Abschlussprüfung Telekolleg
Lehrgang 19

Prüfungsfach:	Mathematik
Prüfungstag:	Samstag, 19. Mai 2018
Prüfungsdauer:	180 Minuten
Hilfsmittel:	Elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner; Formelsammlung
Name des Prüflings:	
Maximale Punktzahl:	100
Erreichte Punktzahl:	
Note:	
Bewertungsschlüssel:	

BE	100-86	85-71	70-56	55-41	40-20	19-0
Note	1	2	3	4	5	6

Aufgabe I

BE

1.0 Gegeben ist die Schar reeller Funktionen $f_a: x \mapsto f_a(x) = \frac{1}{4}x\left(x^2 - 2ax + a^2\right)$ mit $D_{f_a} = \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
Die Graphen der Funktionen f_a in einem kartesischen Koordinatensystem werden mit G_{f_a} bezeichnet.

1.1 Bestimmen Sie den Wert des Parameters a so, dass der zugehörige Graph G_{f_a} und die x-Achse an der Stelle $x = 6$ einen gemeinsamen Punkt haben. 3

1.2.0 Für die folgenden Teilaufgaben gilt $a = 6$.
Die zugehörige Funktionsgleichung lautet: $f_6(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 12x^2 + 36x)$.

1.2.1 Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f_6 und geben Sie deren Vielfachheit an. 4

1.2.2 Ermitteln Sie die Art und die Koordinaten der relativen Extrempunkte des Graphen G_{f_6}. 6

1.2.3 Bestimmen Sie die maximalen Krümmungsintervalle von G_{f_6} und ermitteln Sie die Koordinaten des Wendepunktes W des Graphen G_{f_6}. 4

1.2.4 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente t_W an den Graphen G_{f_6} im Wendepunkt W. 4

1.2.5 Zeichnen Sie den Graphen G_{f_6} unter Verwendung aller bisherigen Ergebnisse und weiterer geeigneter Funktionswerte für $-0{,}5 \le x \le 7$ sowie die Tangente t_W in ein kartesisches Koordinatensystem. 5

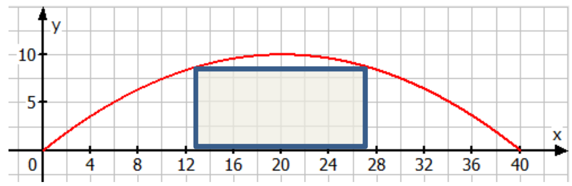
1.2.6 Die Funktion p ist gegeben durch ihre Funktionsgleichung $p(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 6x)$ und die Definitionsmenge $D_p = \mathbb{R}$. 7
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von G_{f_6} und G_p.
Zeichnen Sie den Graphen G_p für $-0{,}5 \le x \le 7$ in das Koordinatensystem aus Aufgabe 1.2.5.

1.2.7 Der Graph G_{f_6} schließt mit dem Graph G_p zwei endliche Flächenstücke ein. Kennzeichnen Sie in Ihrer Zeichnung aus Aufgabe 1.2.5 das größere der beiden Flächenstücke und berechnen Sie die Maßzahl A seines Flächeninhaltes. 5

(Fortsetzung auf der nächsten Seite)

Aufgabe I (Fortsetzung) BE

2.0 Die obere Begrenzungslinie einer Flugzeughalle (Hangar) hat die Form einer Parabel mit der Gleichung: $y = -0{,}025x^2 + x$ mit $x \in [0;40]$. An der Rückwand des Hangars soll mittig ein rechteckiges Regal angebracht werden, welches vom Boden bis zur Decke reicht (siehe Skizze). Die Werte von x und y sind dabei Längenangaben in der Einheit Meter. Das Regal hat die Breite b und die Höhe h. Das Regal soll mindestens 10 Meter und höchstens 30 Meter breit sein. Auf die Mitführung von Einheiten während der Rechnungen soll verzichtet werden.



2.1 Zeigen Sie, dass für die Maßzahl $A(b)$ des Flächeninhaltes der rechteckigen Vorderfront des Regals in Abhängigkeit von der Breite b gilt: 5

$A(b) = -0{,}00625b^3 + 10b$.

Geben Sie die Definitionsmenge für die Funktion A im vorgegebenen Sachzusammenhang an.

