

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern



Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Name: _____ Vorname: _____

Klasse: _____ Platzziffer: _____ Punkte: _____

Aufgabe A 1

Haupttermin

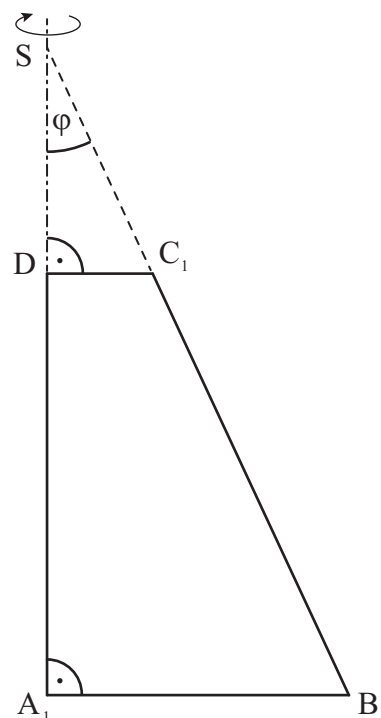
A 1.0 Trapeze $A_n B_n C_n D$ mit den parallelen Seiten $[DC_n]$ und $[A_n B_n]$ rotieren um die Gerade SD .

Es gilt:

$$A_n \in SD; \overline{SD} = 3 \text{ cm}; \overline{A_n B_n} = 4 \text{ cm}; \angle B_n A_n D = 90^\circ.$$

Die Winkel $\angle DSC_n$ haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 53,13^\circ[$.

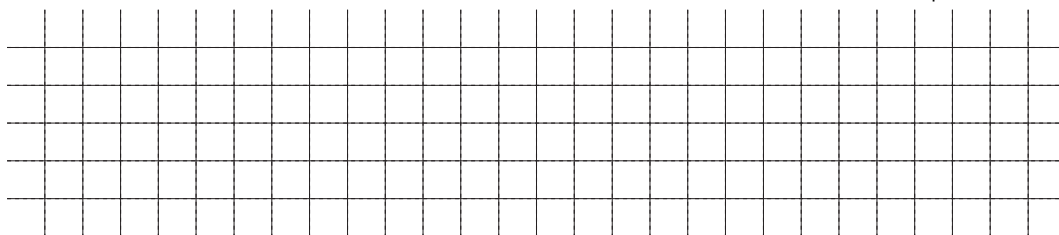
Die Zeichnung zeigt das Trapez $A_1 B_1 C_1 D$ für $\varphi = 25^\circ$.



A 1.1 Zeichnen Sie in die Zeichnung zu A 1.0 das Trapez $A_2 B_2 C_2 D$ für $\varphi = 40^\circ$ ein.

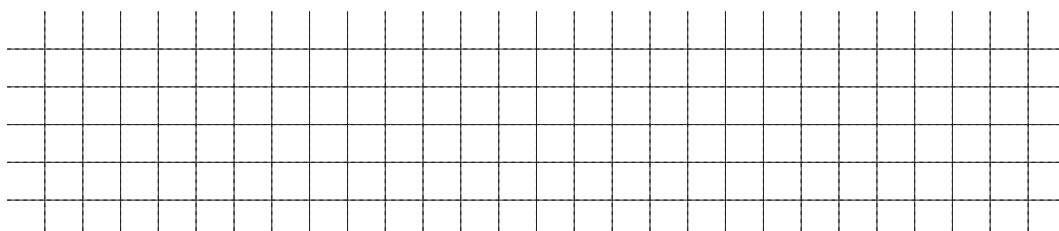
1 P

A 1.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Längen der Strecken $[DC_n]$ und $[SA_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{DC_n}(\varphi) = 3 \cdot \tan \varphi \text{ cm}$ und $\overline{SA_n}(\varphi) = \frac{4}{\tan \varphi} \text{ cm}$.



2 P

A 1.3 Bestätigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{64}{\tan \varphi} - 27 \cdot \tan^2 \varphi \right) \text{ cm}^3$.



