 P
- B 1.6 Begründen Sie, dass es unter den Dreiecken $A_n B_n C_n$ kein gleichschenklighrechtwinkliges Dreieck gibt. 2 P



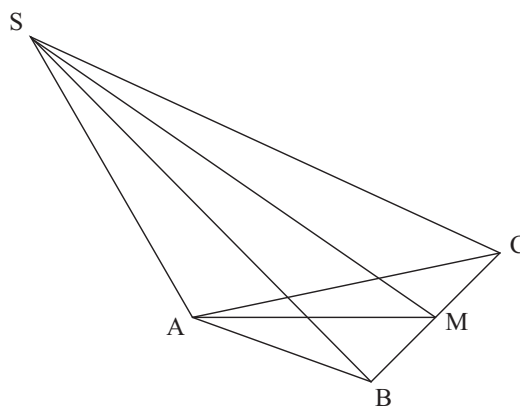
B 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC ist die Grundfläche der Pyramide ABCS.

Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Basis [BC]. Die Pyramidenspitze S ist Eckpunkt des Dreiecks AMS, das senkrecht auf der Grundfläche ABC steht.

Es gilt: $\overline{AM} = 6 \text{ cm}$; $\overline{BC} = 9 \text{ cm}$;

$\overline{AS} = 8 \text{ cm}$; $\sphericalangle MAS = 120^\circ$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei [AM] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt M liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$.

Zeichnen Sie die Höhe [SF] der Pyramide ABCS ein und berechnen Sie sodann deren Volumen.

5 P

B 2.2 Punkte P_n auf [AS] bilden zusammen mit den Punkten B und C Dreiecke P_nBC .

Die Winkel P_nMA haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 34,72^\circ[$.

Zeichnen Sie das Dreieck P_1BC für $\varphi = 20^\circ$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

1 P

B 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5,20}{\sin(120^\circ + \varphi)} \text{ cm}.$$

2 P

B 2.4 Unter den Dreiecken P_nBC gibt es das gleichseitige Dreieck P_2BC .

Bestimmen Sie rechnerisch das zugehörige Winkelmaß φ .

3 P

B 2.5 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramiden $ABCP_n$ mit der Grundfläche ABC und den Spitzen P_n in Abhängigkeit von φ .

$$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{46,80 \cdot \sin \varphi}{\sin(120^\circ + \varphi)} \text{ cm}^3 \right]$$

3 P

B 2.6 Die Pyramide $SBCP_3$ mit der Grundfläche SBC und der Spitze P_3 hat dasselbe Volumen wie die Pyramide $ABCP_3$.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ .

3 P

Bitte wenden!