Abschlussprüfung 2017
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

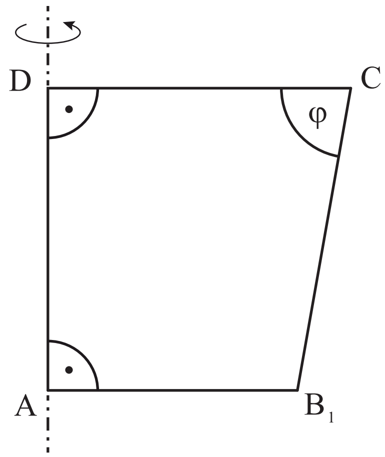
Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Trapeze AB_nCD rotieren um die Achse AD.

Die Winkel DCB_n haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]45°;90°\right[$

Es gilt: $\overline{AD} = 4\text{ cm}$; $\overline{CD} = 4\text{ cm}$; $\sphericalangle ADC = \sphericalangle B_nAD = 90°$.

Die Zeichnung zeigt das Trapez AB_1CD für $\varphi = 80°$.



A 1.1 Zeichnen Sie das Trapez AB_2CD für $\varphi = 55°$ in die Zeichnung zu A 1.0 ein. 1 P

A 1.2 Bestätigen Sie die untere Intervallgrenze für φ und begründen Sie sodann, dass für das Volumen V der Rotationskörper gilt: $V > \frac{64}{3}\pi\text{ cm}^3$.

2 P

A 1.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[AB_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{AB_n}(\varphi) = \left(4 - \frac{4}{\tan\varphi}\right)\text{cm}.$$

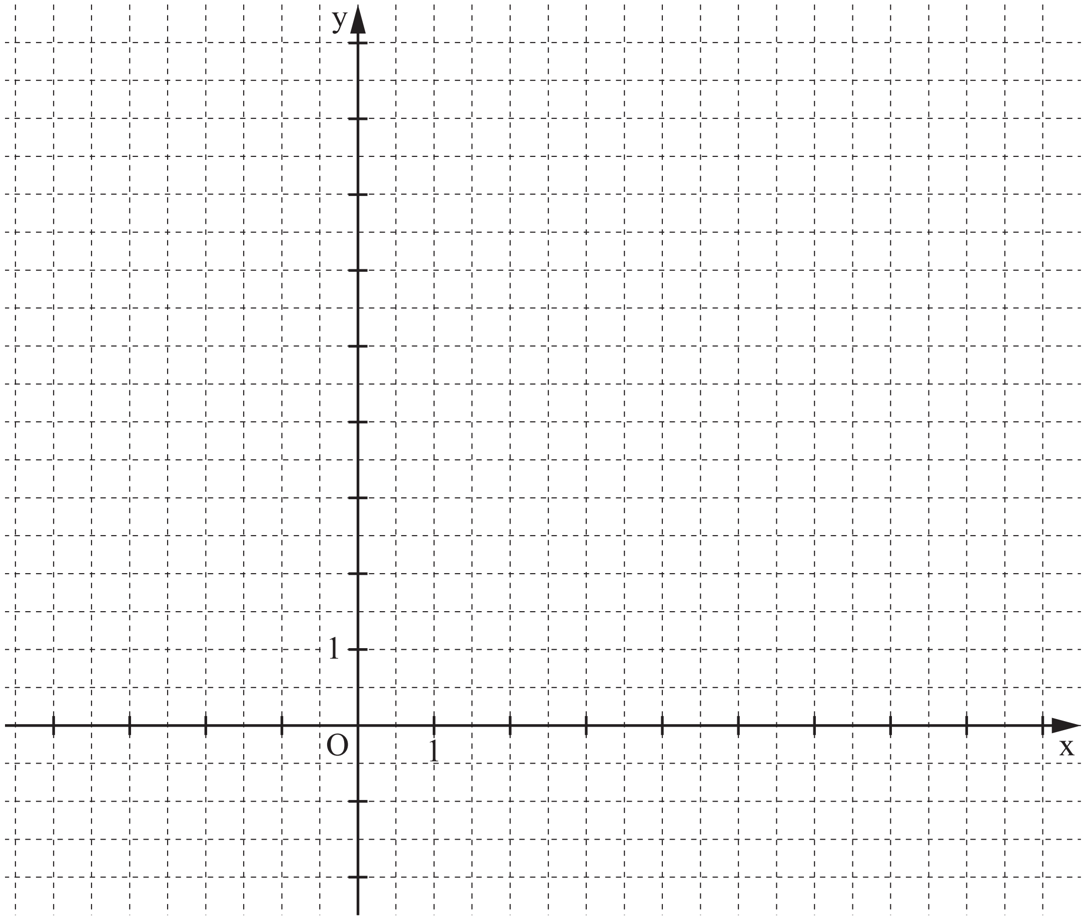
2 P

A 2.0 Der Punkt $A(1|-2)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von gleichschenkligen Dreiecken AB_nC_n mit den Schenkeln $[AB_n]$ und $[AC_n]$.

Die Mittelpunkte $M_n(x|-0{,}4x+2)$ der Schenkel $[AC_n]$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=-0{,}4x+2$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$. Es gilt: $\sphericalangle B_nAC_n=35°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g sowie die Dreiecke AB_1C_1 für $x=-1{,}5$ und AB_2C_2 für $x=3{,}5$ in das Koordinatensystem ein.



