Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgaben A 1 - 3 **Nachtermin**

FUNKTIONEN

A 1.1

Anzahl der Schwingungen	0	1	2	3
Maximal erreichte Höhe in m	2,00	1,80	1,62	1,46

1 — L1 K5

A 1.2 Funktionsgleichung: $y = 2{,}00 \cdot 0{,}9^x$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$

1 — L4 K3

A 1.3 $0{,}25 = 2{,}00 \cdot 0{,}9^x$ $\quad x \in \mathbb{R}_0^+$

…

$\Leftrightarrow \quad x = 19{,}74$ $\quad \mathbb{L} = \{19{,}74\}$

Nach 20 Schwingungen beträgt die maximal erreichte Höhe erstmals weniger als 0,25 m.

1 — L4 K5

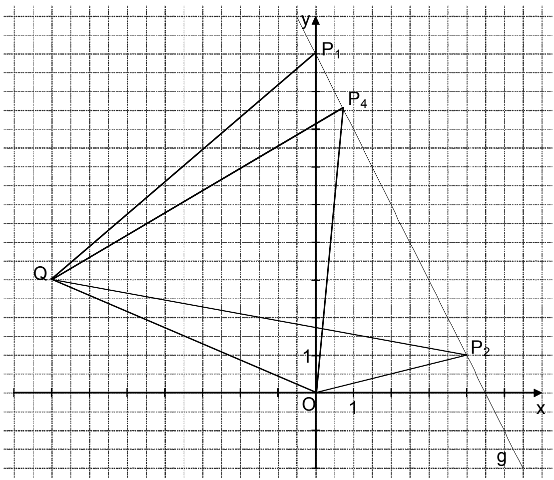
A 1.4 $y = 2{,}00 \cdot 0{,}9^4$ $\quad y = 1{,}31$

$\cos\delta = \dfrac{4{,}00 - 1{,}31}{4{,}00}$ $\quad \delta = 47{,}74°$ $\quad \delta \in [0°; 60°]$

2 — L2 K2 K5

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 Zeichnung im Maßstab $1:2$



1 — L3 K4

A 2.2 $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OP_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ -2x + 9 \end{pmatrix}$ $\quad x < 5{,}73;\ x \in \mathbb{R}$

$\begin{pmatrix} -7 \\ 3 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -2x + 9 \end{pmatrix} = 0$ $\quad x < 5{,}73;\ x \in \mathbb{R}$

…

$\Leftrightarrow \quad x = 2{,}08$ $\quad \mathbb{L} = \{2{,}08\}$

2 — L4 K2 K5

A 2.3 Einzeichnen des Dreiecks OP_4Q

L3 K4

$\overline{OP_4} = \overline{OQ}$ L4 K2 K5

$\sqrt{x^2 + (-2x+9)^2} = \sqrt{(-7)^2 + 3^2}$ $x < 5,73;\ x \in \mathbb{R}$

…

$\Leftrightarrow\quad x = 0,71 \qquad (\vee \quad x = 6,49)$ $\mathbb{L} = \{0,71\}$

$P_4(0,71\,|\,7,58)$ 2

A 2.4 $P_n \xrightarrow{OQ} R_n$ mit OQ: $y = -\frac{3}{7}x$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ L4 K2 K5

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\cdot 156,80°) & \sin(2\cdot 156,80°) \\ \sin(2\cdot 156,80°) & -\cos(2\cdot 156,80°) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -2x+9 \end{pmatrix}$$

$\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R};\ x < 5,73;\ x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = 0,47x' + 3,05 \\ \wedge \quad y' = 0,66x - 6,21 \end{array} \right.$$

$\Rightarrow\quad y' = 0,31x' - 4,20$

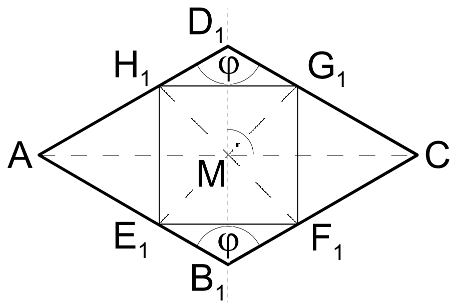
t: $y = 0,31x - 4,20$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ 4

