



Mathematik I

Aufgaben A 1 – 3

Nachtermin

RAUMGEOMETRIE

A 1.1 $\cos(\varphi - 90^\circ) = \frac{\overline{AB}}{\overline{C_n D_n}}$ $\varphi \in]90^\circ; 180^\circ[$

$\overline{C_n D_n}(\varphi) = \frac{3}{\cos(\varphi - 90^\circ)} \text{ cm}$

$\tan(\varphi - 90^\circ) = \frac{\overline{BC_n} - \overline{AD_n}}{\overline{AB}}$ $\varphi \in]90^\circ; 180^\circ[$

$\tan(\varphi - 90^\circ) = \frac{\overline{AD_n}}{3 \text{ cm}}$ $\overline{AD_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan(\varphi - 90^\circ) \text{ cm}$

2

L 3
K 2
K 5

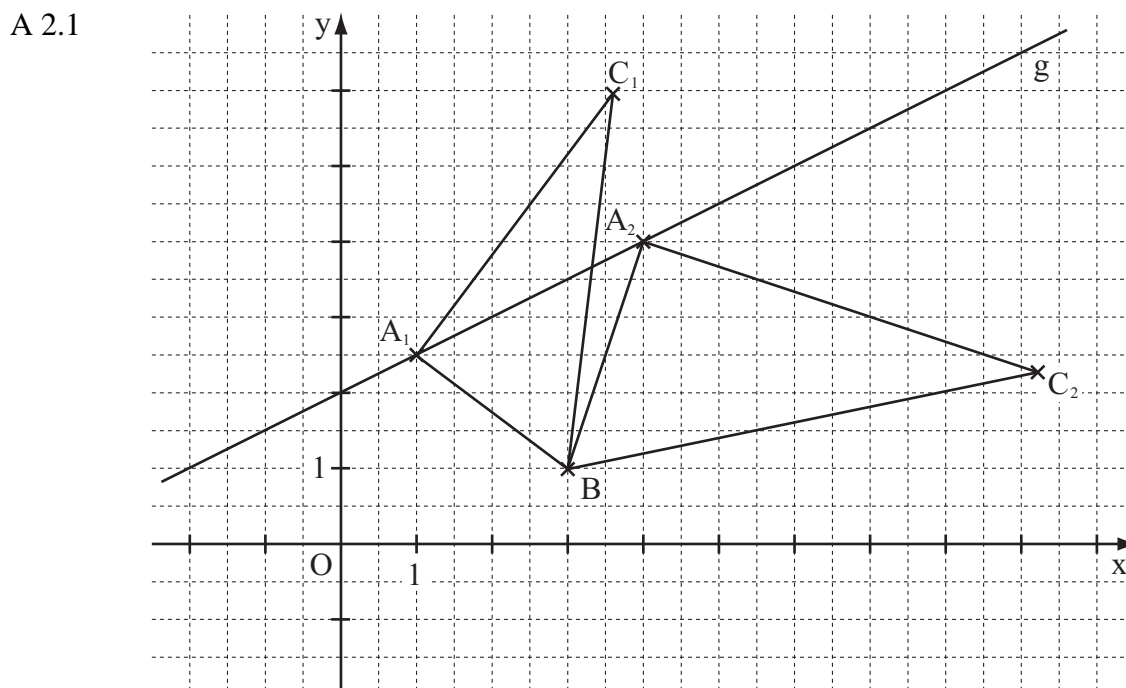
A 1.2 $O = \overline{AB}^2 \cdot \pi + 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD_1} \cdot \pi + \overline{AB} \cdot \overline{C_1 D_1} \cdot \pi$

$M = \left(3^2 \cdot \pi + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \tan 25^\circ \cdot \pi + 3 \cdot \frac{3}{\cos 25^\circ} \cdot \pi \right) \text{ cm}^2$ $M = 85,84 \text{ cm}^2$

3

L 3
K 2
K 5

EBENE GEOMETRIE


Einzeichnen der Dreiecke A_1BC_1 und A_2BC_2

2

L 3
K 4

A 2.2 In den rechtwinkligen Dreiecken A_nBC_n gilt: $\overline{A_nB} : \overline{BC_n} = 1 : 2$.