2 P

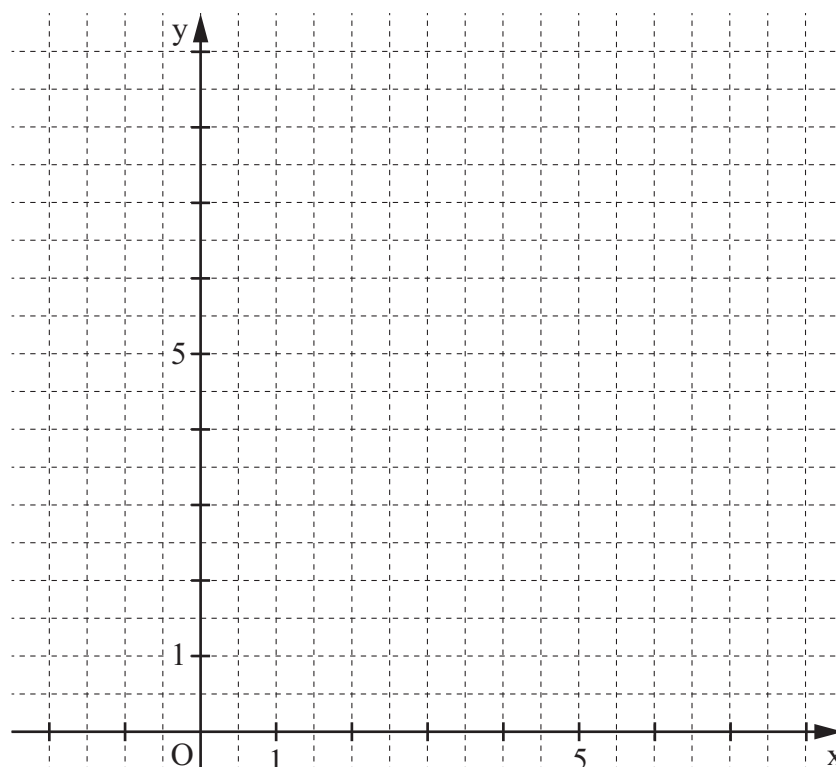
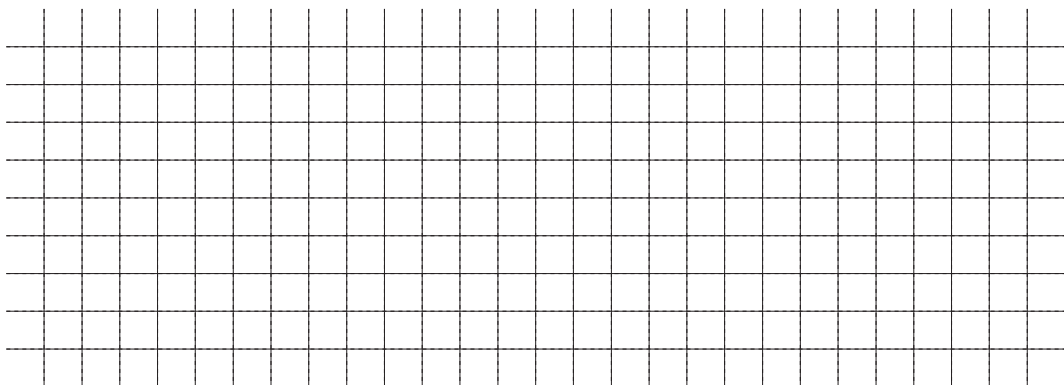
A 2.0 Die Punkte $A(-0,5|1)$ und $B(3,5|1)$ legen zusammen mit Pfeilen

$$\overrightarrow{AC_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 8 \cdot \cos \varphi - 0,5 \\ \frac{1}{\cos \varphi} + 1 \end{pmatrix} \text{ für } \varphi \in [0^\circ; 90^\circ[\text{ Dreiecke } ABC_n \text{ fest.}$$

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

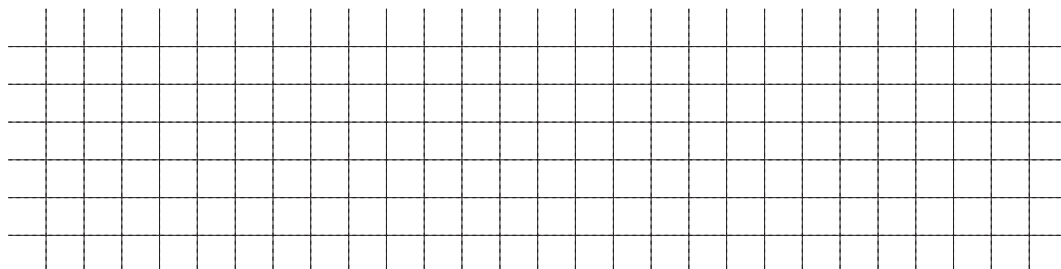
A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AC_1}$ für $\varphi = 40^\circ$ und $\overrightarrow{AC_2}$ für $\varphi = 80^\circ$.

