Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

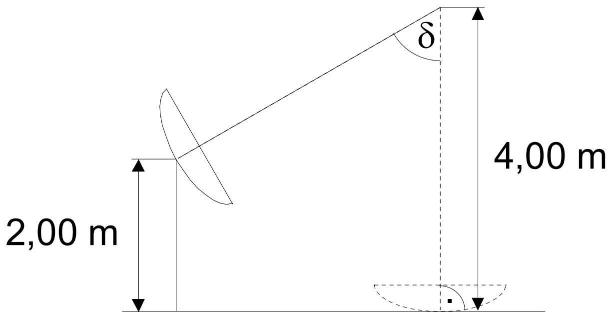
Name: ________________________________ Vorname: ________________________________

Klasse: ________________ Platzziffer: __________________ Punkte: __________________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Lenkt man eine Schiffschaukel auf eine Anfangshöhe von 2,00 m aus und lässt sie dann schwingen, so nimmt die maximal erreichte Höhe nach jeder Schwingung um 10% ab.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Anfangszustand.



A 1.1 Ergänzen Sie die Tabelle. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 1 P

Anzahl der Schwingungen	0	1	2	3
Maximal erreichte Höhe in m	2,00			

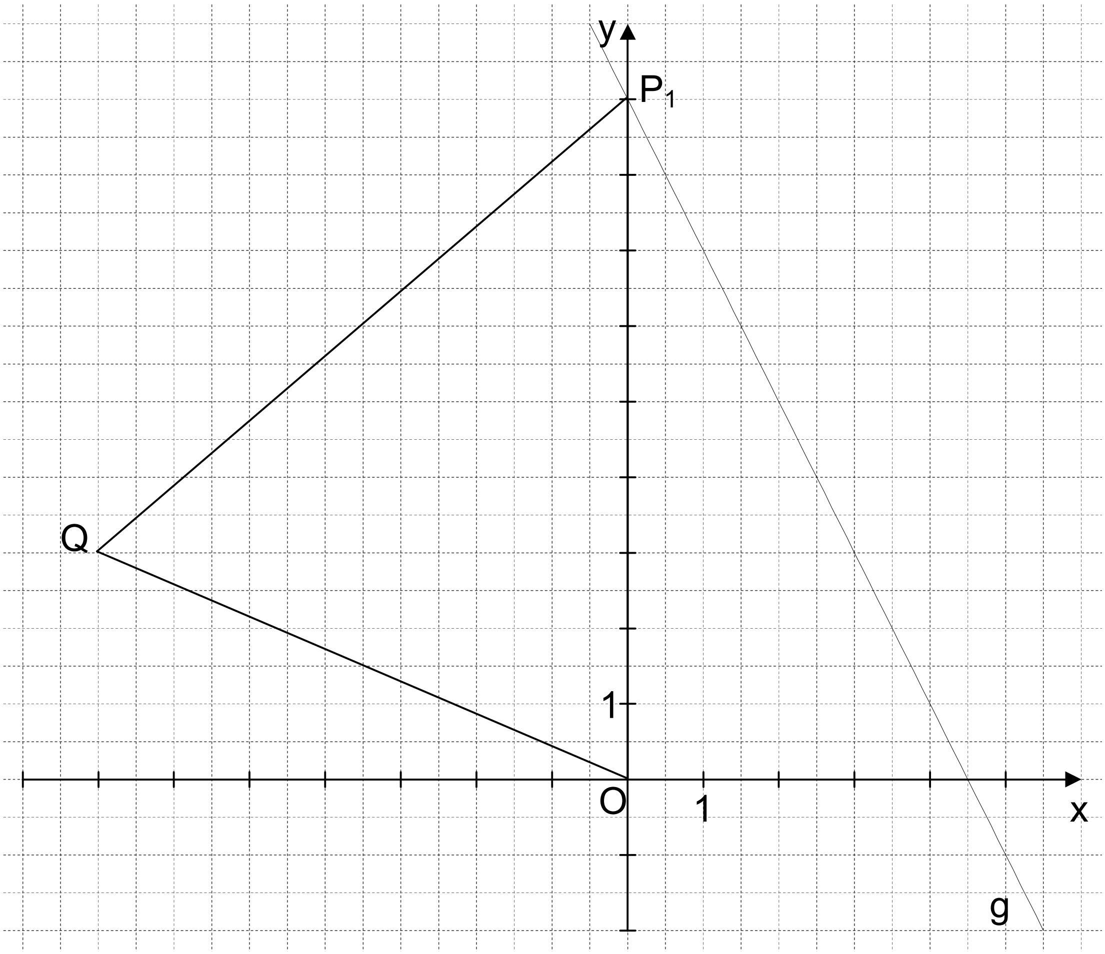
A 1.2 Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Schwingungen und der maximal erreichten Höhe y m lässt sich näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschreiben ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $y_0 \in \mathbb{R}^+$; $k \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$).
Geben Sie die Funktionsgleichung an. 1 P

A 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung die Anzahl der Schwingungen, nach der die maximal erreichte Höhe erstmals weniger als 0,25 m beträgt. 1 P

A 1.4 Berechnen Sie das Maß δ des Auslenkungswinkels am Ende der vierten Schwingung. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P

A 2.0 Die Punkte $O(0|0)$ und $Q(-7|3)$ sind für $x < 5{,}73$ gemeinsame Eckpunkte von Dreiecken OP_nQ, wobei die Punkte $P_n(x|-2x+9)$ auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -2x + 9$ liegen ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 In das Koordinatensystem zu 2.0 ist das Dreieck OP_1Q für $x = 0$ eingezeichnet. Zeichnen Sie das Dreieck OP_2Q für $x = 4$ ein. 1 P

