Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

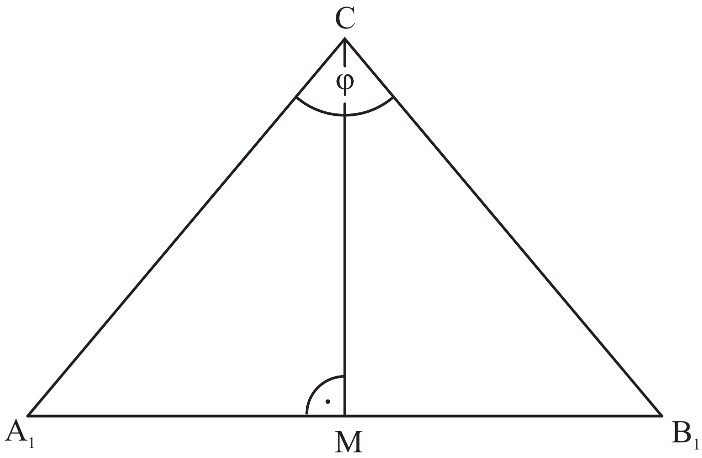
Mathematik I

Name: ____________________ Vorname: ____________________

Klasse: ____________________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Die gleichschenkligen Dreiecke A_nB_nC haben die Basen $[A_nB_n]$ und die gemeinsame Höhe $[CM]$. Die Winkel A_nCB_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 180°[$. Es gilt: $\overline{CM} = 5\,\text{cm}$.



Die Zeichnung zeigt das Dreieck A_1B_1C für $\varphi = 80°$.

A 1.1 Zeichnen Sie das Dreieck A_2B_2C für $\varphi = 50°$ in die Zeichnung zu A 1.0 ein. 1 P

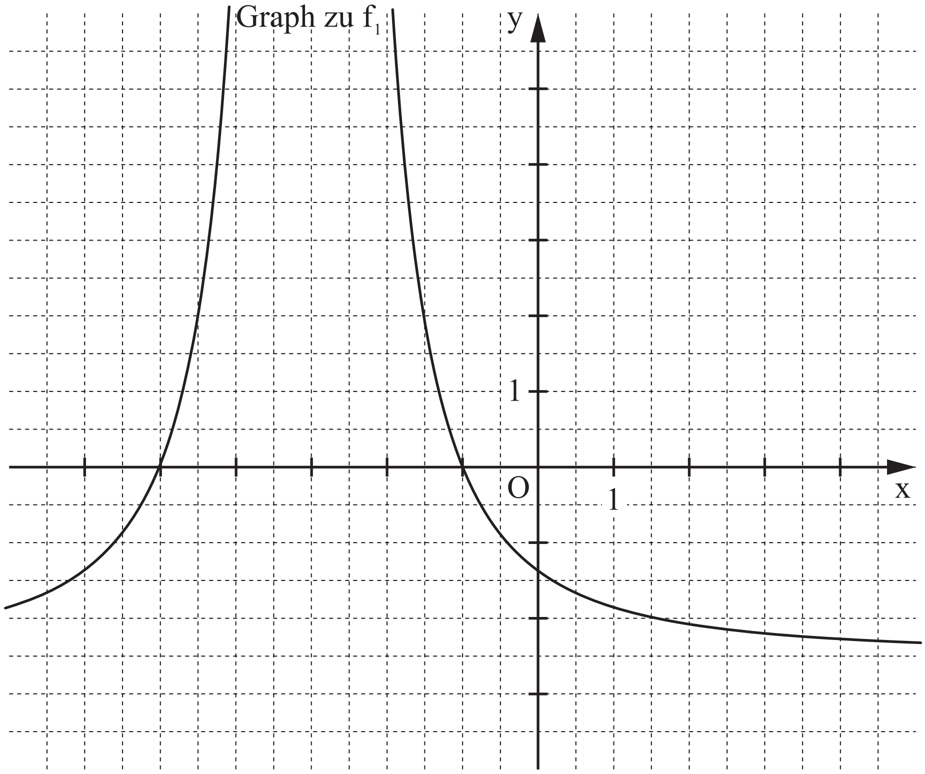
A 1.2 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke A_nB_nC in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi) = 25 \cdot \tan\frac{\varphi}{2}\,\text{cm}^2$.

2 P

A 1.3 Der Flächeninhalt des Dreiecks A_3B_3C ist um 25 % größer als der Flächeninhalt des Dreiecks A_2B_2C. Berechnen Sie das Maß φ des Winkels A_3CB_3 des Dreiecks A_3B_3C auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

2 P

A 2.0 Im Koordinatensystem ist der Graph der Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 10 \cdot (x+3)^{-2} - 2{,}5$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ eingezeichnet.



A 2.1 Der Graph zu f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und k als Affinitätsmaßstab $\left(k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\right)$ auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = -4 \cdot (x+3)^{-2} + 1$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ abgebildet.
Bestimmen Sie den Affinitätsmaßstab k und geben Sie die Gleichungen der Asymptoten von f_2 an.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-6; 4]$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

3 P

A 2.2 Punkte $A_n\left(x \mid 10 \cdot (x+3)^{-2} - 2{,}5\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $M_n\left(x \mid -4 \cdot (x+3)^{-2} + 1\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x.
Die Punkte A_n sind für $x > -1$ zusammen mit Punkten B_n, C_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_n.
Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 4$ LE.
Zeichnen Sie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ mit dem Diagonalenschnittpunkt M_1 für $x = 0{,}5$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

1 P

A 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_nC_n}(x) = \left[-28 \cdot (x+3)^{-2} + 7\right]$ LE.

