

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2017

MATHEMATIK

22. Juni 2017

8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 29 MSO)

	Seite
Allgemeiner Hinweis	2
Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	8

Nicht für die Prüflinge bestimmt!

Auf die Bestimmungen zum Nachteilsausgleich (§ 33 BaySchO) und Notenschutz (§ 34 BaySchO) wird hingewiesen.

1. Allgemeiner Hinweis

Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist der Gebrauch eines Wörterbuches gestattet. Elektronische Wörterbücher sind ausgeschlossen.

2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.

Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.

2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.

2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.

3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält der Prüfling die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.

3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.

Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.

3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.

3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.

3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.

3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.

3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen

- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
- durch die Benutzung der π -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von $\pi = 3,14$,
- durch Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

3.11 Auf mathematische Genauigkeit und korrekte Schreibweisen ist zu achten. Abweichungen sind mit Punktabzug zu bewerten (vgl. KMS vom 26.02.2016 Nr. III.2 – BS 7500 (2016) – 4.741).

Aufgabengruppe I – Ergebnisse

1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

$$g_1: y = 0,25x + 5$$

- b) Funktionsgleichung der Geraden g_2 :

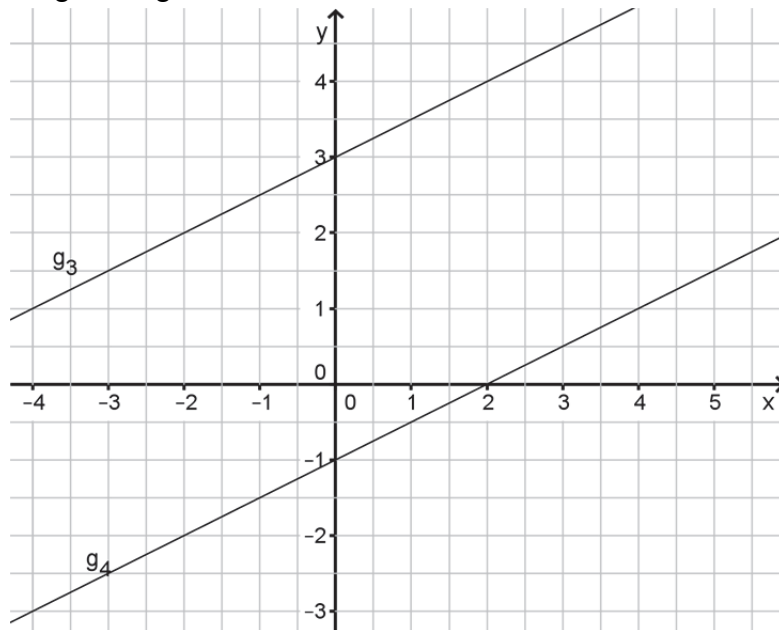
$$g_2: y = 0,25x$$

- c) Funktionsgleichung der Geraden g_4 :

$$m_3 = 0,5 \quad \Rightarrow \quad m_4 = 0,5$$

$$1 = 0,5 \cdot 4 + t_4 \quad \Rightarrow \quad t_4 = -1 \quad \Rightarrow \quad g_4: y = 0,5x - 1$$

- d) Graphen von g_3 und g_4 :



- e) Koordinaten des Schnittpunkts N:

$$\frac{2}{3}x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3 \quad \Rightarrow \quad N(3|0)$$

- f) Nachweis:

$$-4 = \frac{2}{3} \cdot (-3) - 2 \quad \Rightarrow \quad -4 = -4 \quad \Rightarrow \quad A \text{ liegt auf } g_5.$$

Auch eine zeichnerische Lösung ist denkbar.

- g) Koordinaten des Schnittpunkts C:

$$g_6: y = -x - 2$$

$$\frac{2}{3}x - 2 = -x - 2 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ und } y = -2 \quad \Rightarrow \quad C(0|-2)$$

- h) Überprüfung $g_5 \perp g_6$:

$$\frac{2}{3} \cdot (-1) \neq -1 \quad \Rightarrow \quad g_5 \text{ steht nicht senkrecht auf } g_6$$

Punkte

1

1

1,5

1

1

0,5

2

1

9

Fortsetzung nächste Seite

2. $D = \mathbb{R} \setminus \{6\}$

$$(x-4) \cdot (x-6) + 4 \cdot (x-11) \cdot 6 = (16-x) \cdot (x-6) \cdot 3$$

$$x^2 - 13x + 12 = 0$$

$$x_1 = 1; x_2 = 12$$

$$L = \{1; 12\}$$

Punkte

0,5

3

0,5

4

3. a) Normalform der Parabel p_1 :

$$(I) \quad 6 = (-4)^2 + (-4) \cdot p + q$$

$$(II) \quad -2 = (-2)^2 + (-2) \cdot p + q$$

$$p = 2 \quad \Rightarrow \quad q = -2 \quad \Rightarrow \quad p_1: y = x^2 + 2x - 2$$