$\cos \angle C_n B A_n = \frac{1}{2}$ $\angle C_n B A_n = 60^\circ$

1

L 2
K 2
K 5

A 2.3 $\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OB} \oplus \overrightarrow{BC_n}$

4

$\overrightarrow{BA_n} \xrightarrow{O; \varphi = -60^\circ} \overrightarrow{BA_n^*} \xrightarrow{O; k = 2} \overrightarrow{BC_n}$			
$\overrightarrow{BA_n}(x) = \begin{pmatrix} x - 3 \\ 0,5x + 2 - 1 \end{pmatrix}$		$x \in \mathbb{R}$	
$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5\sqrt{3} \\ -0,5\sqrt{3} & 0,5 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x - 3 \\ 0,5x + 1 \end{pmatrix}$		$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$	
$\overrightarrow{BC_n}(x) = \begin{pmatrix} 1,87x - 1,27 \\ -1,23x + 6,20 \end{pmatrix}$			
$\overrightarrow{OC_n}(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 1,87x - 1,27 \\ -1,23x + 6,20 \end{pmatrix}$		$x \in \mathbb{R}$	L 4 K 2 K 5
$\overrightarrow{OC_n}(x) = \begin{pmatrix} 1,87x + 1,73 \\ -1,23x + 7,20 \end{pmatrix}$		$C_n(1,87x + 1,73 -1,23x + 7,20)$	
A 2.4	$BC_3 \parallel g \Rightarrow m_{BC_3} = m_g$ $\frac{-1,23x + 7,20 - 1}{1,87x + 1,73 - 3} = 0,5$ \dots $\Leftrightarrow x = 3,16$	$\mathbb{G} = \mathbb{R}$ $\mathbb{IL} = \{3,16\}$	2 L 3 L 4 K 2 K 5
FUNKTIONEN			
A 3.1	$a = 2 \ ; \ b = 3$		2 L 4 K 2 K 4
A 3.2	$a = 5 \ ; \ b = -2$ $\mathbb{W} = \{y \mid y > -1\}$		3 L 4 K 5
			19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



FUNKTIONEN

B 1.1 Nullstelle:

$$0 = 1,5^{x+1} - 2$$

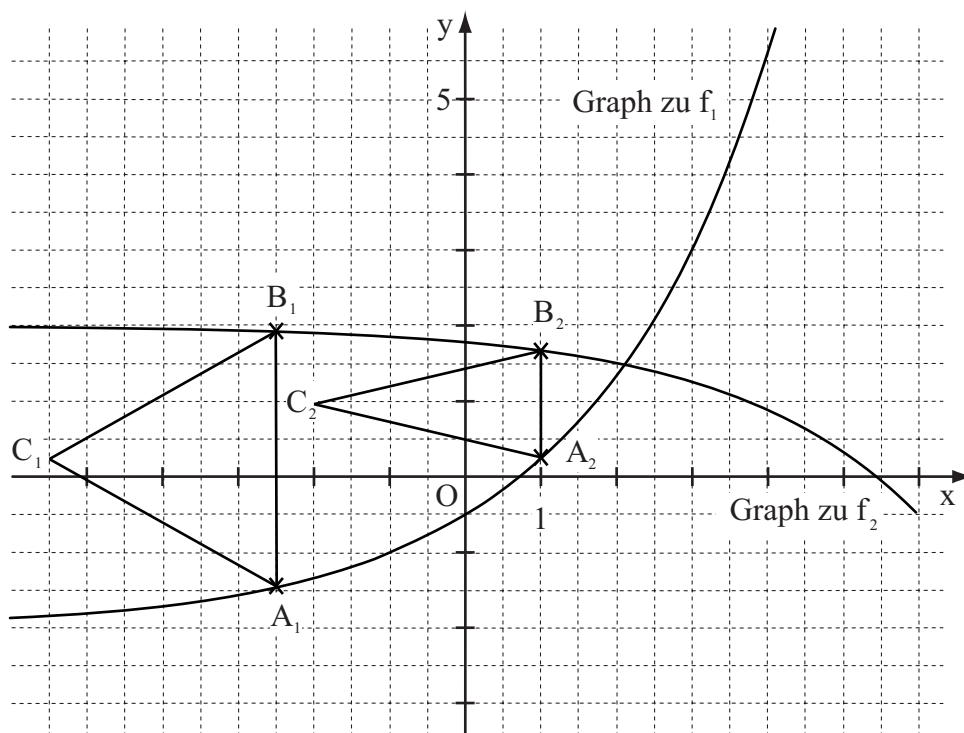
...

