



## Mathematik I

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_ Platznummer: \_\_\_\_\_ Punkte: \_\_\_\_\_

### Aufgabe A 1

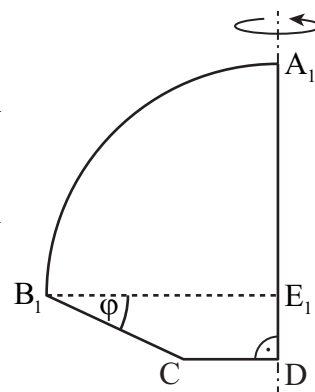
### Nachtermin

A 1.0 Gegeben sind die Trapeze  $B_n C D E_n$  mit den parallelen Seiten  $[CD]$  und  $[B_n E_n]$ . Die Winkel  $\angle C B_n E_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in ]0^\circ; 90^\circ[$ . Kreise  $k_n$  mit den Mittelpunkten  $E_n$  haben die Radien  $r_n = \overline{B_n E_n}$  und schneiden die Halbgeraden  $[D E_n]$  in den Punkten  $A_n$ .

Die Figuren  $A_n B_n C D$  werden von den Kreisbögen  $\widehat{A_n B_n}$  sowie den Strecken  $[B_n C]$ ,  $[CD]$  und  $[D A_n]$  begrenzt.

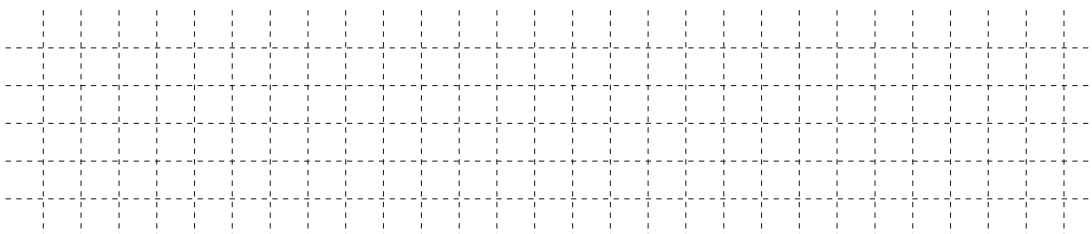
Es gilt:  $\overline{CD} = 2,5 \text{ cm}$ ;  $\overline{B_n C} = 4 \text{ cm}$ ;  $\angle E_n D C = 90^\circ$ .

Die nebenstehende Skizze zeigt die Figur  $A_1 B_1 C D$  für  $\varphi = 25^\circ$ .



A 1.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken  $[B_n E_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

$$\overline{B_n E_n}(\varphi) = (4 \cdot \cos \varphi + 2,5) \text{ cm}.$$

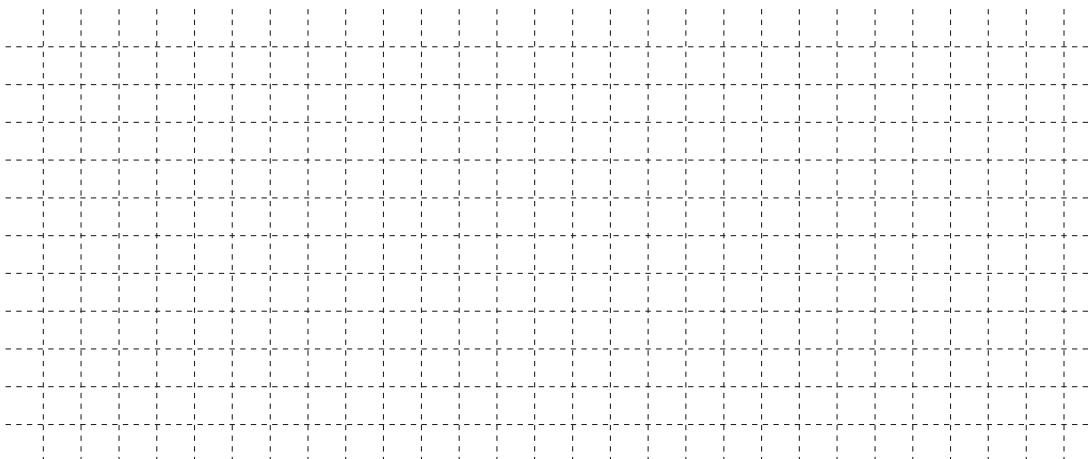


2 P

A 1.2 Die Figuren  $A_n B_n C D$  rotieren um die Geraden  $A_n D$ . Bestandteile der entstehenden Rotationskörper sind Halbkugeln. Bei dem Körper, der durch Rotation der Figur  $A_2 B_2 C D$  entsteht, hat die Halbkugel ein Volumen von  $135 \text{ cm}^3$ .