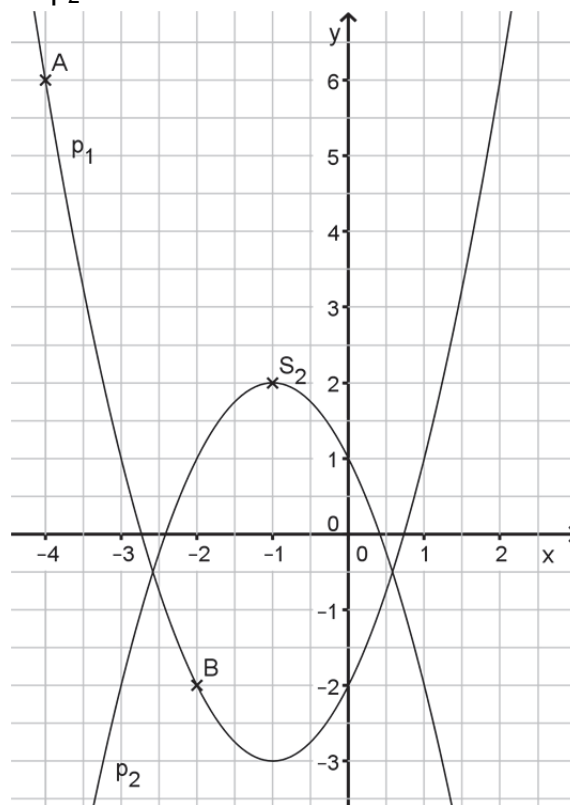
1,5

b) Normalform der Parabel p_2 :

$$p_2: y = -(x+1)^2 + 2 \quad \Rightarrow \quad p_2: y = -x^2 - 2x + 1$$

1

c) Graphen von p_1 und p_2 :



S_1 muss nicht berechnet werden, da p_1 durch A und B bestimmt ist.