RAUMGEOMETRIE

A 3.1 $V(\varphi) = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2,5^2 \cdot \pi \cdot \frac{2,5}{\tan\frac{\varphi}{2}}\ \text{cm}^3$ $\varphi \in]0°;180°[$ L4 K2 K3 K5

$V(\varphi) = \frac{32,72}{\tan\frac{\varphi}{2}}\ \text{cm}^3$ 2

A 3.2 L3 K4



1

A 3.3 $\tan\frac{\varphi}{2} = 1$ $\frac{\varphi}{2} = 45°$ $\varphi \in]0°;180°[$ L2 K2 K5

z. B.: $\overline{G_2H_2} = \overline{MD_2}$ $\overline{G_2H_2} = \frac{2,5}{\tan 45°}\ \text{cm}$ $\overline{G_2H_2} = 2,5\ \text{cm}$ 2

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 — **Nachtermin**

FUNKTIONEN

B 1.1 $\mathbb{D}_{f_1} = \{x \mid x > -3\}$ $\quad x \in \mathbb{R}$ — L4 K5

$\mathbb{W}_{f_1} = \mathbb{R}$

Gleichung der Asymptote h: $x = -3$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

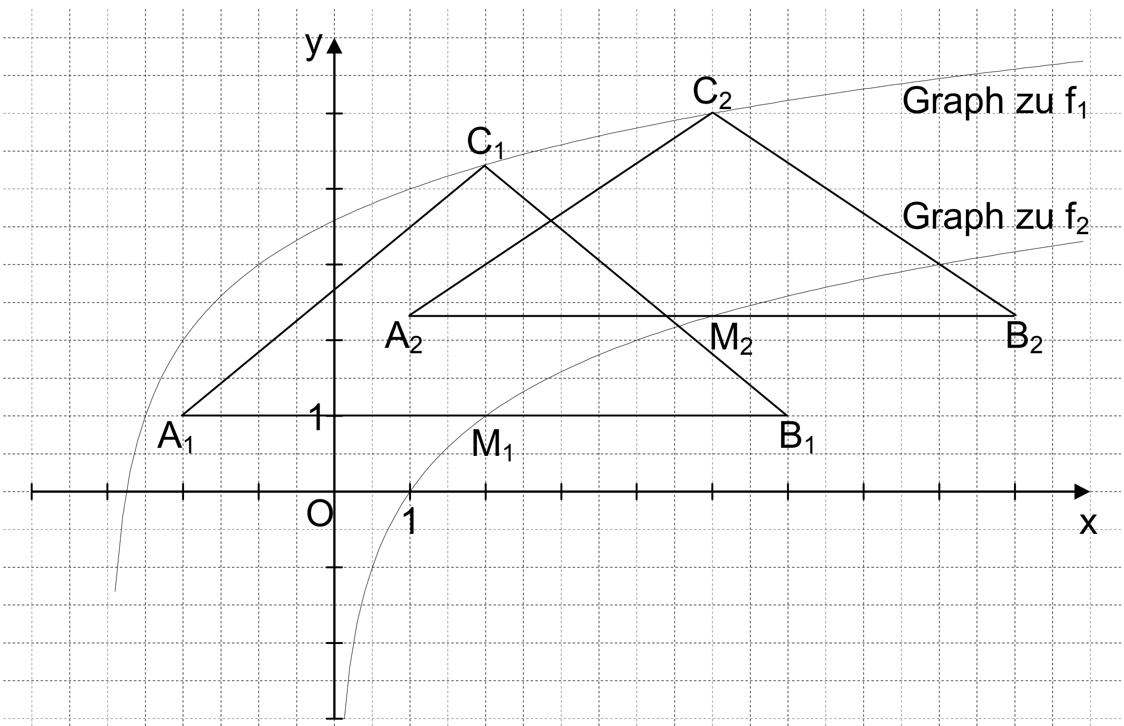
$\log_2(x+3) + 2 = 0 \quad x > -3\,;\; x \in \mathbb{R}$

