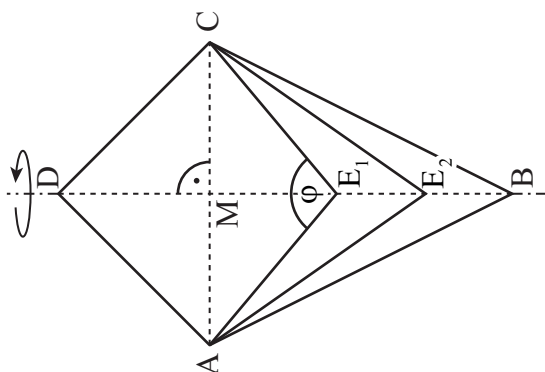



Mathematik I
Aufgaben A 1 – 3
Haupttermin
RAUMGEOMETRIE

A 1.0


A 1.1 Einzeichnen des Drachenvierecks AE_2CD

Für φ muss gelten: $\tan \frac{\varphi}{2} \geq \frac{2}{4} \Rightarrow \varphi \geq 53,13^\circ$.

2

L 2
L 3
K 2
K 4

A 1.2
$$V = \frac{1}{3} \cdot \overline{AM}^2 \cdot \pi \cdot \overline{DM} + \frac{1}{3} \cdot \overline{AM}^2 \cdot \pi \cdot \overline{ME_n}$$

$$\tan(0,5 \cdot \varphi) = \frac{\overline{AM}}{\overline{ME_n}} \quad \overline{ME_n}(\varphi) = \frac{2}{\tan(0,5 \cdot \varphi)} \text{ cm} \quad \varphi \in [53,13^\circ; 180^\circ[$$

$$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \pi \cdot \left(2 + \frac{2}{\tan(0,5 \cdot \varphi)} \right) \text{ cm}^3 \quad \varphi \in [53,13^\circ; 180^\circ[$$

$$V(\varphi) = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan(0,5 \cdot \varphi)} \right) \text{ cm}^3$$

2

L 3
L 4
K 2

A 1.3 $\varphi = 90^\circ$

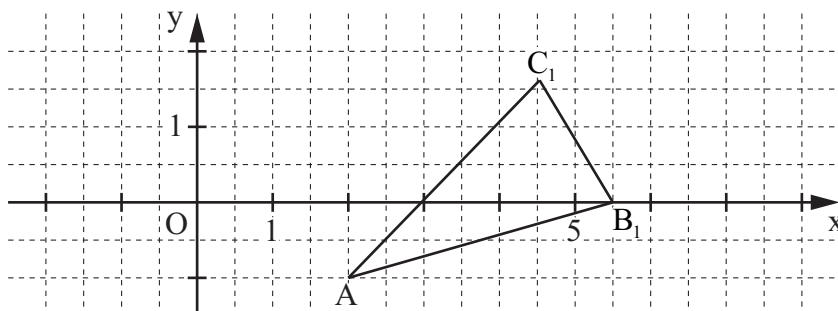
$$V(90^\circ) = 16,76 \text{ cm}^3$$

1

L 2
K 5

EBENE GEOMETRIE

A 2.0



A 2.1
$$\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Einzeichnen des Dreiecks AB_1C_1