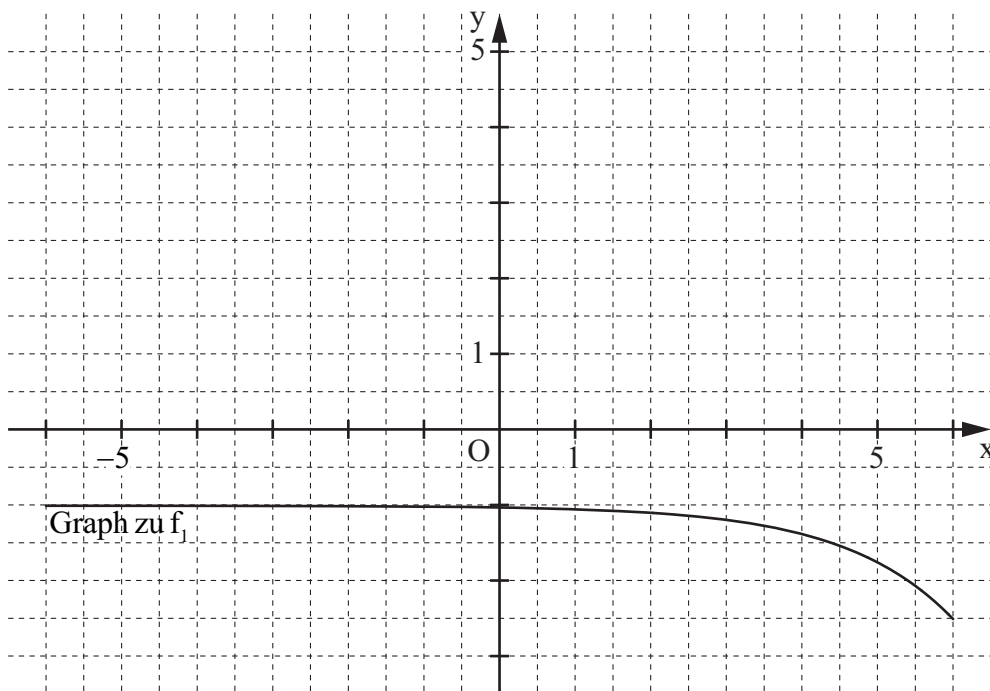
Bestimmen Sie rechnerisch den Radius  $r_2$  sowie das zugehörige Maß für  $\varphi$ .

Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.



3 P

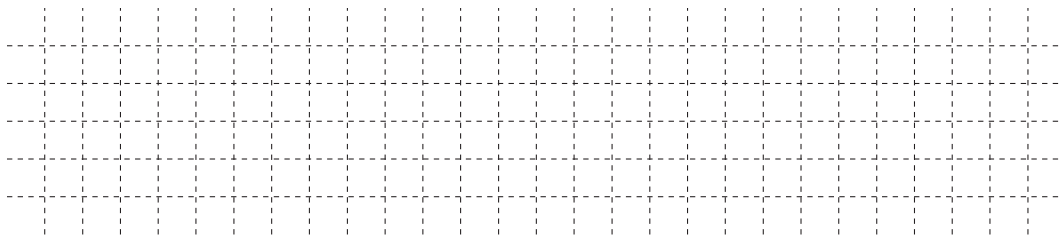
A 2.0 Im Koordinatensystem ist der Graph der Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = -1,5 \cdot 2^{x-6} - 1$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ) eingezeichnet.



A 2.1 Durch Parallelverschiebung mit dem Vektor  $\vec{v}$  wird der Graph zu  $f_1$  auf den Graphen der Funktion  $f_2$  mit der Gleichung  $y = -1,5 \cdot 2^{x-2} + 4$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ) abgebildet.

