



## Mathematik I

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_ Platznummer: \_\_\_\_\_ Punkte: \_\_\_\_\_

### Aufgabe A 1

### Haupttermin

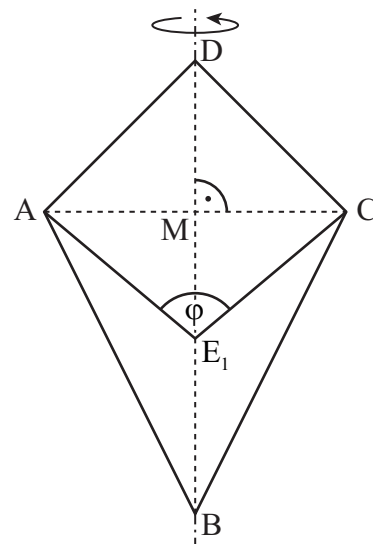
A 1.0 Gegeben ist das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse BD und dem Diagonalschnittpunkt M.

Es gilt:  $\overline{AM} = \overline{DM} = 2 \text{ cm}$  und  $\overline{BD} = 6 \text{ cm}$ .

Punkte  $E_n$  auf der Strecke  $[BM]$  legen zusammen mit den Punkten A, C und D die Drachenvierecke  $AE_nCD$  fest. Die Winkel  $\angle CE_nA$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in [53,13^\circ; 180^\circ[$ .

Die Zeichnung zeigt das Drachenviereck ABCD und das Drachenviereck  $AE_1CD$  für  $\varphi = 100^\circ$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 1.1 Zeichnen Sie das Drachenviereck  $AE_2CD$  für  $\varphi = 70^\circ$  in die Zeichnung zu A 1.0 ein. Bestätigen Sie sodann die untere Intervallgrenze für  $\varphi$  durch Rechnung.

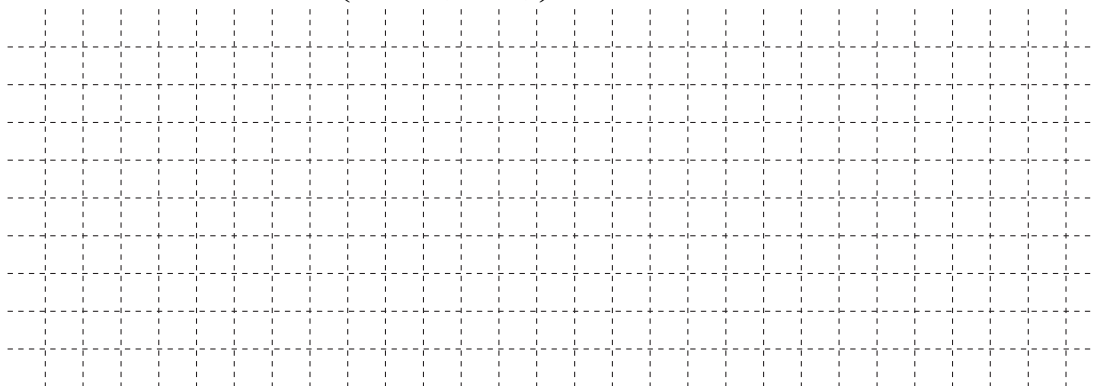


2 P

A 1.2 Die Drachenvierecke  $AE_nCD$  rotieren um die Gerade BD.

Zeigen Sie, dass für das Volumen  $V$  der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit

von  $\varphi$  gilt:  $V(\varphi) = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \left( 1 + \frac{1}{\tan(0,5 \cdot \varphi)} \right) \text{ cm}^3$ .



2 P

A 1.3 Das Drachenviereck  $AE_3CD$  ist ein Quadrat.

Bestimmen Sie das Volumen des zugehörigen Rotationskörpers.