2

L 2
L 3
K 4
K 5

<p>A 2.2 $\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{AC_n}$</p> $\overrightarrow{AB_n} \xrightarrow{O; \alpha=30^\circ} \overrightarrow{AC_n}$ $\overrightarrow{AC_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} -3 \cdot \sin \varphi + 2 \\ 2 \cdot \sin \varphi + 2 \end{pmatrix} \quad \varphi \in [0^\circ; 360^\circ]$ $\overrightarrow{AC_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -3,60 \cdot \sin \varphi + 0,73 \\ 0,23 \cdot \sin \varphi + 2,73 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OC_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -3,60 \cdot \sin \varphi + 0,73 \\ 0,23 \cdot \sin \varphi + 2,73 \end{pmatrix} \quad \varphi \in [0^\circ; 360^\circ]$ $\overrightarrow{OC_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} -3,60 \cdot \sin \varphi + 2,73 \\ 0,23 \cdot \sin \varphi + 1,73 \end{pmatrix} \quad C_n(-3,60 \cdot \sin \varphi + 2,73 0,23 \cdot \sin \varphi + 1,73)$	3	L 4 K 2 K 5
A 2.3 90°	1	L 2 K 2
<p>A 2.4 $-3,60 \cdot \sin \varphi + 2,73 = 0$ $\varphi \in [0^\circ; 120^\circ]$</p> <p>$\Leftrightarrow \varphi = 49,32^\circ \quad (\vee \quad \varphi = 130,68^\circ)$ $\mathbb{L} = \{49,32^\circ\}$</p> <p>$\overrightarrow{OB_2} = \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{AB_2}$</p> <p>$\overrightarrow{OB_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -3 \cdot \sin 49,32^\circ + 2 \\ 2 \cdot \sin 49,32^\circ + 2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{OB_2} = \begin{pmatrix} 1,72 \\ 2,52 \end{pmatrix} \quad B_2(1,72 2,52)$</p>	3	L 2 L 4 K 2 K 5
FUNKTIONEN		
A 3.1 Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um 7 %.	1	L 1 K 5
<p>A 3.2 $y = 55 \cdot 0,93^3$ $y = 44,24$</p> <p>Nach 21 Tagen beträgt die Konzentration an Vitamin D bei Andreas $44,24 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$.</p>	1	L 1 K 3 K 5
<p>A 3.3 $0,5 \cdot 55 = 55 \cdot 0,93^x$ $x \in \mathbb{R}_0^+$</p> <p>$\Leftrightarrow x = 9,6$ $\mathbb{L} = \{9,6\}$</p> <p>Die Konzentration an Vitamin D halbiert sich in der 10. Woche.</p>	2	L 4 K 3 K 5
<p>A 3.4 $\underbrace{55}_{>51} \cdot \underbrace{0,93^x}_{>0,91} > 51 \cdot \underbrace{0,91^x}_{>0,91^x}$ $x \in \mathbb{R}_0^+$</p> <p>Die Konzentrationen können folglich niemals den gleichen Wert erreichen.</p>	1	L 4 K 1 K 6
		19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunktet.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



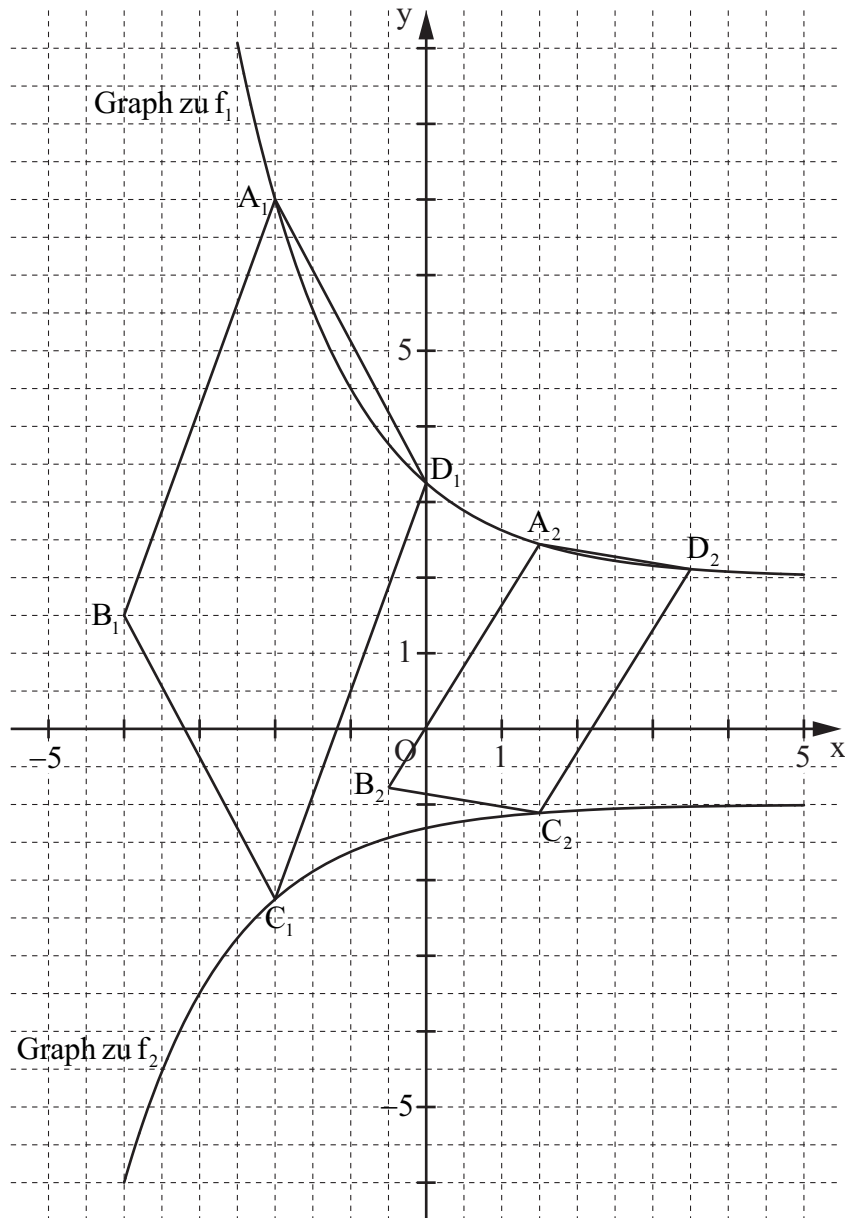
Mathematik I

Aufgabe B 1

Haupttermin

FUNKTIONEN

B 1.1 $\mathbb{D} = \mathbb{R}$



2

L 4
K 4
K 5

B 1.2

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -(10 \cdot 0,5^{x+3} + 2) \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow y' = -10 \cdot 0,5^{x+3} - 2$$

