Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platzziffer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

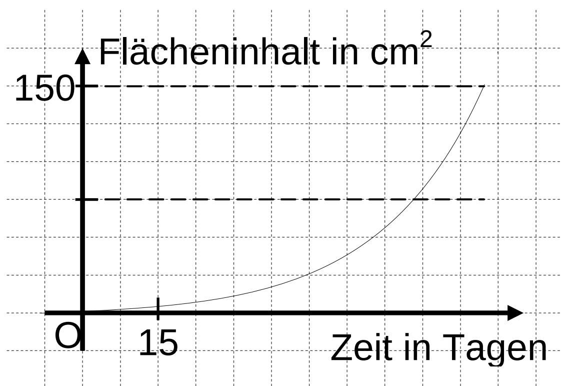
A 1.0 Lebensmittelchemiker untersuchten das Wachstum von Bakterien. Dazu wurde eine Glasplatte mit dem Flächeninhalt 150 cm^2, auf der zu Versuchsbeginn bereits 3 cm^2 von Bakterien bedeckt waren, beobachtet. Es wurde festgestellt, dass sich der Inhalt der von Bakterien bedeckten Fläche täglich um 5% vergrößert hatte.

A 1.1 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Tage und dem Inhalt y cm^2 der von Bakterien bedeckten Fläche lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an. 1 P

A 1.2 Berechnen Sie, wie groß der Inhalt der von Bakterien bedeckten Fläche am Ende des sechsten Tages war. Runden Sie auf Quadratzentimeter. 1 P

A 1.3 Ermitteln Sie rechnerisch, am wievielten Tag erstmals mehr als die Hälfte des Flächeninhalts der Glasplatte von Bakterien bedeckt war. 2 P

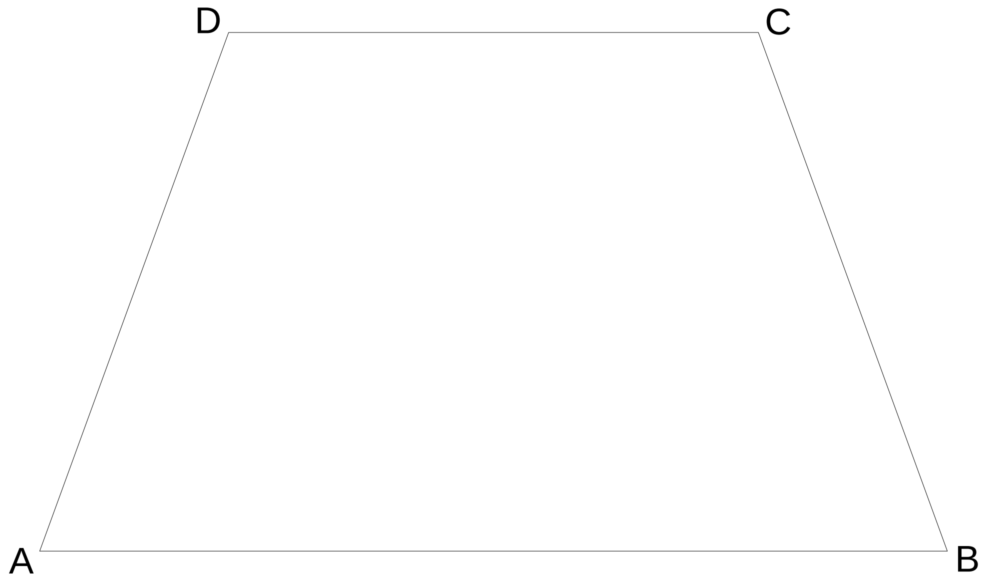
A 1.4 Das Diagramm zeigt, wie sich der Inhalt der von Bakterien bedeckten Fläche mit der Zeit ändert.
Zeichnen Sie in das Diagramm ein, wie sich der Inhalt der noch nicht von Bakterien bedeckten Fläche mit der Zeit ändert.



1 P

A 2.0 Gegeben ist das gleichschenklige Trapez ABCD mit AB || CD (siehe Zeichnung).
Es gilt: $\overline{AB} = 12\text{ cm}$; $\overline{CD} = 7\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 70°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Länge der Seite [AD].
[Ergebnis: $\overline{AD} = 7{,}31\text{ cm}$] 2 P

A 2.2 Punkte $E_n \in [AD]$ und Punkte $F_n \in [BC]$ sind zusammen mit dem Mittelpunkt M der Strecke [AB] die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken MF_nE_n mit den Basen $[E_nF_n]$. Es gilt: $E_nF_n \parallel AB$.
Die Winkel BMF_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 63{,}00°]$.
Zeichnen Sie das Dreieck MF_1E_1 für $\varphi = 50°$ in die Zeichnung zu 2.0 ein. 1 P