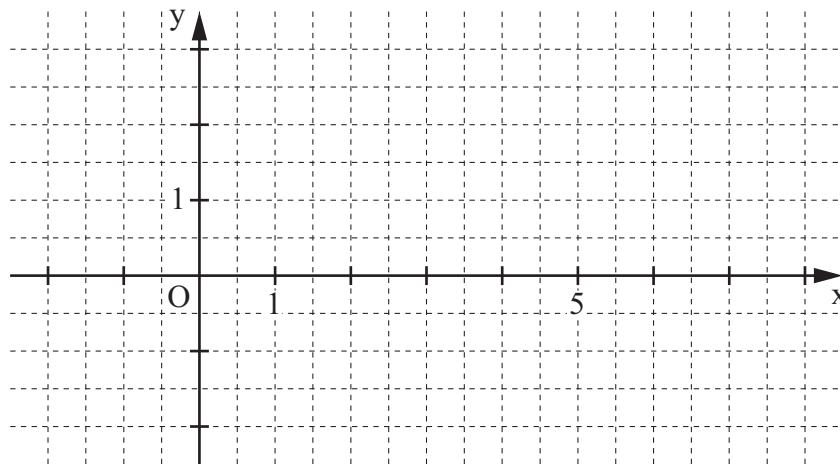


1 P

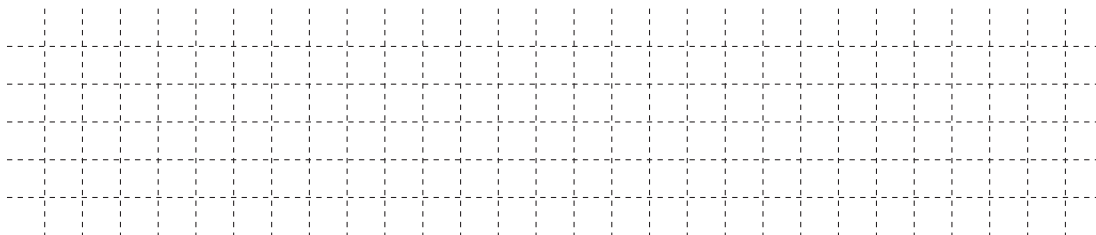
A 2.0 Der Punkt  $A(2|-1)$  legt zusammen mit den Pfeilen  $\overrightarrow{AB_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -3 \cdot \sin \varphi + 2 \\ 2 \cdot \sin \varphi + 2 \end{pmatrix}$  und Punkten  $C_n$  gleichschenklige Dreiecke  $AB_nC_n$  mit den Basen  $[B_nC_n]$  fest ( $\varphi \in [0^\circ; 360^\circ]$ ).

Es gilt:  $\sphericalangle B_nAC_n = 30^\circ$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Pfeils  $\overrightarrow{AB_1}$  für  $\varphi = 210^\circ$  und zeichnen Sie das zugehörige Dreieck  $AB_1C_1$  in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

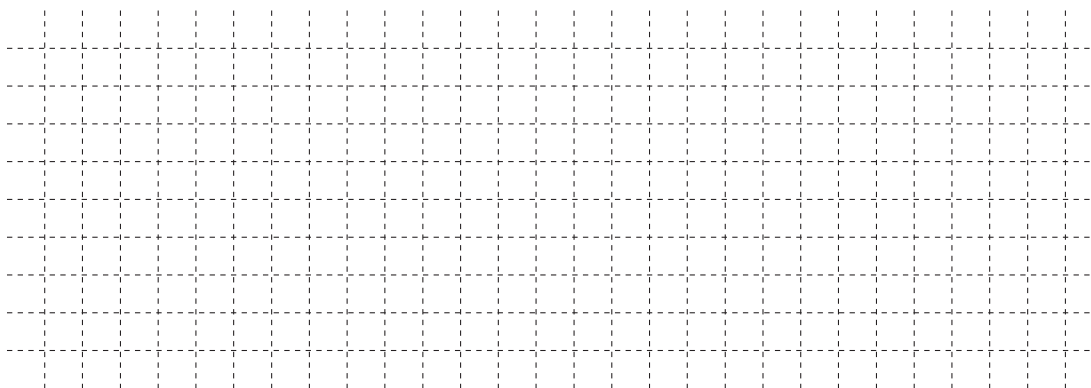


2 P

A 2.2 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte  $C_n$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ .

[Ergebnis:  $C_n(-3,60 \cdot \sin \varphi + 2,73 | 0,23 \cdot \sin \varphi + 1,73)$ ]

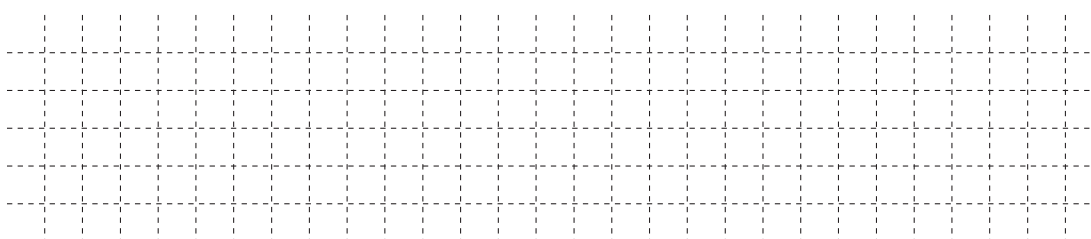




3 P

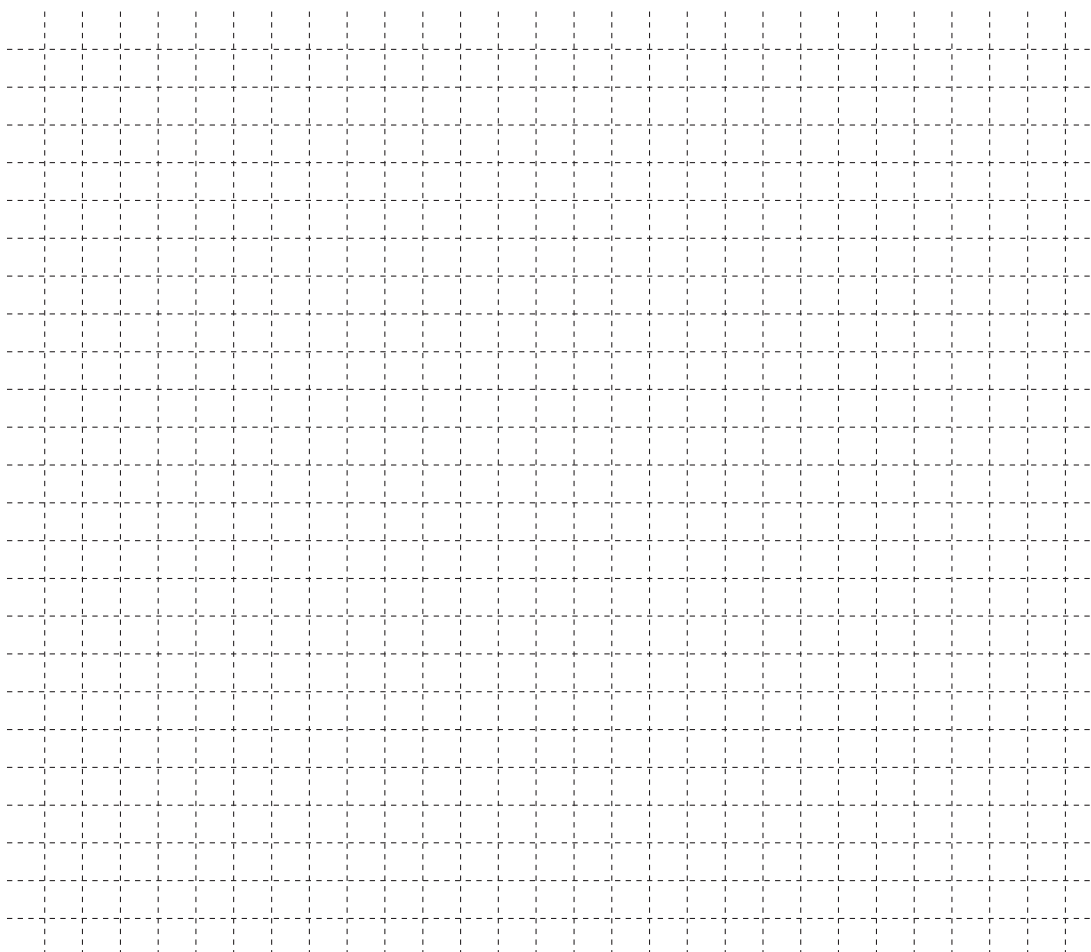
A 2.3 Für welches Maß von  $\varphi$  wird die Abszisse der Punkte  $C_n$  minimal?