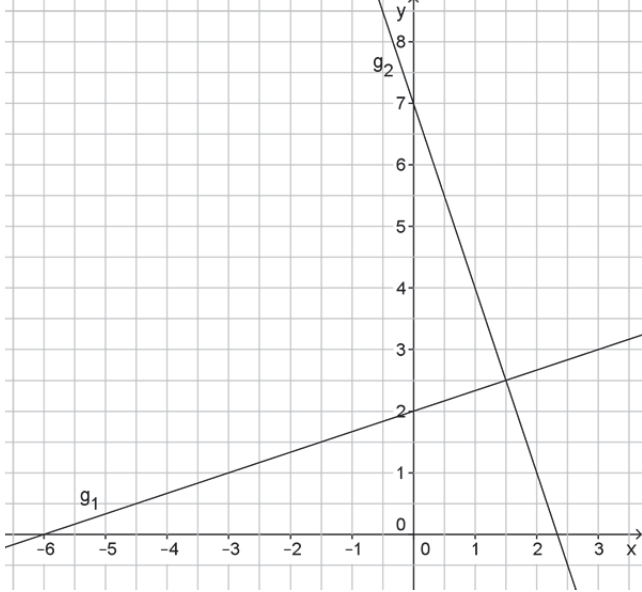
1

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
<p>d) Koordinaten der Schnittpunkte P und Q:</p> $x^2 - 4x + 5 = -x^2 + 4x - 1$ $x^2 - 4x + 3 = 0$ $x_1 = 3 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 2 \quad \Rightarrow \quad P(3 2)$ $x_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 2 \quad \Rightarrow \quad Q(1 2)$ <p>Funktionsgleichung der Parabel p_5 in der Scheitelpunktform:</p> $p_3: y = x^2 - 4x + 5 \quad \Rightarrow \quad p_3: y = (x - 2)^2 + 1$ $p_5: y = -(x - 2)^2 - 1$	<p>2,5</p> <p>2</p> <hr/> <p>8</p>
<p>4. Länge der Strecke [AB] in cm:</p> $\sin 53,13^\circ = \frac{4}{\overline{AB}} \quad \Rightarrow \quad \overline{AB} \approx 5$ <p>Länge der Strecke [CD] in cm:</p> $5^2 = 4 \cdot (4 + \overline{CD}) \quad \Rightarrow \quad \overline{CD} = 2,25$ <p>Länge der Strecke [EA] in cm:</p> $6,25^2 = 5 \cdot (5 + \overline{EA}) \quad \Rightarrow \quad \overline{EA} = 2,8125$ <p>Flächeninhalt des Quadrats AEFG in cm^2:</p> $\overline{EA}^2 \approx 7,91$ <p><i>Alternative Lösungswege sind möglich.</i></p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1,5</p> <p>0,5</p> <hr/> <p>4</p>
<p>5. a) Passende Abbildung: (3)</p> <p>b) Wahrscheinlichkeit mindestens eine Kugel weiß:</p> $\frac{1}{13} \cdot \frac{10}{13} + \frac{2}{13} \cdot \frac{10}{13} + \frac{10}{13} = \frac{160}{169} \approx 0,95$ <p>c) Wahrscheinlichkeit mindestens eine Kugel weiß ohne Zurücklegen:</p> $\frac{1}{13} \cdot \frac{10}{12} + \frac{2}{13} \cdot \frac{10}{12} + \frac{10}{13} = \frac{150}{156} = \frac{25}{26} \approx 0,96$	<p>1</p> <p>1,5</p> <p>1,5</p> <hr/> <p>4</p>
<p>6. a) $(\boxed{0,5x^2y} - 3z)^2 = 0,25x^4y^2 - \boxed{3x^2yz} + \boxed{9z^2}$</p> <p>b) $(4\sqrt{z} + \boxed{5x}) \cdot (4\sqrt{z} - \boxed{5x}) = \boxed{16z} - 25x^2$</p>	<p>1,5</p> <p>1,5</p> <hr/> <p>3</p>

	Punkte
7. Volumen der Eisenkugel in cm^3 : $17\,500 : 7,8 \approx 2243,59$	1
Radius der Kugel in cm: $\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3,14 = 2243,59 \Rightarrow r \approx 8,1$	1
Tiefe des Abdrucks in cm: $8,1^2 - 5^2 = (8,1 - x)^2 \Rightarrow 8,1 - x \approx 6,4$ $\Rightarrow x \approx 1,7$	2
	4
8. a) Richtige Gleichungen: $12000 = q^{17} \cdot 3000$ $q = \sqrt[17]{4}$	1
b) Anzahl der Jahre: $3000 \cdot 1,0251^n = 12000 \Rightarrow n \approx 56$	1,5
c) Benötigtes Kapital in €: $12000 : 1,0251^{17} \approx 7873,27$	1,5
	4
9. (1) f: Die Strecken des Bildvierecks A'B'C'D' sind dreimal so lang wie beim Original.	1
(2) r: Es gilt: $k^2 = 9$.	1
(3) f: Bei der zentrischen Streckung bleiben Winkelgrößen unverändert.	1
	3
10. $\frac{(3x^2 + 4x^2) \cdot x^3 \cdot y^5 \cdot 2z^{-4}}{x^4 \cdot y^5 \cdot y^{-3} \cdot 2z^2 \cdot z^{-6}} = \frac{7x^2 \cdot x^3 \cdot y^5 \cdot 2 \cdot y^3 \cdot z^6}{x^4 \cdot y^5 \cdot 2 \cdot z^2 \cdot z^4} = 7xy^3$	2
Summe:	45