Zeichnen Sie den Graphen zu  $f_2$  für  $x \in [-6; 4]$  in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

Geben Sie sodann den Verschiebungsvektor  $\vec{v}$  an.



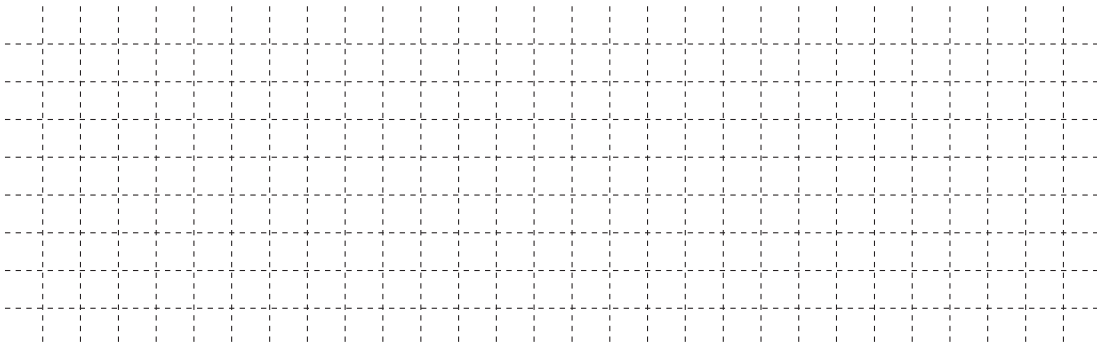
2 P

A 2.2 Punkte  $B_n(x | -1,5 \cdot 2^{x-6} - 1)$  auf dem Graphen zu  $f_1$  und Punkte  $C_n(x | -1,5 \cdot 2^{x-2} + 4)$  auf dem Graphen zu  $f_2$  haben dieselbe Abszisse  $x$  und sind zusammen mit dem Punkt  $A(-5 | 1,5)$  für  $-5 < x < 3,83$  Eckpunkte von Dreiecken  $AB_nC_n$ .

Zeichnen Sie das Dreieck  $AB_1C_1$  für  $x = -1$  in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