$\ldots$

$\Leftrightarrow \quad x = -2{,}75 \quad \mathbb{L} = \{-2{,}75\}$

$S\,(-2{,}75 \mid 0)$

L4 K4



4

B 1.2 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \log_2(x+3)+2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x > -3\,;\; x \in \mathbb{R}$ — L4 K5

$\Leftrightarrow \quad \begin{vmatrix} & x' = x + 3 \\ \wedge & y' = \log_2(x+3) \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \quad y' = \log_2 x'$

f_2: $y = \log_2 x$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Einzeichnen des Graphen zu f_2 — L4 K4

2

B 1.3 Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ — L3 K4

1

B 1.4 $\overline{M_nC_n}(x) = [\log_2(x+3)+2 - \log_2 x]$ LE $x>0;\ x \in \mathbb{R}$ $\overline{M_nC_n}(x) = \left[\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2\right]$ LE		1	L4 K5
B 1.5 $A_{\Delta A_nB_nC_n} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nB_n} \cdot \overline{M_nC_n}$ $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \left[\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2\right]$ FE $x>0;\ x \in \mathbb{R}$ $A_{\Delta A_nB_nC_n}(x) = \left[4 \cdot \log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+8\right]$ FE $4 \cdot \log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+8 = 15$ $x>0;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ x = 1,27$ $\mathbb{L} = \{1,27\}$		3	L4 K2 K5
B 1.6 $\overline{M_4C_4} = \frac{\overline{A_4B_4}}{2} \cdot \sqrt{3}$ $\log_2\left(\frac{x+3}{x}\right)+2 = \frac{8}{2} \cdot \sqrt{3}$ $x>0;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ x = 0,10$ $\mathbb{L} = \{0,10\}$ $C_4(0,10 \mid 3,63)$		3	L4 K2 K5
B 1.7 Trägergraph t der Punkte A_n: t: $y = \log_2(x+4)$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\log_2(x+3)+2 = \log_2(x+4)$ $x>-3;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ x = -2,67$ $\mathbb{L} = \{-2,67\}$		3	L4 K2 K5
		17	

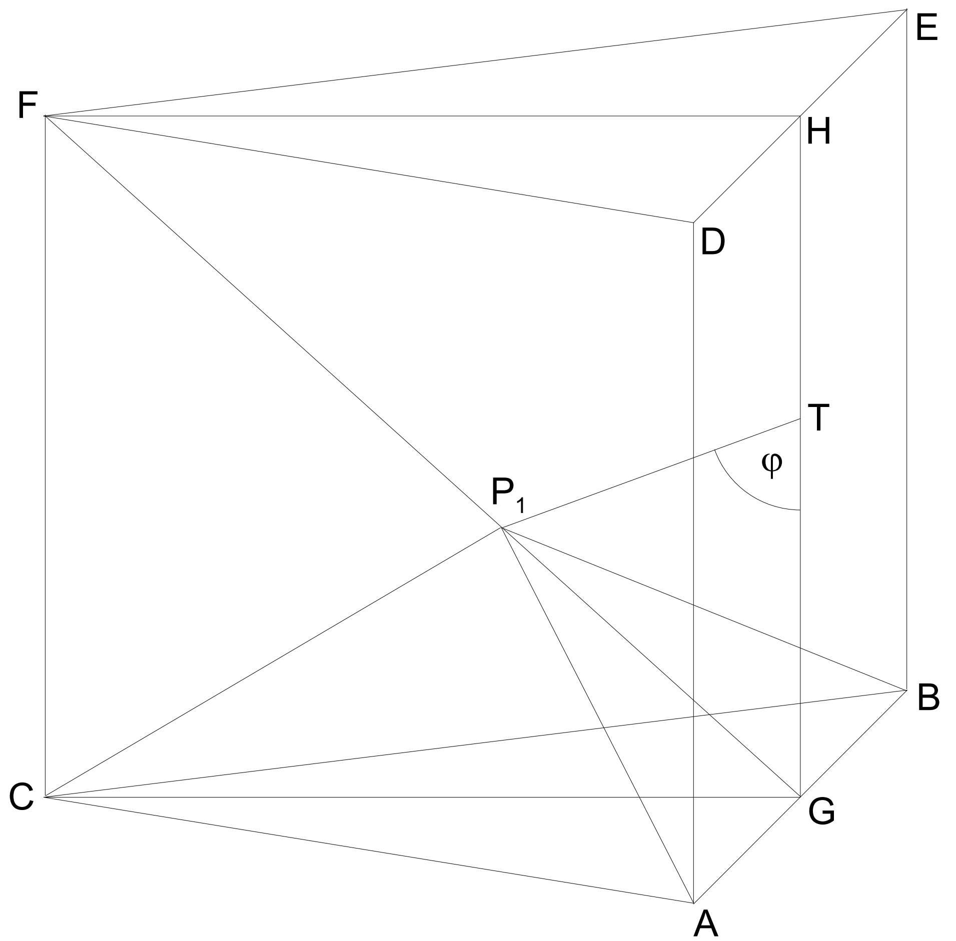
Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 L3 K4



