Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

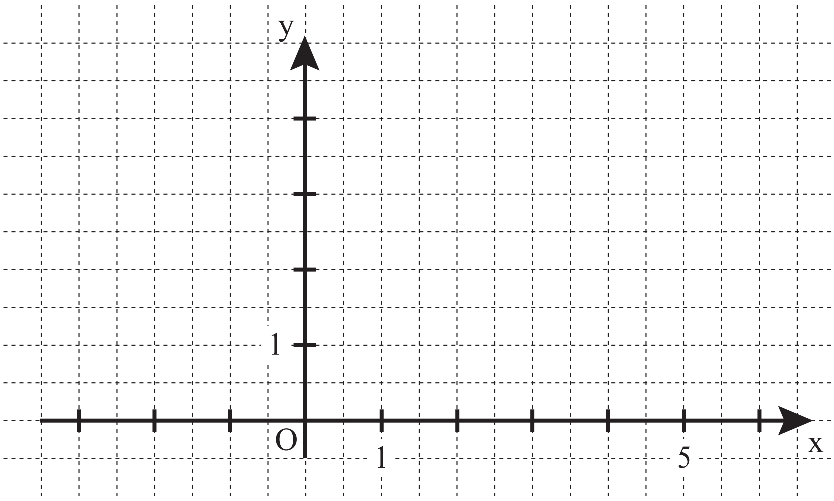
Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Punkte $C_n(x\,|\,x+1)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = x+1$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ und Punkte B_n auf der Geraden h mit der Gleichung $y = 3$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$ bilden zusammen mit dem Punkt $A(0\,|\,0)$ Dreiecke AB_nC_n. Die Abszisse der Punkte B_n ist stets um zwei größer als die Abszisse x der Punkte C_n.



A 1.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie das Dreieck AB_1C_1 für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.0 ein. 2 P

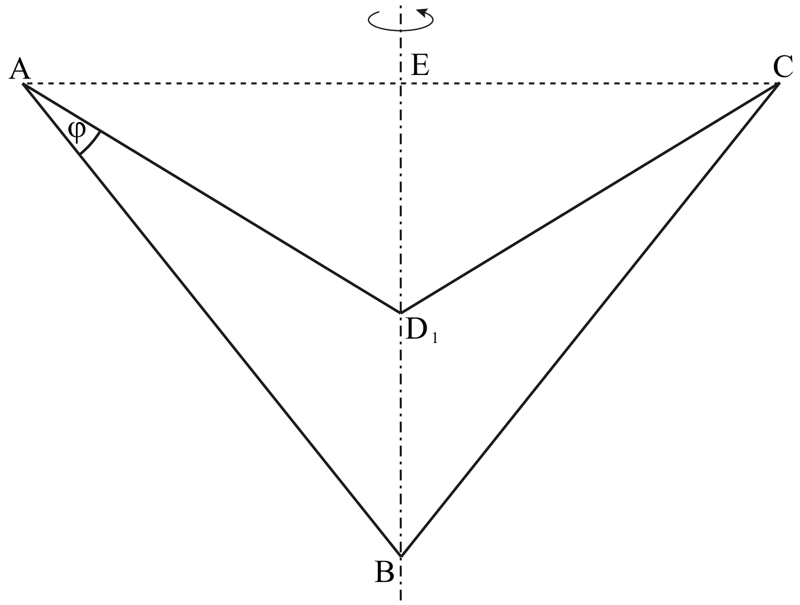
A 1.2 Unter den Dreiecken AB_nC_n gibt es zwei rechtwinklige Dreiecke AB_2C_2 und AB_3C_3 mit den Hypotenusen $[AB_2]$ bzw. $[AB_3]$. Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinaten der Punkte C_2 und C_3 auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

3 P

A 2.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern mit der Rotationsachse BE sind achsensymmetrische Vierecke $ABCD_n$.
Die Winkel BAD_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 51{,}32°[$.

Es gilt: $\overline{AB} = \overline{BC} = 8\text{ cm}$ und $\overline{AC} = 10\text{ cm}$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Viereck $ABCD_1$ für $\varphi = 20°$.



A 2.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[BD_n]$ der Vierecke $ABCD_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{BD_n}(\varphi) = \dfrac{8 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 38{,}68°)}\text{ cm}$.