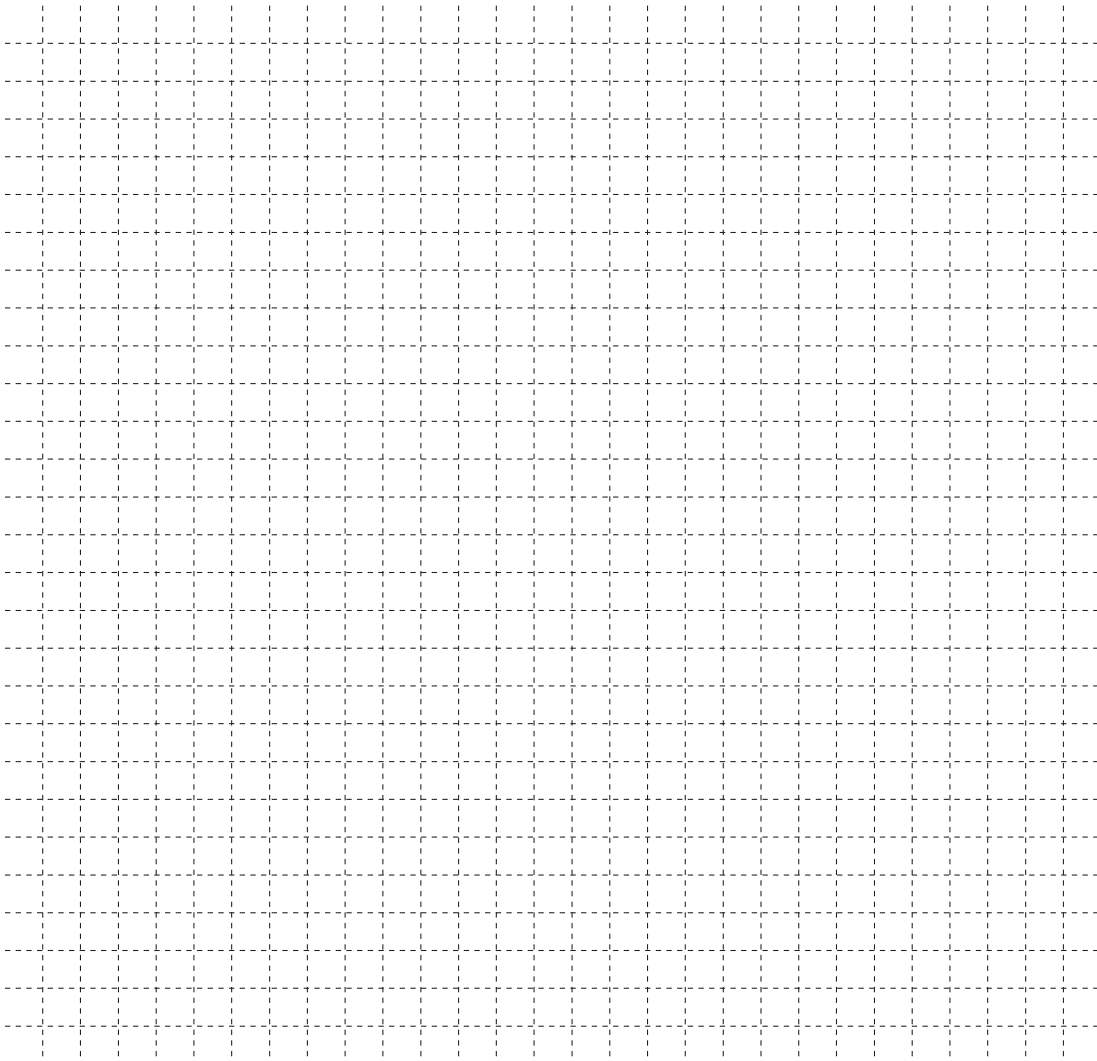
1 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken  $[B_n C_n]$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $B_n$  gilt:  $\overline{B_n C_n}(x) = (-1,41 \cdot 2^{x-2} + 5) \text{ LE}$ .



2 P

A 2.4 Das Dreieck  $AB_2C_2$  ist rechtwinklig mit  $\sphericalangle AC_2B_2 = 90^\circ$ .  
Zeichnen Sie das Dreieck  $AB_2C_2$  in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein und berechnen Sie dessen Flächeninhalt.



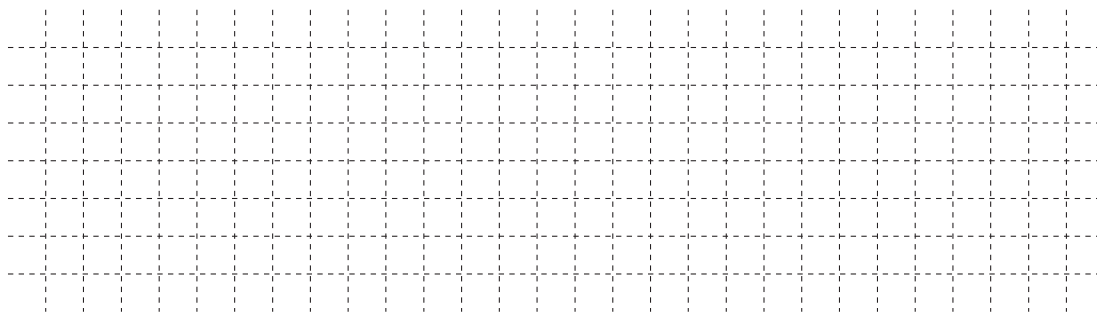
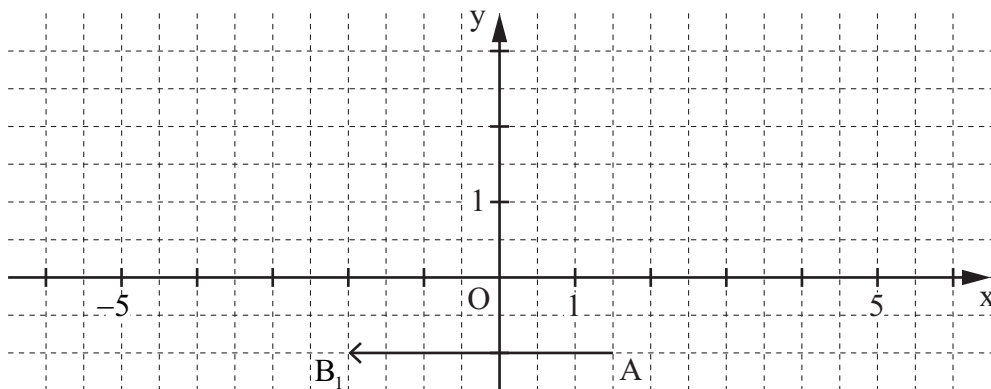
4 P