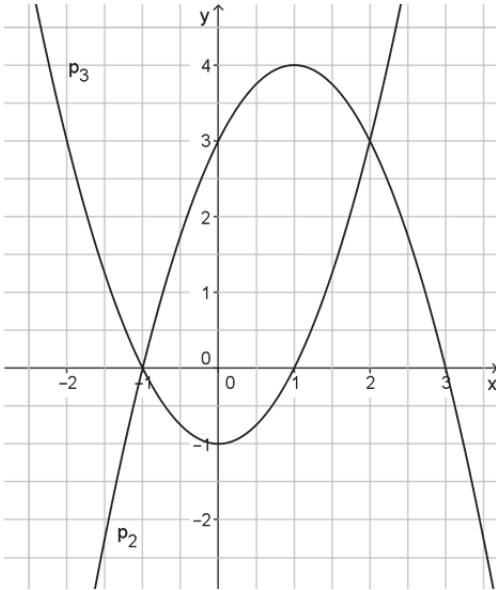
Aufgabengruppe II

		Punkte
1. a) Koordinaten des Schnittpunkts N:		
$0 = \frac{1}{3}x + 2 \quad \Rightarrow \quad x = -6 \quad \Rightarrow \quad N(-6 \mid 0)$		1
b) Funktionsgleichung der Geraden g_2 :		
$m_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad m_2 = -3 \quad \Rightarrow \quad g_2: y = -3x + 7$		1
c) Funktionsgleichung der Geraden g_3 :		
$m_3 = \frac{1}{3}$		
$1 = \frac{1}{3} \cdot 6 + t_3 \quad \Rightarrow \quad t_3 = -1 \quad \Rightarrow \quad g_3: y = \frac{1}{3}x - 1$		1,5
d) Graphen von g_1 und g_2 :		
		1
e) Koordinaten des Schnittpunkts S:		
$2x + 7 = \frac{1}{3}x + 2 \quad \Rightarrow \quad x = -3; y = 1 \quad \Rightarrow \quad S(-3 \mid 1)$		1,5
f) Winkel α :		
$\tan \alpha = \frac{2}{6} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 18^\circ$		1
g) Funktionsgleichung der Geraden g_5 :		
$g_5: y = -25$		1
		8

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
<p>2. a) Länge der Strecke [DE] in cm: $5^2 = 3 \cdot \overline{DE} \Rightarrow \overline{DE} \approx 8,3$</p> <p>Länge der Strecke [CE] in cm: $\overline{CE}^2 = 8,3^2 - 5^2 \Rightarrow \overline{CE} \approx 6,6$</p> <p>Flächeninhalt des Dreiecks EDC in cm²: $A_{\triangle EDC} = \frac{6,6 \cdot 5}{2} \Rightarrow A_{\triangle EDC} = 16,5$</p> <p><i>andere Wege möglich, Rundungen beachten</i></p>	2
<p>b) Größe des Winkels γ_2: $\sin \gamma_2 = \frac{3}{5} \Rightarrow \gamma_2 \approx 37^\circ$</p> <p>Länge der Strecke [AC] in cm: $\overline{AC}^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow \overline{AC} = 4$</p> <p>Länge der Strecke [AB] in cm: $\tan(25^\circ + 37^\circ) = \frac{\overline{AB}}{4} \Rightarrow \overline{AB} \approx 7,5$</p> <p>Länge der Strecke [BD] in cm: $\overline{BD} = 7,5 - 3 \Rightarrow \overline{BD} = 4,5$</p> <p><i>andere Wege möglich, Rundungen beachten</i></p>	3
	5
<p>3. a) Verabreichtes Iod-123 in g: $60 \cdot 0,5 = 30$</p> <p>Restmenge nach 65 Stunden in g: $W_n = 30 \cdot 0,5^{\frac{65}{13}} \Rightarrow W_n = 0,9375$</p>	2
<p>b) Zeit in h: $3 = 30 \cdot 0,5^n \Rightarrow n \approx 3,32 \Rightarrow 3,32 \cdot 13 \approx 43$</p>	1,5
<p>c) Stündlicher Abbau in %: $\sqrt[13]{0,5} \approx 0,948 \Rightarrow p = 5,2$</p>	1,5
	5