Zeichnen Sie anschließend die Dreiecke ABC_1 und ABC_2 in das Koordinatensystem ein.



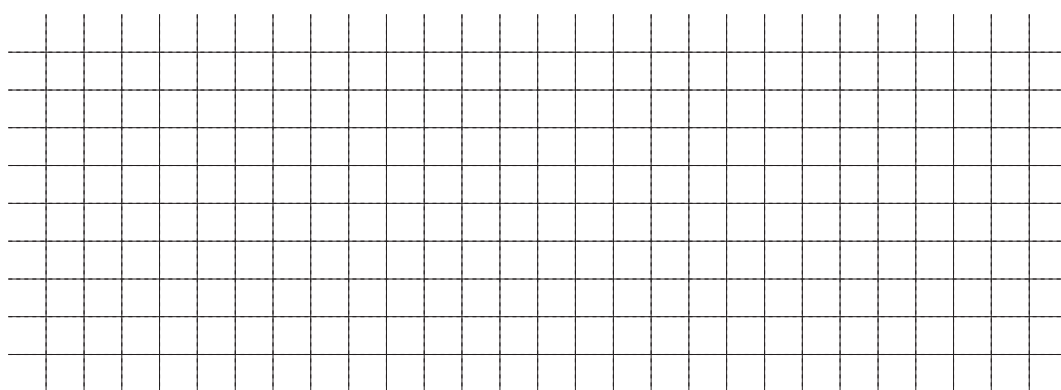
A 2.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit

von φ gilt: $C_n \left(8 \cdot \cos \varphi - 1 \mid \frac{1}{\cos \varphi} + 2 \right).$



1 P

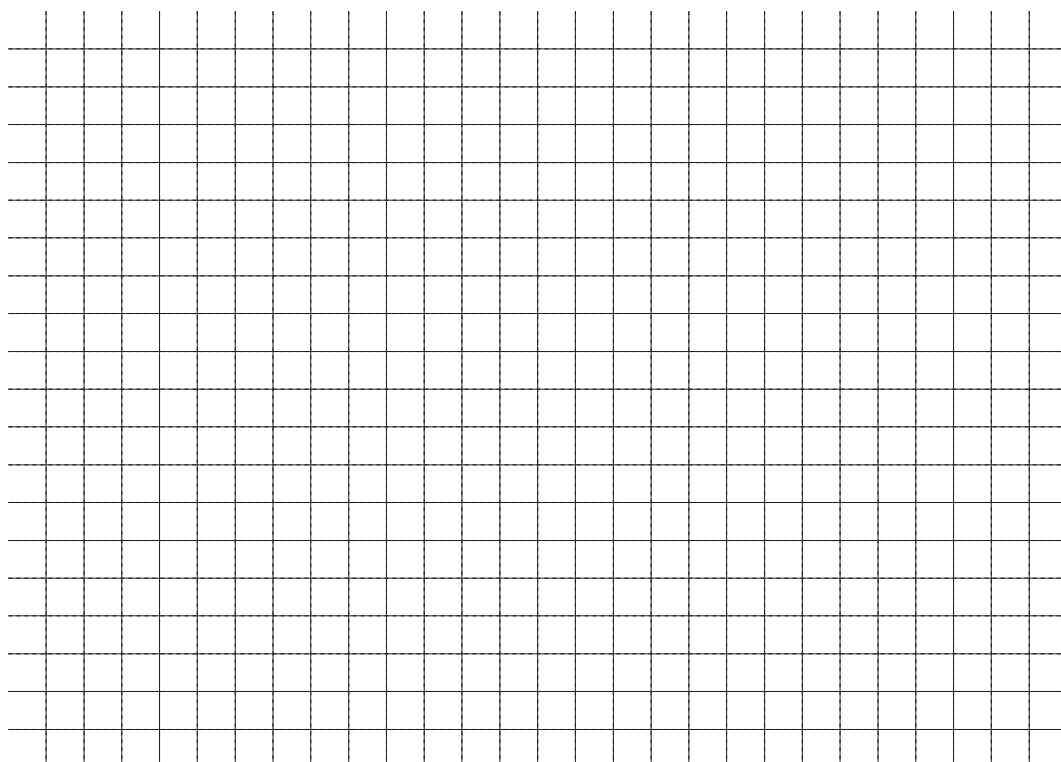
A 2.3 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen der Punkte C_n .