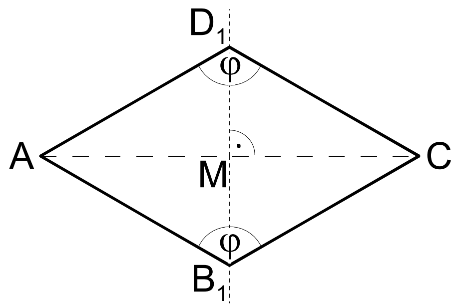
A 2.2 Im Dreieck OP_3Q gilt: $\sphericalangle P_3OQ = 90°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. 2 P

A 2.3 Das Dreieck OP_4Q ist gleichschenklig und hat die Basis $[P_4Q]$.
Zeichnen Sie das Dreieck OP_4Q in das Koordinatensystem zu 2.0 ein und bestimmen Sie sodann rechnerisch die Koordinaten des Punktes P_4. 2 P

A 2.4 Die Dreiecke OP_nQ werden zu Drachenvierecken OP_nQR_n mit der Geraden OQ als Symmetrieachse ergänzt.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte R_n. 4 P

A 3.0 Die Axialschnitte von Rotationskörpern sind Rauten AB_nCD_n mit $\overline{AC} = 5\text{ cm}$. Die Winkel AD_nC und CB_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;180°[$.
Die Geraden B_nD_n sind die Rotationsachsen.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt für $\varphi = 120°$.



A 3.1 Berechnen Sie das Volumen V der Rotationskörper in Abhängigkeit von φ. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{32{,}72}{\tan\frac{\varphi}{2}}\text{ cm}^3$] 2 P

A 3.2 Den Rauten AB_nCD_n werden Quadrate $E_nF_nG_nH_n$ einbeschrieben mit $E_n \in [AB_n]$, $F_n \in [B_nC]$, $G_n \in [CD_n]$ und $H_n \in [D_nA]$. Es gilt: $E_nH_n \parallel B_nD_n$.
Zeichnen Sie das Quadrat $E_1F_1G_1H_1$ in den Axialschnitt zu 3.0 ein. 1 P

A 3.3 Der Rotationskörper, dessen Axialschnitt die Raute AB_2CD_2 ist, hat das Volumen $32{,}72\text{ cm}^3$.
Bestimmen Sie die Seitenlänge des Quadrates $E_2F_2G_2H_2$. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = \log_2(x+3)+2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f_1 sowie die Gleichung der Asymptote h an.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S des Graphen der Funktion f_1 mit der x-Achse und zeichnen Sie den Graphen zu f_1 für $x \in [-2{,}8; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 10$; $-3 \leqq y \leqq 6$. 4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Gleichung der Funktion f_2 und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Punkte $C_n(x \mid \log_2(x+3)+2)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $M_n(x \mid \log_2 x)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x. Für $x > 0$ sind die Punkte C_n zusammen mit Punkten A_n und B_n die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken $A_nB_nC_n$ mit den Basen $[A_nB_n]$. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Basen $[A_nB_n]$. Es gilt: $\overline{A_nB_n} = 8$ LE.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 2$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[M_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte C_n gilt:
$$\overline{M_nC_n}(x) = \left[\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2\right] \text{LE}.$$
1 P

B 1.5 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ hat den Flächeninhalt 15 FE.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes C_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.6 Das Dreieck $A_4B_4C_4$ ist gleichseitig.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_4. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

B 1.7 Der Eckpunkt A_5 des Dreiecks $A_5B_5C_5$ liegt auf dem Graphen zu f_1.
Ermitteln Sie durch Rechnung die x-Koordinate des Punktes A_5. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AB] ist die Grundfläche eines geraden Prismas ABCDEF. Der Punkt $G \in [AB]$ ist der Fußpunkt der Höhe [CG] des Dreiecks ABC. Der Punkt $H \in [DE]$ liegt senkrecht über dem Punkt G.
Es gilt: $\overline{AB} = 8\text{ cm}$; $\overline{AD} = 9\text{ cm}$; $\overline{CG} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Strecke [CG] auf der Schrägbildachse und der Punkt C links vom Punkt G liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels HGF.
[Ergebnis: $\sphericalangle HGF = 48{,}01°$] 3 P

B 2.2 Der Punkt T liegt auf der Strecke [GH]. Es gilt: $\overline{HT} = 4\text{ cm}$. Punkte P_n auf der Strecke [FG] sind zusammen mit den Punkten G und T die Eckpunkte von Dreiecken GTP_n. Die Winkel P_nTG haben das Maß φ.
Zeichnen Sie das Dreieck GTP_1 für $\varphi = 70°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Für alle Dreiecke GTP_n gilt: $\varphi \in]0°; 111{,}80°[$.
Begründen Sie die obere Intervallgrenze. 2 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[GP_n]$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $\overline{GP_n}(\varphi) = \frac{5 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}$] 2 P

B 2.4 Das Dreieck GTP_0 ist gleichschenklig und hat die Basis [GT].
Ermitteln Sie durch Rechnung die Länge der Strecke $[GP_0]$. 2 P

B 2.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCP_n$ mit den Höhen $[P_nK_n]$, deren Fußpunkte K_n auf der Strecke [CG] liegen.
Zeichnen Sie die Pyramide $ABCP_1$ in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ABCP_n$ in Abhängigkeit von φ.
[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{44{,}67 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}^3$] 5 P

B 2.6 Das Volumen der Pyramide $ABCP_2$ ist um 80% kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF.
Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P