Fortsetzung nächste Seite

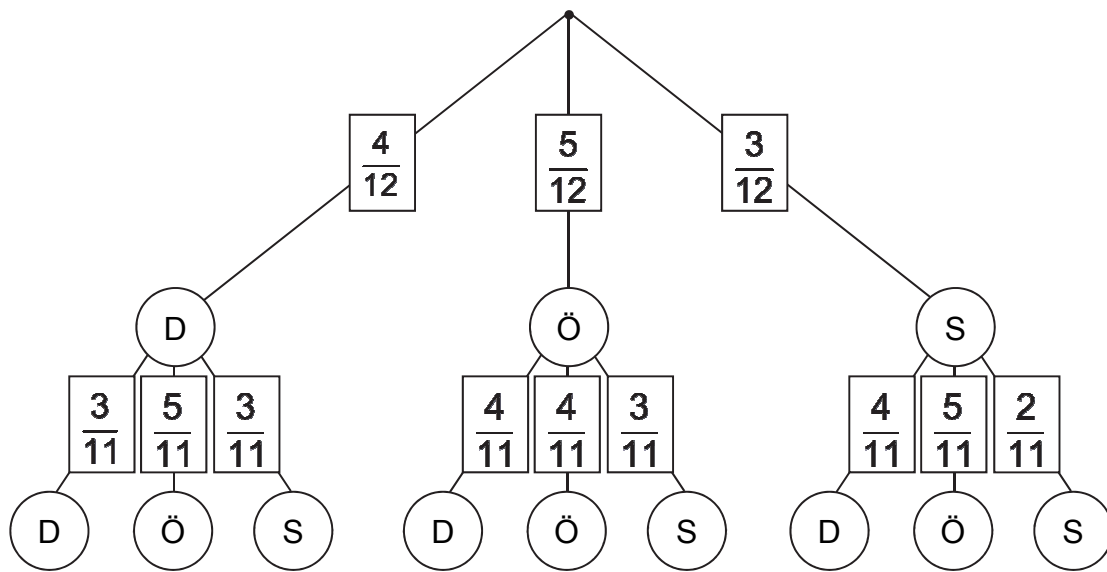
		Punkte
4. a) Radius r_a und r_i in m: $r_a = 1,6 \quad \Rightarrow \quad r_i = 0,9$ Volumen des Hohlraums in m^3 : $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (1,6^3 - 0,9^3) \quad \Rightarrow \quad V \approx 14,1$ Volumen des Hohlraums in ℓ : $V = 14100$		1
		2
b) Oberfläche in m^2 : $O_a = 4 \cdot 3,14 \cdot 1,6^2 \quad \Rightarrow \quad O_a \approx 32,15$		1
		4
<hr/>		
5. a) Funktionsgleichung von p_1 in Normalform: (I) $3 = (-2)^2 + (-2) \cdot p + q$ (II) $6 = 1^2 + 1 \cdot p + q$ $p = 2 \quad \Rightarrow \quad q = 3 \quad \Rightarrow \quad p_1: y = x^2 + 2x + 3$		1,5
		1,5
b) Scheitelpunktform der Parabel p_2 : $p_2: y = -(x - 1)^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad S(1 4)$		1,5
c) x-Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 : $0 = -x^2 + 2x + 3 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -1 \text{ und } x_2 = 3$		1
d) Koordinaten der Schnittpunkte C und D: $x^2 - 1 = -x^2 + 2x + 3$ $x^2 - x - 2 = 0$ $x_1 = -1 \quad \Rightarrow \quad y_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad C(-1 0)$ $x_2 = 2 \quad \Rightarrow \quad y_2 = 3 \quad \Rightarrow \quad D(2 3)$		2
e) Graphen von p_2 und p_3 :		1

Fortsetzung nächste Seite

		Punkte
f) Begründung über Lage der Scheitelpunkte und Öffnung der Parabeln, z. B.:		
<ul style="list-style-type: none"> • p_3 und p_4 schneiden sich nicht, da beide nach oben geöffnet sind und die Scheitelpunkte auf der y-Achse direkt untereinander liegen. • p_3 und p_5 haben einen gemeinsamen Scheitelpunkt $S(0 \mid -1)$, sind aber in unterschiedlicher Richtung geöffnet. Daher haben sie einen Schnittpunkt. 		1
		8
6. a) $3\sqrt{9a^4} = 3 \cdot 3a^2 = 9a^2$		
b) $\sqrt[3]{729a^8} = 9a^{\frac{8}{3}}$		
c) $\frac{27a^{-2}}{3a^{-4}} = 9 \cdot a^{-2} \cdot a^4 = 9a^2$		
d) $\frac{1}{6^{-1}} + 3a^2 = 6 + 3a^2$		
andere Umformungen möglich		2
7. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; -1\}$		0,5
$10x + 10 + 9x^2 + 27x - 36x - 108 = 5x^2 + 5x - 6x^2 - 6x - 18x - 18$		
$x^2 + 2x - 8 = 0$		
$x_1 = -4; \quad x_2 = 2$		3
$L = \{-4; 2\}$		0,5
		4
8. Behauptungen richtig (r) oder falsch (f):		
a) r		
b) r		
c) f		
d) r, da $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125 = 8^{-1}$		2
9. a) Korrekte Beziehungen:		
I) $\frac{c}{a} = \frac{x + y + z}{x}$		
II) $(m + n) \cdot a = b \cdot m$		2
b) Streckungsfaktor k:		
$k = 875 : 350 \Rightarrow k = 2,5$		1
		3

Fortsetzung nächste Seite

10. a) Baumdiagramm:



Die Angabe der Wahrscheinlichkeiten in Form von gekürzten Brüchen ist als richtig zu werten.

b) Wahrscheinlichkeit „kein Schweizer“:

$$\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{6}{11} \approx 0,545$$

oder

$$1 - \left(\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{3}{12} \right) = \frac{6}{11} \approx 0,545$$

c) Anzahl der Möglichkeiten:

$$5! = 120$$

Punkte

0,5

1

1,5

1

4

Summe:

45