$$\Leftrightarrow x = 0,71$$

Asymptote: $y = -2$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R}$$

$$\mathbb{IL} = \{0,71\}$$



L 4
K 5

L 4
K 4

4

B 1.2

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -0,5 \cdot (1,5^{x+1} - 2) \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow y' = -0,5 \cdot 1,5^{x+1} + 1$$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -0,5 \cdot 1,5^{x+1} + 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x' \in \mathbb{R}$$

...

$$\Rightarrow y'' = -0,5 \cdot 1,5^{x-2} + 2$$

$$f_2: y = -\frac{2}{9} \cdot 1,5^x + 2$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

Einzeichnen des Graphen zu f_2

4

L 4
K 5
K 4

B 1.3 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$	2	L 3 K 4
B 1.4 $\overline{A_nB_n}(x) = \left[-\frac{2}{9} \cdot 1,5^x + 2 - (1,5^{x+1} - 2) \right] \text{LE}$ $x \in \mathbb{R}; x < 2,08$ $\overline{A_nB_n}(x) = \left[-\frac{2}{9} \cdot 1,5^x + 2 - (1,5 \cdot 1,5^x - 2) \right] \text{LE}$ $\overline{A_nB_n}(x) = (-1,72 \cdot 1,5^x + 4) \text{LE}$	2	L 4 K 2 K 5
B 1.5 Für das gleichseitige Dreieck $A_3B_3C_3$ gilt: $3 \text{LE} = \frac{\overline{A_3B_3}}{2} \cdot \sqrt{3}$ $\overline{A_3B_3} = \frac{6}{\sqrt{3}} \text{LE}$ $-1,72 \cdot 1,5^x + 4 = \frac{6}{\sqrt{3}}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R}; x < 2,08$ \dots $\Leftrightarrow x = -2,88$ $\mathbb{IL} = \{-2,88\}$	3	L 3 L 4 K 2 K 5
B 1.6 Gäbe es unter den Dreiecken $A_nB_nC_n$ ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck $A_0B_0C_0$, so hätte die Hypotenuse $[A_0B_0]$ eine Länge von 6 LE. Bei Betrachtung des Terms $\overline{A_nB_n}(x) = (-1,72 \cdot 1,5^x + 4) \text{LE}$ ist dies jedoch nicht möglich: $\underbrace{-1,72 \cdot 1,5^x + 4}_{\substack{<0 \\ <4}}$	2	L 4 K 1
17		