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ -10 \cdot 0,5^{x+3} - 2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x' \in \mathbb{R}$$

...

$$\Rightarrow y'' = -10 \cdot 0,5^{x+5} - 1$$

$$f_2: y = -10 \cdot 0,5^{x+5} - 1$$

$$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

Gleichung der Asymptote: $y = -1$; Einzeichnen des Graphen zu f_2

4

L 4
K 4
K 5

B 1.3 Einzeichnen der Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$	2	L 3 K 4
B 1.4 $A_1(-2 10 \cdot 0,5^{-2+3} + 2)$ $C_1(-2 -10 \cdot 0,5^{-2+5} - 1)$ $D_1(0 10 \cdot 0,5^{0+3} + 2)$ $\overrightarrow{D_1A_1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3,75 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{D_1C_1} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5,5 \end{pmatrix}$ $\cos \sphericalangle A_1D_1C_1 = \frac{\begin{pmatrix} -2 \\ 3,75 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} -2 \\ -5,5 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-2)^2 + 3,75^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + (-5,5)^2}}$	4	L 2 K 5
B 1.5 $\overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OC_n} \oplus \overrightarrow{C_nB_n}$ $D_n(x+2 10 \cdot 0,5^{x+2+3} + 2)$ $D_n(x+2 10 \cdot 0,5^{x+5} + 2)$ $x \in \mathbb{R}$ $\overrightarrow{D_nA_n}(x) = \begin{pmatrix} x - (x+2) \\ 10 \cdot 0,5^{x+3} + 2 - (10 \cdot 0,5^{x+5} + 2) \end{pmatrix}$ $x \in \mathbb{R}$ $\overrightarrow{D_nA_n}(x) = \begin{pmatrix} -2 \\ 7,5 \cdot 0,5^{x+3} \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OB_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ -10 \cdot 0,5^{x+5} - 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -2 \\ 7,5 \cdot 0,5^{x+3} \end{pmatrix}$ $x \in \mathbb{R}$... $\overrightarrow{OB_n}(x) = \begin{pmatrix} x-2 \\ 5 \cdot 0,5^{x+3} - 1 \end{pmatrix}$ $B_n(x-2 5 \cdot 0,5^{x+3} - 1)$	3	L 4 K 2 K 5
B 1.6 Für die Raute $A_3B_3C_3D_3$ gilt: $y_{B_3} = y_{D_3}$. $5 \cdot 0,5^{x+3} - 1 = 10 \cdot 0,5^{x+5} + 2$ $x \in \mathbb{R}$... $\Leftrightarrow x = -3,26$ $\mathbb{L} = \{-3,26\}$	3	L 4 K 2 K 5
	18	