2 P

A 2.4 Unter den Dreiecken ABC_n gibt es das gleichschenklige Dreieck ABC_3 mit der Basis $[AB]$.

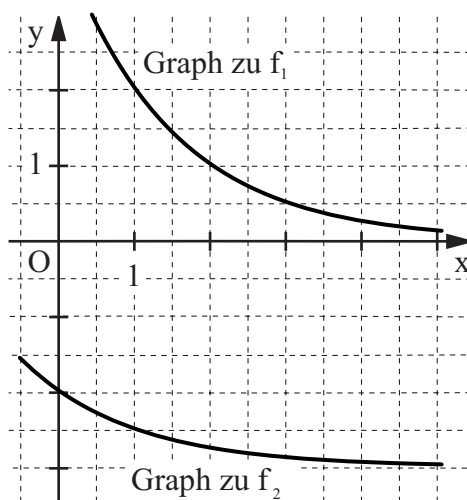
Ermitteln Sie das zugehörige Winkelmaß φ und begründen Sie durch Rechnung, dass das Dreieck ABC_3 nicht gleichseitig ist.



3 P

A 3.0 Gegeben sind die Funktionen f_1 mit der Gleichung $y = 4 \cdot 0,5^x$ und f_2 mit der Gleichung $y = 4 \cdot 0,5^{x+2} - 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Punkte $A_n(x | 4 \cdot 0,5^x)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $B_n(x | 4 \cdot 0,5^{x+2} - 3)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x . Die Strecken $[A_n B_n]$ sind für $x \in \mathbb{R}$ die Basen von gleichschenkligen Dreiecken $A_n B_n C_n$.

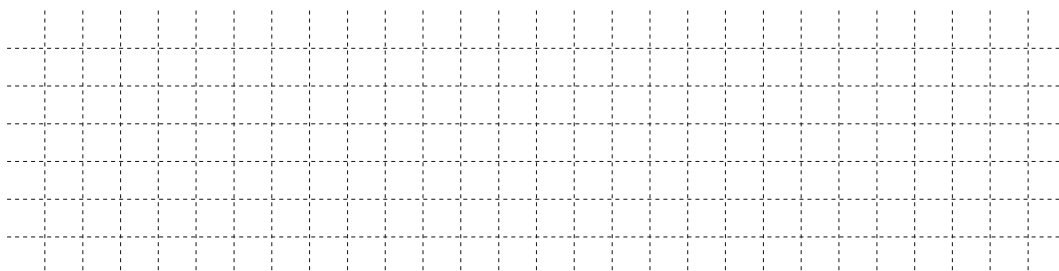
Für die Höhen $[M_n C_n]$ der Dreiecke $A_n B_n C_n$ gilt: $\overline{M_n C_n} = 3 \text{ LE}$.



A 3.1 Zeichnen Sie das Dreieck $A_1 B_1 C_1$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem ein.

1 P

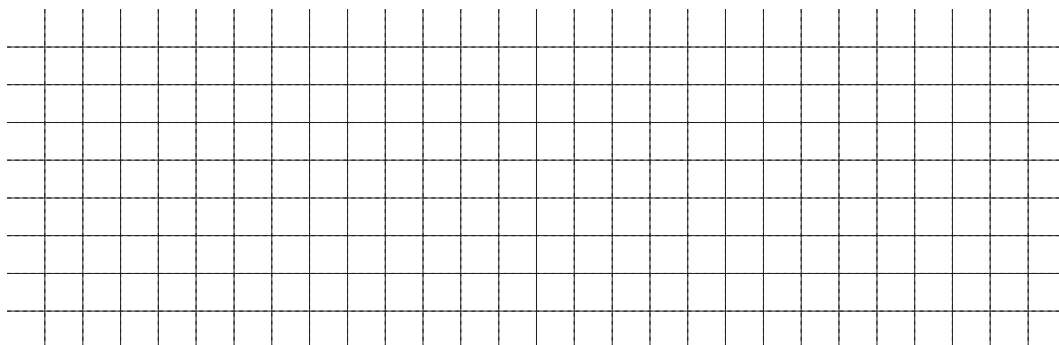
A 3.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[A_n B_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_n B_n}(x) = (3 \cdot 0,5^x + 3) \text{ LE}$.