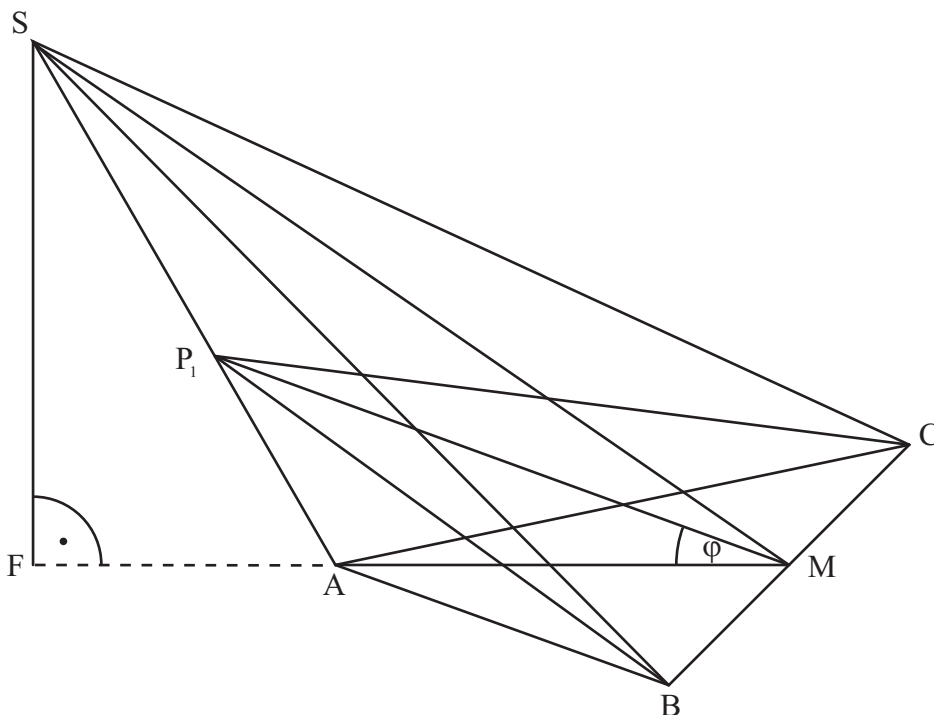
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



RAUMGEOMETRIE

B 2.1



$$V_{ABCS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AM} \cdot \overline{SF}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{SF}}{8 \text{ cm}}$$

$$\overline{SF} = 6,93 \text{ cm}$$

$$V_{ABCS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 6 \cdot 6,93 \text{ cm}^3$$

$$V_{ABCS} = 62,37 \text{ cm}^3$$

L 3
K 4

5

L 2
K 5

B 2.2 Einzeichnen des Dreiecks P_1BC

1

L 3
K 4

$$\frac{\overline{MP_n}(\varphi)}{\sin 120^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\sin [180^\circ - (\varphi + 120^\circ)]}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 34,72^\circ[$$

$$\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5,20}{\sin(\varphi + 120^\circ)} \text{ cm}$$

2

L 4
K 5

$$\text{B 2.4 } \overline{MP_2} = \frac{9}{2} \cdot \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\frac{9}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{5,20}{\sin(\varphi + 120^\circ)}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 34,72^\circ[$$

...

$$\Leftrightarrow \varphi = 18,15^\circ$$

$$\mathbb{L} = \{18,15^\circ\}$$

3

L 2
L 4
K 2
K 5

<p>B 2.5 $V_{ABCP_n} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AM} \cdot \overline{P_n F_n}$ (mit F_n als Höhenfußpunkt)</p> <p>$\sin \varphi = \frac{\overline{P_n F_n}}{\overline{MP_n}}$ $\varphi \in]0^\circ; 34,72^\circ[$</p> <p>$\overline{P_n F_n}(\varphi) = \frac{5,20 \cdot \sin \varphi}{\sin(120^\circ + \varphi)} \text{ cm}$</p> <p>$V(\varphi) = \frac{46,80 \cdot \sin \varphi}{\sin(120^\circ + \varphi)} \text{ cm}^3$</p>	3	L 4 K 5
<p>B 2.6 $V_{ABCP_3} + V_{BCSP_3} = V_{ABCS}$</p> <p>$V_{ABCP_3} = 0,5 \cdot V_{ABCS}$</p> <p>$\frac{46,80 \cdot \sin \varphi}{\sin(120^\circ + \varphi)} = 0,5 \cdot 62,37$ $\varphi \in]0^\circ; 34,72^\circ[$</p> <p>...</p> <p>$\Leftrightarrow \varphi = 23,41^\circ$ $\mathbb{L} = \{23,41^\circ\}$</p>	3	L 4 K 2 K 5
17		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.