2.2 Berechnen Sie die Breite b, für welche die Fläche der rechteckigen Vorderfront des Regals den absolut größten Wert annimmt. Berechnen Sie die Maßzahl dieser größtmöglichen Fläche und ermitteln Sie für diesen Fall die Höhe h des Regals. 7

50

Aufgabe II

		BE
1.0	In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(-1\|2\|4)$, $B(-3\|6\|0)$ und $D(1\|0\|5)$ gegeben. Die Punkte A und D bestimmen die Gerade g. Die Punkte A und B bestimmen die Gerade h.	
1.1	Bestimmen Sie je eine Gleichung der Geraden g und h in Parameterform.	4
1.2	Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der beiden Geraden g und h.	2
1.3	Bestimmen Sie das Maß des spitzen Winkels, unter dem sich die beiden Geraden g und h schneiden.	4
1.4	Die beiden Geraden g und h legen die Ebene E fest. Ermitteln Sie je eine Gleichung der Ebene E in Parameterform und in Normalenform.	5
1.5	Die Punkte A, B und D sind die Eckpunkte des Dreiecks ABD. Durch das Hinzufügen des Punktes C entsteht das Parallelogramm ABCD. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes C.	3
1.6	Die Diagonalen des Parallelogramms schneiden sich im Punkt M. Ermitteln Sie die Koordinaten von M.	3
1.7	Das Parallelogramm ABCD bildet die Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze $S(1\|4\|1)$. Berechnen Sie die Maßzahl des Volumens dieser Pyramide.	4
		25

Aufgabe III

BE

1.0 Einer der bayerischen Regierungsbezirke hat 9 Stimmkreise (Wahlkreise) mit den Nummern 201 bis 209. Die nachfolgende Tabelle zeigt für die jeweiligen Stimmkreise die Anzahl der Stimmberechtigten und die Anzahl derjenigen, die tatsächlich bei der Landtagswahl 2008 gewählt haben.

Stimmkreis	201	202	203	204	205	206	207	208	209
Stimmberechtigte in 1000	90,5	110,2	85,1	120,2	116,7	89,5	106,1	91,6	109,4
Wähler in 1000	46,5	63,0	48,1	69,8	57,4	45,9	52,2	48,9	63,4

(Quelle: Bay. Landesamt für Statistik, Internetpublikation, http://www.landtagswahl2008.bayern.de/taba5990.html, zugegriffen am 11.04.2018)

1.1 Berechnen Sie für jeden Stimmkreis die Wahlbeteiligung in Prozent auf eine Nachkommastelle genau. Bestimmen Sie die Spannweite der prozentualen Wahlbeteiligungen in den neun Stimmkreisen. 4

1.2 Laut Gesetz sollen die Stimmkreise so eingeteilt sein, dass möglichst jeder Stimmkreis gleich viele Stimmberechtigte hat. Bestimmen Sie diejenigen Stimmkreise, bei denen die Anzahl der Stimmberechtigten nicht mehr als 10 % vom Mittelwert der Stimmberechtigten der neun Stimmkreise abweicht. 4

2.0 Untersuchungen ergaben, dass nur 70 % aller Autofahrer mit dem Sicherheitsgurt gesichert (G) sind, der Rest fährt ungesichert (U). An einer Kontrollstelle werden drei zufällig ausgewählte Fahrzeuge dahingehend geprüft, ob die Fahrzeuglenker angeschnallt sind. Die sich ergebenden relativen Häufigkeiten dieses Zufallsexperiments werden als Wahrscheinlichkeiten gedeutet.

2.1 Bestimmen Sie mithilfe eines vollständigen Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse des beschriebenen Zufallsexperiments. 5

2.2 Gegeben sind nun folgende Ereignisse: 4
E_1: „Genau zwei aufeinanderfolgende Fahrzeuglenker sind angeschnallt."
E_2: „Höchstens ein Fahrzeuglenker ist angeschnallt."
Geben Sie die Ereignisse E_1 und E_2 in aufzählender Mengenschreibweise an und bestimmen Sie deren Wahrscheinlichkeiten.

2.3 Nach umfangreichen Aufklärungsmaßnahmen erhöht sich die Anschnallquote auf 90 %. An einem Kontrollpunkt werden 20 zufällig ausgewählte Fahrzeuge beobachtet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse: 4
E_3: „Genau 19 Autofahrer sind angeschnallt."
E_4: „Weniger als zwei Autofahrer sind nicht angeschnallt."

2.4 Aus langjähriger Beobachtung weiß man, dass 30 % der Autofahrer am Steuer essen (E), während 20% am Steuer laute Musik (M) über Kopfhörer genießen. 65 % der Autofahrer führen keine der beiden Tätigkeiten aus. Ermitteln Sie mithilfe einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Autofahrer genau eine der beiden Tätigkeiten am Steuer ausführt. 4

25