$\tan \sphericalangle HGF = \dfrac{10\text{ cm}}{9\text{ cm}}$ $\sphericalangle HGF = 48{,}01°$ $\sphericalangle HGF \in]0°;90°[$ L2 K5

3

B 2.2 Einzeichnen des Dreiecks GTP_1 L3 K4

Für die obere Intervallgrenze gilt: $\varphi = \sphericalangle FTG$. L3 K1 K5

$\sphericalangle FTG = 180° - \sphericalangle HTF$

$\tan \sphericalangle HTF = \dfrac{10\text{ cm}}{4\text{ cm}}$ $\sphericalangle HTF = 68{,}20°$ $\sphericalangle HTF \in]0°;90°[$

$\sphericalangle FTG = 111{,}80°$ $\Rightarrow \varphi = 111{,}80°$

2

B 2.3 $\dfrac{\overline{GP_n}(\varphi)}{\sin\varphi} = \dfrac{\overline{GT}}{\sin(180° - (\varphi + 48{,}01°))}$ $\varphi \in]0°;111{,}80°]$ L4 K2 K5

$$\overline{GP_n}(\varphi) = \frac{(9\text{ cm} - 4\text{ cm}) \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}$$

$$\overline{GP_n}(\varphi) = \frac{5 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}$$

2

B 2.4 $\varphi = \sphericalangle HGF$ $\qquad\qquad$ $\varphi = 48{,}01°$ $\qquad$ L2 K2 K5

$$\overline{GP_0} = \frac{5 \cdot \sin 48{,}01°}{\sin(48{,}01° + 48{,}01°)}\text{ cm}$$

$$\overline{GP_0} = 3{,}74\text{ cm}$$

2

B 2.5 Einzeichnen der Pyramide $ABCP_1$ $\qquad$ L3 K4

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CG} \cdot \overline{P_nK_n}$$ $\qquad$ L4 K2 K5

$$\sin\sphericalangle FGC = \frac{\overline{P_nK_n}}{\overline{GP_n}} \quad\Leftrightarrow\quad \overline{P_nK_n} = \overline{GP_n} \cdot \sin\sphericalangle FGC$$

$$\sphericalangle FGC = 90° - 48{,}01° \qquad\qquad \sphericalangle FGC = 41{,}99°$$

$$\overline{P_nK_n}(\varphi) = \frac{5 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)} \cdot \sin 41{,}99°\text{ cm} \qquad\qquad \varphi \in]0°;111{,}80°]$$

$$\overline{P_nK_n}(\varphi) = \frac{3{,}35 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}$$

$$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot \frac{3{,}35 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}^3 \qquad\qquad \varphi \in]0°;111{,}80°]$$

$$V(\varphi) = \frac{44{,}67 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)}\text{ cm}^3$$

5

B 2.6 $V_{\text{Prisma ABCDEF}} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9\text{ cm}^3$ $\qquad\qquad$ $V_{\text{Prisma ABCDEF}} = 360\text{ cm}^3$ $\qquad$ L4 K2 K5

$$\frac{44{,}67 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 48{,}01°)} = 0{,}2 \cdot 360 \qquad\qquad \varphi \in]0°;111{,}80°]$$

…

$$\Leftrightarrow \quad \varphi = 93{,}74° \qquad\qquad \mathbb{L} = \{93{,}74°\}$$

3

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.