2 P

A 3.3 Das Dreieck $A_2 B_2 C_2$ hat einen Flächeninhalt von 15 FE.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x .



2 P

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern



Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1

Haupttermin

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -1,5 \cdot \log_{0,5}(x-1)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen der Funktion f_1 für $x \in [1,5; 11]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm ; $-1 \leq x \leq 12$; $-6 \leq y \leq 6$

4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor \vec{v} auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 1,5 \cdot \log_{0,5} x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) abgebildet.

Geben Sie die Koordinaten des Verschiebungsvektors \vec{v} an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [1,5; 11]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x | 1,5 \cdot \log_{0,5} x)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $C_n(x | -1,5 \cdot \log_{0,5}(x-1))$ auf dem Graphen zu f_1 . Sie sind für $x > 1,62$ zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Rauten $A_n B_n C_n D_n$.

Es gilt: $\overline{B_n D_n} = 6 \text{ LE}$.

Zeichnen Sie die Rauten $A_1 B_1 C_1 D_1$ für $x = 2,5$ und $A_2 B_2 C_2 D_2$ für $x = 8,5$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

Zeigen Sie sodann, dass für die Länge der Strecken $[A_n C_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{A_n C_n}(x) = -1,5 \cdot \log_{0,5}(x^2 - x) \text{ LE}$.

4 P

B 1.4 Die Raute $A_3 B_3 C_3 D_3$ ist ein Quadrat. Berechnen Sie die zugehörige x-Koordinate des Punktes A_3 . Runden Sie dabei auf zwei Stellen nach dem Komma.

2 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Diagonalschnittpunkte M_n der Rauten $A_n B_n C_n D_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$$M_n \left(x \mid 0,75 \cdot \log_{0,5} \left(\frac{x}{x-1} \right) \right).$$

2 P

B 1.6 Geben Sie die Gleichung des Trägergraphen der Punkte D_n der Rauten $A_n B_n C_n D_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n an.

2 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern



Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 2

Haupttermin

- B 2.0 Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks $ABCD$ schneiden sich im Punkt K . Das Drachenviereck $ABCD$ ist die Grundfläche des geraden Prismas $ABCDEFGH$. Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A .

Es gilt: $\overline{AC} = 12 \text{ cm}$; $\overline{BD} = 10 \text{ cm}$; $\overline{AK} = 4 \text{ cm}$; $\overline{AE} = 6 \text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

- B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas $ABCDEFGH$, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$

Die Strecken $[EG]$ und $[FH]$ schneiden sich im Punkt L .

Berechnen Sie das Maß des Winkels LCK . [Ergebnis: $\sphericalangle LCK = 36,87^\circ$]

3 P

- B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[LC]$. Die Winkel CKP_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte gleichschenkliger Dreiecke BDP_n mit der Basis $[BD]$.

Zeichnen Sie das Dreieck BDP_1 sowie die Strecke $[KP_1]$ für $\varphi = 78^\circ$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Begründen Sie sodann, dass keines der Dreiecke BDP_n gleichseitig ist.

3 P

- B 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[KP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{KP_n}(\varphi) = \frac{4,80}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} \text{ cm}.$$

Die Länge der Strecke $[KP_0]$ ist minimal. Geben Sie den zugehörigen Wert für φ an.

3 P

- B 2.4 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit der Grundfläche $ABCD$ und den Höhen $[P_nQ_n]$. Die Punkte Q_n liegen auf der Strecke $[KC]$.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ und die Höhe $[P_1Q_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Ermitteln Sie sodann durch Rechnung das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ .

$$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{96 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 36,87^\circ)} \text{ cm}^3 \right]$$

3 P

- B 2.5 Das Volumen der Pyramide $ABCDP_2$ beträgt 96 cm^3 .

Berechnen Sie das zugehörige Maß für φ .

3 P

- B 2.6 Begründen Sie, dass die Volumina der Pyramiden $ABDP_n$ mit der Grundfläche ABD und der Pyramiden $BCDP_n$ mit der Grundfläche BCD stets im Verhältnis $1:2$ stehen.

2 P

Bitte wenden!