A 3.0 Der Punkt  $A(1,5|-1)$  legt zusammen mit Punkten  $B_n(\sin \varphi - 3 | 4 \cdot \cos^2 \varphi - 1)$  für  $\varphi \in [0^\circ; 360^\circ]$  Pfeile  $\overrightarrow{AB_n}$  fest.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

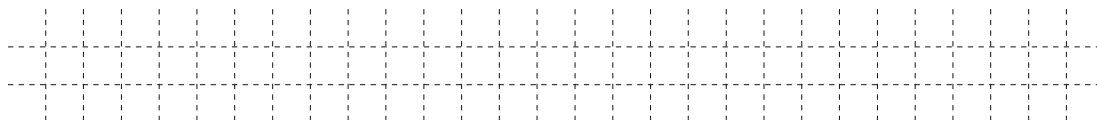
A 3.1 Im Koordinatensystem ist der Pfeil  $\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} -3,5 \\ 0 \end{pmatrix}$  eingezeichnet.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert von  $\varphi$ .



2 P

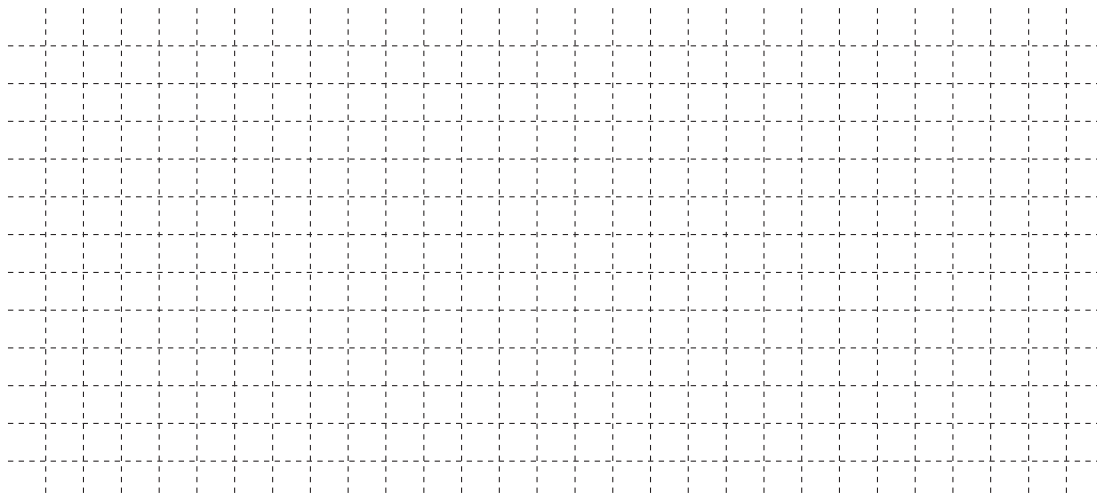
A 3.2 Zeichnen Sie den Pfeil  $\overrightarrow{AB_2}$  für  $\varphi = 150^\circ$  in das Koordinatensystem zu A 3.1 ein.



1 P

A 3.3 Zeigen Sie, dass für den Trägergraphen der Punkte  $B_n$  gilt:

$$y = 3 - 4 \cdot (x + 3)^2 \quad (\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}).$$



2 P



**Mathematik I**

**Aufgabe B 1**

**Nachtermin**

B 1.0 Gegeben sind die Geraden  $g$  mit der Gleichung  $y = 0,25x + 6$  und  $h$  mit der Gleichung  $y = x - 1$  ( $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ). Punkte  $D_n(x|x-1)$  mit der Abszisse  $x$  liegen auf der Geraden  $h$ . Punkte  $A_n$  auf der Geraden  $g$  haben eine um 2 kleinere Abszisse als die Punkte  $D_n$ .