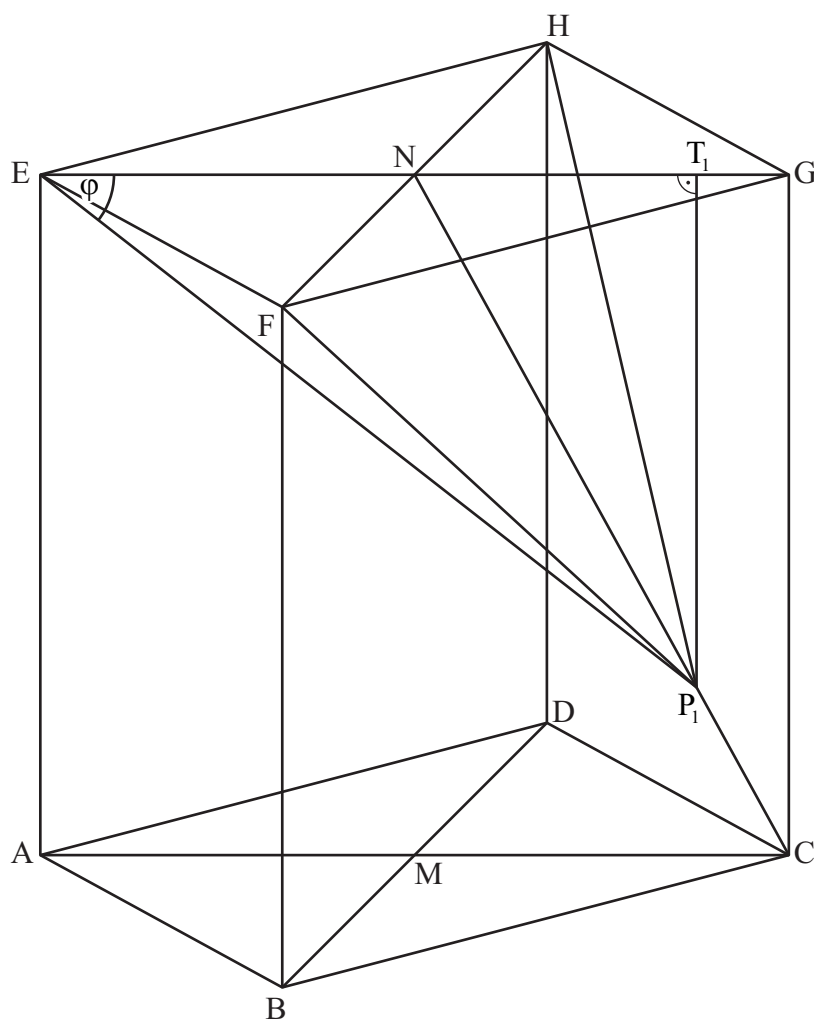
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 $\overline{AC} = \sqrt{7^2 + 7^2} \text{ cm}$

$\overline{AC} = 9,90 \text{ cm}$



3

L 2
L 3
K 4
K 5

B 2.2 $\overline{CN} = \sqrt{9^2 + (0,5 \cdot 9,90)^2} \text{ cm}$

$\overline{CN} = 10,27 \text{ cm}$

$\tan \sphericalangle CNG = \frac{9}{0,5 \cdot 9,90}$

$\sphericalangle CNG = 61,19^\circ$

2

L 2
K 5

B 2.3 Einzeichnen des Dreiecks P_1NE

Das maximale Maß der Winkel P_1NE ist das Maß des Winkels CEN.

$\tan \sphericalangle CEN = \frac{9}{9,90}$

$\sphericalangle CEN = 42,27^\circ$

2

L 2
L 4
K 1
K 4

<p>B 2.4 $\frac{\overline{NP_n}}{\sin \varphi} = \frac{\overline{EN}}{\sin(180^\circ - (\varphi + \sphericalangle ENC))}$ $\varphi \in]0^\circ; 42,27^\circ]$</p> <p>$\sphericalangle ENC = 180^\circ - 61,19^\circ$ $\sphericalangle ENC = 118,81^\circ$</p> <p>$\overline{NP_n}(\varphi) = \frac{0,5 \cdot 9,90 \cdot \sin \varphi}{\sin(180^\circ - (\varphi + 118,81^\circ))} \text{ cm}$ $\overline{NP_n}(\varphi) = \frac{4,95 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 118,81^\circ)} \text{ cm}$</p>	2	L 3 L 4 K 2
<p>B 2.5 Einzeichnen der Pyramide EFHP₁ und ihrer Höhe [P₁T₁]</p> <p>$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{EF}^2 \cdot \overline{P_n T_n}$</p> <p>$\sin 61,19^\circ = \frac{\overline{P_n T_n}}{\overline{NP_n}}$ $\overline{P_n T_n}(\varphi) = \frac{4,34 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 118,81^\circ)} \text{ cm}$ $\varphi \in]0^\circ; 42,27^\circ]$</p> <p>$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7^2 \cdot \frac{4,34 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 118,81^\circ)} \text{ cm}^3$ $\varphi \in]0^\circ; 42,27^\circ]$</p> <p>$V(\varphi) = \frac{35,44 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 118,81^\circ)} \text{ cm}^3$</p>	3	L 3 L 4 K 2 K 4
<p>B 2.6 Für die Pyramiden EFHP₂ und ABCDP₂ gilt: $h_{ABCDP_2} = 0,5 \cdot \overline{P_2 T_2}$.</p> <p>$\overline{P_2 T_2} + 0,5 \cdot \overline{P_2 T_2} = 9 \text{ cm}$ $\overline{P_2 T_2} = 6 \text{ cm}$</p> <p>$6 = \frac{4,34 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 118,81^\circ)}$ $\varphi \in]0^\circ; 42,27^\circ]$</p> <p>...</p> <p>$\Leftrightarrow \varphi = 36,02^\circ$ $\text{IL} = \{36,02^\circ\}$</p>	4	L 2 L 4 K 2 K 5
16		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.