2 P

A 2.2 Für $\overline{BD_2} = 4{,}5\text{cm}$ entsteht das Viereck $ABCD_2$. Berechnen Sie das Maß φ des Winkels BAD_2.

2 P

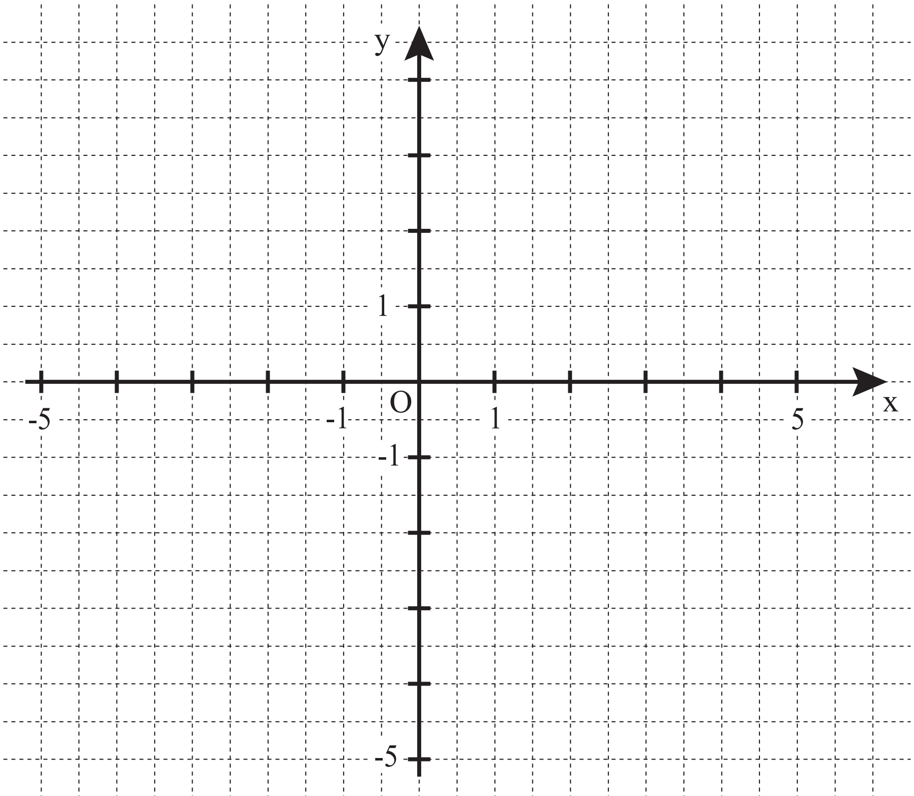
A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{200}{3}\pi \cdot \frac{\sin\varphi}{\sin(\varphi + 38{,}68°)} \text{cm}^3$.

2 P

A 2.4 Die Inkreise k_n der Dreiecke AD_nC mit den Mittelpunkten $M_n \in [ED_n]$ und den Radien $r = \overline{M_nE}$ sind Axialschnitte von Kugeln.
Zeichnen Sie den Inkreis k_1 des Dreiecks AD_1C in die Zeichnung zu 2.0 ein.
Berechnen Sie sodann den Oberflächeninhalt O_{Kugel} in Abhängigkeit von φ.

3 P

A 3.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2 x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Der Graph zu f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab k ($k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v}$ auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = -0{,}5 \cdot \log_2(x+1) - 3$ abgebildet ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).



A 3.1 Zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in einem geeigneten Intervall in das Koordinatensystem zu 3.0 ein. Geben Sie sodann den Affinitätsmaßstab k und den Verschiebungsvektor $\overrightarrow{v}$ an.

2 P

A 3.2 Bestimmen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion f_2^{-1} von f_2 und zeichnen Sie den Graphen zu f_2^{-1} in das Koordinatensystem zu 3.0 ein.