Kreuzen Sie an.

☐  $0^\circ$ ☐  $45^\circ$ ☐  $90^\circ$ ☐  $180^\circ$ ☐  $270^\circ$ 

1 P

A 2.4 Für  $\varphi \in [0^\circ; 120^\circ]$  gibt es das Dreieck  $AB_2C_2$ , dessen Punkt  $C_2$  auf der y-Achse liegt. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $B_2$ .



3 P

A 3.0 Vitamin D kann im menschlichen Körper produziert werden, wenn Sonnenstrahlung unter bestimmten Bedingungen auf die Haut trifft. Im Winterhalbjahr nimmt daher die Konzentration von Vitamin D im Körper normalerweise ab.

Bei Andreas wurde Ende September eine Anfangskonzentration von 55 Nanogramm Vitamin D pro Milliliter Blut  $\left(55 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}\right)$  gemessen. Der Zusammenhang zwischen der

Anzahl  $x$  der Wochen und der verbleibenden Konzentration  $y \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$  an Vitamin D lässt sich bei Andreas näherungsweise durch die Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = 55 \cdot 0,93^x$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ ) beschreiben.

A 3.1 Um wie viel Prozent reduziert sich folglich bei Andreas die Konzentration an Vitamin D in einer Woche? Ergänzen Sie.

Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um   %.


1 P

A 3.2 Berechnen Sie mithilfe der Funktion  $f_1$  die Konzentration an Vitamin D bei Andreas nach 21 Tagen.

Runden Sie auf zwei Nachkommastellen.

1 P

A 3.3 Berechnen Sie, in welcher Woche sich die Anfangskonzentration an Vitamin D bei Andreas entsprechend der Funktion  $f_1$  halbiert.




2 P

A 3.4 Bei Stephan wurde gleichzeitig mit Andreas eine Messung begonnen. Bei Stephan lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl  $x$  der Wochen und der verbleibenden Konzentration  $y \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$  an Vitamin D annähernd durch die Funktion  $f_2$  mit der Gleichung

$y = 51.091^x$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ ) beschreiben.

Ist es unter diesen Voraussetzungen möglich, dass die Konzentrationen an Vitamin D zu einem Zeitpunkt bei Stephan und Andreas den gleichen Wert erreichen?

Begründen Sie Ihre Entscheidung ohne Rechnung.



1 P



**Mathematik I**

**Aufgabe B 1**

**Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = 10 \cdot 0,5^{x+3} + 2$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion  $f_1$  an.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f_1$  für  $x \in [-2,5; 5]$  in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-5 \leq x \leq 5$ ;  $-6 \leq y \leq 10$

2 P

B 1.2 Der Graph der Funktion  $f_1$  wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  auf den Graphen der Funktion  $f_2$  abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion  $f_2$  die Gleichung  $y = -10 \cdot 0,5^{x+5} - 1$  mit  $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  besitzt.