3 P

A 2.2 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[AC_n]$ gilt: $\overline{AC_n} = 1{,}66 \cdot \overline{B_nC_n}$.

2 P

A 2.3 Unter den Dreiecken AB_nC_n hat das Dreieck AB_3C_3 die kürzesten Schenkel.

Berechnen Sie die Koordinaten des zugehörigen Mittelpunktes M_3 des Schenkels $[AC_3]$.

4 P

A 3.0 Das radioaktive Isotop Cäsium-137 zerfällt mit einer Halbwertszeit von 30 Jahren, d. h. nach dieser Zeit ist von einer bestimmten Anfangsmasse dieses Isotops nur noch die Hälfte an Cäsium-137 vorhanden.

Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Jahre seit Beginn des Zerfalls und der Masse y mg lässt sich näherungsweise durch eine Funktion der Form $y = y_0 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{30}}$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+;\, y_0 \in \mathbb{R}^+\right)$ darstellen, wobei y_0 mg die Masse zu Beginn eines Versuches darstellt. Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Bei einem Langzeitversuch sind nach sechs Jahren noch 39 mg des Isotops Cäsium-137 nachweisbar. Bestimmen Sie rechnerisch die Masse, die zu Beginn des Versuches vorhanden war.

2 P

A 3.2 In einem anderen Versuch lässt sich der Zerfallsprozess durch die Funktion mit der Gleichung $y = 13{,}5 \cdot 0{,}5^{\frac{x}{30}}$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$ darstellen.

Berechnen Sie, im wievielten Jahr erstmals weniger als 8 mg des Isotops nachweisbar sind.

2 P

A 3.3 Wie viel Prozent der ursprünglichen Masse des Isotops Cäsium-137 sind nach zehn Jahren noch vorhanden?

Kreuzen Sie die zutreffende Lösung an.

☐ 20,63 % ☐ 33,33 % ☐ 66,67 % ☐ 79,37 % ☐ 83,33 %

1 P

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Funktion f_1 hat eine Gleichung der Form $y = -\log_3(x+b)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f_1 schneidet die x-Achse im Punkt $P(8|0)$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Funktion f_1 die Gleichung $y = -\log_3(x+1)+2$ hat. Geben Sie sodann die Definitionsmenge der Funktion f_1 an und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-0{,}5\,;9]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 10$; $-1 \leqq y \leqq 7$ 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = 2$ und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -2 \cdot \log_3 x + 4{,}5$ hat $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \mid -\log_3(x+1)+2\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $D_n\left(x \mid -2 \cdot \log_3 x + 4{,}5\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n für $0 < x < 16{,}53$ die Eckpunkte von Trapezen $A_nB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 2$ LE; $\sphericalangle B_nA_nD_n = 90°$; $\sphericalangle A_nD_nC_n = 125°$; $[A_nD_n] \parallel [B_nC_n]$.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 5{,}5$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[B_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $\overline{B_nC_n}(x) = \left(\log_3 \dfrac{x+1}{x^2} + 3{,}90\right)$ LE.

$\left[\text{Teilergebnis}: \overline{A_nD_n}(x) = \left(\log_3 \dfrac{x+1}{x^2} + 2{,}5\right) \text{LE}\right]$ 3 P

B 1.5 Bestätigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x) = \left(2 \cdot \log_3 \dfrac{x+1}{x^2} + 6{,}40\right)$ FE. 1 P

B 1.6 Das Trapez $A_3B_3C_3D_3$ hat einen Flächeninhalt von 8 FE.
Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes A_3. 3 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2017

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das Rechteck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Strecke $[AD]$, der Punkt F ist der Mittelpunkt der Strecke $[BC]$. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt E.

Es gilt: $\overline{AB} = 6{,}5\text{ cm}$; $\overline{AD} = 8\text{ cm}$; $\overline{ES} = 5{,}5\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei $[EF]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt E links vom Punkt F liegen soll.

Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[FS]$ sowie das Maß des Winkels SFE.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{FS} = 8{,}51\text{ cm; } \sphericalangle SFE = 40{,}24°\right]$ 4 P

B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[FS]$ und bilden zusammen mit dem Punkt $G \in [EF]$ Winkel FGP_n mit dem Maß $\varphi \in]0°; 118{,}61°[$. Es gilt: $\overline{EG} = 3\text{ cm}$.

Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $BCGP_n$ mit der Grundfläche BCG und den Höhen $[P_nL_n]$ mit $L_n \in [EF]$.

Zeichnen Sie die Pyramide $BCGP_1$ für $\varphi = 110°$ und die zugehörige Höhe $[P_1L_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.3 Begründen Sie die obere Intervallgrenze für φ. 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[GP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{GP_n}(\varphi) = \frac{2{,}26}{\sin(\varphi + 40{,}24°)}\text{ cm}$. 2 P

B 2.5 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramiden $BCGP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{10{,}55 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 40{,}24°)}\text{cm}^3\right]$ 3 P

B 2.6 Das Dreieck GFP_2 ist gleichschenklig mit der Basis $[FP_2]$.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $BCGP_2$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

Bitte wenden!