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[E_nF_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

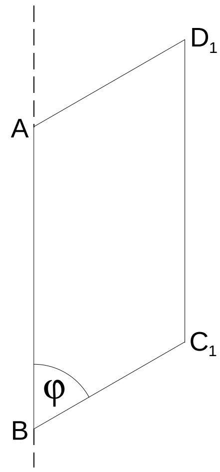
$$\overline{E_nF_n}(\varphi) = \frac{11{,}28 \cdot \cos\varphi}{\sin(70° + \varphi)}\text{ cm}.$$ 3 P

A 2.4 Unter den Dreiecken MF_nE_n hat das Dreieck MF_0E_0 die Schenkel mit minimaler Länge.
Geben Sie das zugehörige Winkelmaß φ an. 1 P

A 2.5 Im Dreieck MF_2E_2 hat die Basis $[E_2F_2]$ die Länge 7,25 cm.
Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Dreieck MF_2E_2 gleichseitig ist. 2 P

A 3.0 Gegeben sind Parallelogramme ABC_nD_n mit $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$.
Der Abstand der Punkte C_n von der Geraden AB beträgt stets 2 cm.
Die Winkel C_nBA haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°;180°[$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Parallelogramm ABC_1D_1 für $\varphi = 60°$.



A 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[BC_n]$ in Abhängigkeit von φ. 1 P

A 3.2 Die Parallelogramme ABC_nD_n rotieren um die Gerade AB.
Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Oberflächeninhalt O der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt:

$$O(\varphi) = 8 \cdot \pi \cdot \left(2 + \frac{1}{\sin\varphi}\right)\text{cm}^2.$$

2 P

A 3.3 Geben Sie das Minimum des Oberflächeninhalts der Rotationskörper sowie das zugehörige Winkelmaß φ an. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $y = \log_4(x+6)+0,5$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = x$. ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.)

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f an.
Zeichnen Sie den Graphen zu f und die Gerade g für $x \in [-5,9; 3]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-7 \leqq x \leqq 4$; $-7 \leqq y \leqq 3$. 3 P

B 1.2 Punkte $A_n(x\,|\,x)$ liegen auf der Geraden g. Punkte C_n liegen auf dem Graphen zu f. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist stets um 1,5 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Für $x > -7,5$ sind die Punkte A_n und C_n zusammen mit Punkten B_n die Eckpunkte von gleichschenklig-rechtwinkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Hypotenusen $[A_nB_n]$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -5,5$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = -3,5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.
[Ergebnis: $B_n(\log_4(x+7,5)+2\,|\,\log_4(x+7,5)-1)$] 4 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Gerade t mit der Gleichung $y = x-3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) der Trägergraph der Punkte B_n ist. 2 P

B 1.5 Der Eckpunkt B_3 des Dreiecks $A_3B_3C_3$ liegt auf der y-Achse.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks $A_3B_3C_3$. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

B 1.6 Begründen Sie, dass es unter den Katheten $[B_nC_n]$ der Dreiecke $A_nB_nC_n$ keine Kathete gibt, die parallel zur x-Achse verläuft. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2011

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das Drachenviereck ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD liegt.
Es gilt: $\overline{AC} = 15\text{ cm}$; $\overline{AM} = 9\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\sphericalangle CAS = 40°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS].
[Ergebnis: $\overline{MS} = 7{,}55\text{ cm}$] 3 P

B 2.2 Auf der Kante [AS] der Pyramide ABCDS liegen Punkte P_n. Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $BDSP_n$ mit den Höhen $[P_nF_n]$, deren Fußpunkte F_n auf der Strecke [MS] liegen. Die Winkel P_nMA haben das Maß φ mit $\varphi \in [0°; 90°[$.
Zeichnen Sie für $\varphi = 60°$ die Pyramide $BDSP_1$ und ihre Höhe $[P_1F_1]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein. 1 P

B 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5{,}79}{\sin(140° - \varphi)}\text{ cm}.$$ 2 P

B 2.4 Die Dreiecke BDP_2, BDP_3 und DBC sind kongruent.
Berechnen Sie die zugehörigen Winkelmaße φ. 3 P

B 2.5 Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $BDSP_n$ in Abhängigkeit von φ.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{87{,}43 \cdot \cos\varphi}{\sin(140° - \varphi)}\text{ cm}^3$] 4 P

B 2.6 Der Anteil des Volumens der Pyramide $BDSP_4$ am Volumen der Pyramide ABCDS beträgt 50%.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 4 P