Geben Sie sodann die Gleichung ihrer Asymptote an und zeichnen Sie den Graphen zu  $f_2$  für  $x \in [-4; 5]$  in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

4 P

B 1.3 Punkte  $A_n(x | 10 \cdot 0,5^{x+3} + 2)$  auf dem Graphen zu  $f_1$  und Punkte  $C_n(x | -10 \cdot 0,5^{x+5} - 1)$  auf dem Graphen zu  $f_2$  haben dieselbe Abszisse  $x$  und sind zusammen mit Punkten  $B_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Parallelogrammen  $A_n B_n C_n D_n$ . Die Punkte  $D_n$  liegen ebenfalls auf dem Graphen zu  $f_1$ , ihre Abszisse ist um 2 größer als die Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$ .

Zeichnen Sie die Parallelogramme  $A_1 B_1 C_1 D_1$  für  $x = -2$  und  $A_2 B_2 C_2 D_2$  für  $x = 1,5$  in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

2 P

B 1.4 Berechnen Sie das Maß des Winkels  $A_1 D_1 C_1$ .

4 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte  $B_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$  gilt:  $B_n(x - 2 | 5 \cdot 0,5^{x+3} - 1)$ .

[Teilergebnis:  $D_n(x + 2 | 10 \cdot 0,5^{x+5} + 2)$ ]

3 P

B 1.6 Unter den Parallelogrammen  $A_n B_n C_n D_n$  gibt es die Raute  $A_3 B_3 C_3 D_3$ .

Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes  $A_3$ .

3 P

**Bitte wenden!**



**Mathematik I**

**Aufgabe B 2**

**Haupttermin**

B 2.0 Das Quadrat ABCD mit dem Diagonalschnittpunkt M ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEFGH mit der Höhe [AE]. Der Schnittpunkt der Diagonalen [EG] und [FH] des Quadrats EFGH ist der Punkt N.

Es gilt:  $\overline{AB} = 7 \text{ cm}$ ;  $\overline{AE} = 9 \text{ cm}$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecke [AC] gilt:  $\overline{AC} = 9,90 \text{ cm}$ .

Zeichnen Sie sodann das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$ .

3 P

B 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke [CN] sowie das Maß des Winkels CNG.

[Ergebnis:  $\sphericalangle \text{CNG} = 61,19^\circ$ ]

2 P

B 2.3 Punkte  $P_n$  liegen auf der Strecke [CN]. Die Winkel  $P_nEN$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in ]0^\circ; 42,27^\circ]$ . Die Punkte  $P_n$  sind zusammen mit den Punkten N und E die Eckpunkte von Dreiecken  $P_nNE$ .

Zeichnen Sie das Dreieck  $P_1NE$  für  $\varphi = 38^\circ$  in das Schrägbild zu B 2.1 ein und begründen Sie sodann die obere Intervallgrenze für  $\varphi$ .

2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken  $[NP_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

$$\overline{NP_n}(\varphi) = \frac{4,95 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 118,81^\circ)} \text{ cm}.$$

2 P

B 2.5 Die Punkte  $P_n$  sind die Spitzen von Pyramiden  $EFHP_n$  mit den Höhen  $[P_nT_n]$ , deren Fußpunkte  $T_n$  auf der Strecke [EG] liegen.

Zeichnen Sie die Pyramide  $EFHP_1$  und ihre Höhe  $[P_1T_1]$  in das Schrägbild zu B 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen  $V$  der Pyramiden  $EFHP_n$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ .

$$\left[ \text{Teilergebnis: } \overline{P_nT_n}(\varphi) = \frac{4,34 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 118,81^\circ)} \text{ cm} \right]$$

3 P

B 2.6 Die Punkte  $P_n$  sind auch die Spitzen von Pyramiden  $ABCDP_n$ .

Für die Pyramiden  $EFHP_2$  und  $ABCDP_2$  gilt:  $V_{EFHP_2} = V_{ABCDP_2}$ .

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für  $\varphi$ .

4 P

**Bitte wenden!**