Die Punkte  $A_n$  und  $D_n$  bilden zusammen mit Punkten  $B_n$  und  $C_n$  Drachenvierecke  $A_n B_n C_n D_n$  mit den Symmetrieachsen  $A_n C_n$ .

Es gilt:  $\sphericalangle B_n A_n D_n = 90^\circ$ ;  $\overline{A_n C_n} = 1,5 \cdot \overline{B_n D_n}$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Geraden  $g$  und  $h$  sowie die Drachenvierecke  $A_1 B_1 C_1 D_1$  für  $x = 2$  und  $A_2 B_2 C_2 D_2$  für  $x = 7$  in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-6 \leq x \leq 8$ ;  $-5 \leq y \leq 8$

4 P

B 1.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte  $A_n$  und  $B_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $D_n$ .

[Ergebnisse:  $A_n(x-2|0,25x+5,5)$ ;  $B_n(1,75x-8,5|0,25x+3,5)$ ]

4 P

B 1.3 Die Diagonale  $[B_3 D_3]$  des Drachenvierecks  $A_3 B_3 C_3 D_3$  liegt parallel zur Geraden  $g$ . Berechnen Sie die Abszisse  $x$  des Punktes  $D_3$ .

3 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt  $A$  der Drachenvierecke  $A_n B_n C_n D_n$  in Abhängigkeit von  $x$  gilt:

$A(x) = (0,84x^2 - 14,63x + 69,38) \text{ FE}$ .

4 P

B 1.5 Im Drachenviereck  $A_4 B_4 C_4 D_4$  haben die Punkte  $A_4$  und  $C_4$  dieselbe Abszisse. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Drachenvierecks  $A_4 B_4 C_4 D_4$ .

3 P



**Mathematik I**

**Aufgabe B 2**

**Nachtermin**

- B 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEF. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Basis [AC]. Der Punkt D liegt senkrecht über dem Punkt A und der Punkt N ist der Mittelpunkt der Strecke [DF].

Es gilt:  $\overline{AC} = 12 \text{ cm}$ ;  $\overline{MB} = 8 \text{ cm}$ ;  $\overline{AD} = 5 \text{ cm}$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

- B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Strecke [MB] auf der Schrägbildachse und der Punkt M links vom Punkt B liegen soll.

Für die Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$ .

Zeichnen Sie sodann die Strecke [BN] ein und berechnen Sie das Maß des Winkels NBM.

3 P

- B 2.2 Punkte  $P_n$  liegen auf der Strecke [MB]. Die Winkel  $P_nEB$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in ]0^\circ; 57,99^\circ]$ . Die Strecken [BN] und  $[EP_n]$  schneiden sich in Punkten  $Q_n$ .

Zeichnen Sie für  $\varphi = 45^\circ$  die Strecke  $[EP_1]$  und den Punkt  $Q_1$  in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Begründen Sie sodann rechnerisch die obere Intervallgrenze für  $\varphi$ .

2 P

- B 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken  $[EQ_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

$$\overline{EQ_n}(\varphi) = \frac{4,24}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}.$$

Unter den Strecken  $[EQ_n]$  hat die Strecke  $[EQ_0]$  die minimale Länge.

Berechnen Sie die Länge der Strecke  $[NQ_0]$ .

4 P

- B 2.4 Der Punkt A ist die Spitze von Pyramiden  $Q_nBEA$  mit den Grundflächen  $Q_nBE$ .

Zeichnen Sie die Pyramide  $Q_1BEA$  in das Schrägbild zu B 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen  $V$  der Pyramiden  $Q_nBEA$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ .

$$\left[ \text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{21,2 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}^3 \right]$$

3 P

- B 2.5 Das Volumen der Pyramide  $Q_2BEA$  ist um 95 % kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF.

Berechnen Sie das zugehörige Maß für  $\varphi$ .

4 P

**Bitte wenden!**