3 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 0{,}5^{x+2} + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

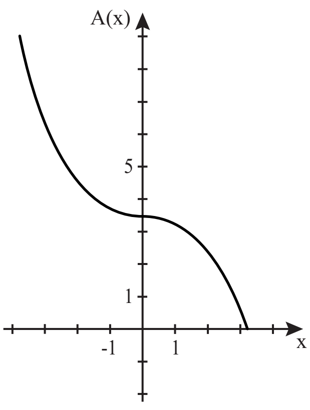
B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f an sowie die Gleichung der Asymptote h. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f für $x \in [-4; 5]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 5$; $-2 \leqq y \leqq 7$ 3 P

B 1.2 Punkte $A_n\left(x \,|\, 0{,}5^{x+2} + 3\right)$ auf dem Graphen zu f und der Punkt $B\left(-2 \,|\, 1\right)$ bilden zusammen mit Punkten C_n gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke A_nBC_n mit den Basen $[A_nC_n]$.
Zeichnen Sie die Dreiecke A_1BC_1 für $x = -3$ und A_2BC_2 für $x = -0{,}5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

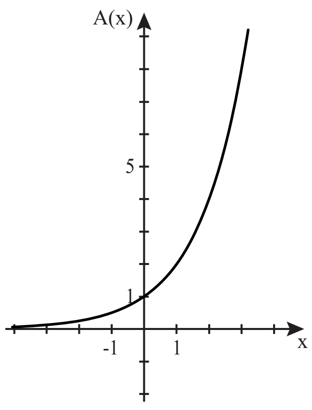
B 1.3 Zeigen Sie, dass für die Punkte C_n in Abhängigkeit von x gilt: $C_n\left(0{,}5^{x+2} \,|\, -x-1\right)$.
Bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte C_n. 5 P

B 1.4 Der Punkt C_3 liegt auf der x-Achse. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks A_3BC_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

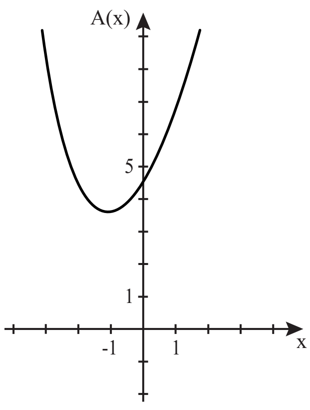
B 1.5 Eines der drei untenstehenden Diagramme stellt den Flächeninhalt A der Dreiecke A_nBC_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n dar.
Geben Sie dieses Diagramm an und begründen Sie Ihre Auswahl.



A



B



C

2 P

B 1.6 Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Strecken $\left[A_nC_n\right]$. Der Punkt M_4 liegt auf der Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten.
Bestimmen Sie die x-Koordinate des Punktes A_4. 2 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2013
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{AB_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}5\cos\varphi-2\\5\sin^2\varphi\end{pmatrix}$ mit $A(0\,|\,0)$ und $\varphi\in\,]0°;90°[$ legen Trapeze $AB_nC_nD_n$ fest, deren Eckpunkte C_n durch Achsenspiegelung der Punkte B_n an der Geraden g mit der Gleichung $x=-2$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$) entstehen. Die Punkte D_n besitzen dieselbe Abszisse wie die Punkte C_n und liegen auf der x-Achse.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{AB_1}$ für $\varphi=50°$ und $\overrightarrow{AB_2}$ für $\varphi=70°$ und zeichnen Sie sodann die Gerade g sowie die Trapeze $AB_1C_1D_1$ und $AB_2C_2D_2$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9\leqq x\leqq 5$; $-2\leqq y\leqq 7$ — 3 P

B 2.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels C_1B_1A. — 2 P

B 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Gleichung des Trägergraphen t ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$) der Punkte C_n gilt: $y=-\frac{1}{5}(x+2)^2+5$.

[Teilergebnis: $C_n\left(-5\cos\varphi-2\,|\,5\sin^2\varphi\right)$] — 3 P

B 2.4 Unter den Trapezen $AB_nC_nD_n$ gibt es das Rechteck $AB_3C_3D_3$.
Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Rechteck $AB_3C_3D_3$ ein Quadrat ist. — 3 P

B 2.5 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $AB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $A(\varphi)=\left(2{,}5\cos\varphi\left(-15\cos^2\varphi-2\cos\varphi+15\right)+5\right)$ FE. — 3 P

B 2.6 Das Trapez $AB_4C_4D_4$ hat den Flächeninhalt 5 FE. Bestimmen Sie das zugehörige Maß φ. — 3 P

Bitte wenden!