1 P

A 2.4 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es das Quadrat $A_2B_2C_2D_2$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

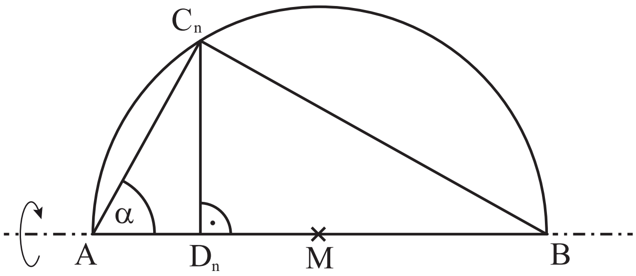
2 P

A 2.5 Begründen Sie, dass die Rauten $A_nB_nC_nD_n$ stets einen kleineren Flächeninhalt als 14 FE besitzen.

2 P

A 3.0 Punkte C_n liegen auf dem Thaleskreis über der Strecke $[AB]$ mit dem Mittelpunkt M. Die Winkel BAC_n haben das Maß α mit $\alpha \in]0°; 90°[$. Die Punkte A, B und C_n sind die Eckpunkte von Dreiecken ABC_n. Punkte D_n sind die Fußpunkte der Lote von den Punkten C_n auf die Strecke $[AB]$.

Es gilt: $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$.



A 3.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[C_nD_n]$ in Abhängigkeit von α gilt:

$\overline{C_nD_n}(\alpha) = 6 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha\ \text{cm}$.

2 P

A 3.2 Die Dreiecke ABC_n rotieren um die Achse AB.

Begründen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von α gilt: $V(\alpha) = 72 \cdot \pi \cdot \cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha\ \text{cm}^3$.

Berechnen Sie sodann für $\alpha = 30°$ das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

3 P

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Punkte $B_n\left(x \mid -0{,}3x-1\right)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-0{,}3x-1$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. Sie sind zusammen mit dem Punkt $A\left(0 \mid 0\right)$ sowie Punkten C_n und D_n für $x>0{,}84$ Eckpunkte von Drachenvierecken $AB_nC_nD_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_n.

Die Diagonalen $\left[AC_n\right]$ der Drachenvierecke $AB_nC_nD_n$ liegen auf der Symmetrieachse h mit der Gleichung $y=\frac{2}{3}x$ $\left(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}\right)$. Es gilt: $\overrightarrow{AC_n}=4\cdot\overrightarrow{AM_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Drachenvierecke $AB_1C_1D_1$ für $x=3$ und $AB_2C_2D_2$ für $x=5$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung : Längeneinheit 1 cm; $-2\leqq x\leqq 10$; $-3\leqq y\leqq 8$ — 4 P

B 1.2 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.

$\left[\text{Ergebnis: } D_n\left(0{,}11x-0{,}92 \mid 1{,}04x+0{,}38\right)\right]$ — 3 P

B 1.3 Der Punkt D_3 liegt auf der y-Achse.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_3. — 2 P

B 1.4 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte M_n und C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n.

$\left[\text{Ergebnis: } C_n\left(2{,}24x-1{,}84 \mid 1{,}48x-1{,}24\right)\right]$ — 2 P

B 1.5 Das Drachenviereck $AB_4C_4D_4$ ist bei B_4 rechtwinklig.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x. — 4 P

B 1.6 Die Seite $\left[C_5D_5\right]$ des Drachenvierecks $AB_5C_5D_5$ verläuft parallel zur x-Achse.

Begründen Sie, dass gilt: $\sphericalangle D_5C_5B_5=67{,}38°$. — 2 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2016

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Basis $[BC]$. Die Pyramidenspitze S liegt senkrecht über dem Punkt M.

Es gilt: $\overline{AM} = 9\text{ cm}$; $\overline{BC} = 12\text{ cm}$; $\overline{MS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke $[AM]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt M liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = 0{,}5;\ \omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[AS]$ sowie das Maß des Winkels MAS.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{AS} = 13{,}45\text{ cm};\ \sphericalangle MAS = 48{,}01°\right]$ 4 P

B 2.2 Auf der Strecke $[AS]$ liegen Punkte P_n. Die Winkel P_nMA haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]0°; 90°\right[$.

Die Dreiecke AMP_n sind die Grundflächen von Pyramiden AMP_nC, deren Spitze der Punkt C ist.

Zeichnen Sie die Pyramide AMP_1C für $\varphi = 65°$ in die Zeichnung zu B 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[AP_n]$ in Abhängigkeit von φ und zeigen Sie sodann, dass für das Volumen V der Pyramiden AMP_nC in Abhängigkeit von φ gilt:

$$V(\varphi) = \frac{60{,}20 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}^3.$$

$$\left[\text{Ergebnis: } \overline{AP_n}(\varphi) = \frac{9 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}\right]$$ 3 P

B 2.4 Die Grundfläche der Pyramide AMP_2C ist das rechtwinklige Dreieck AMP_2 mit der Hypotenuse $[AM]$.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide AMP_2C am Volumen der Pyramide ABCS. 3 P

B 2.5 Das gleichschenklige Dreieck ACP_3 mit der Basis $[CP_3]$ ist eine Seitenfläche der Pyramide AMP_3C.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 4 P

B 2.6 Begründen Sie, dass für das Volumen V der Pyramiden AMP_nC gilt: $V \leqq 90\text{ cm}^3$. 2 P

Bitte wenden!