Abschlussprüfung
an den Realschulen in Bayern

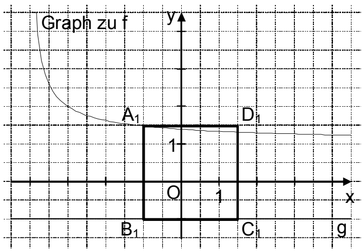
2009

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgaben A 1 - 3**

Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

A 1.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2 — L3 K4



L4 K2 K5

$A = \overline{A_nB_n}^2$

$A(x) = \left[1 + (x+4)^{-\frac{2}{3}} - (-1)\right]^2$ FE $x > -4;\ x \in \mathbb{R}$

$A(x) = \left[2 + (x+4)^{-\frac{2}{3}}\right]^2$ FE

$\left[2 + (x+4)^{-\frac{2}{3}}\right]^2 = 9$ $x > -4;\ x \in \mathbb{R}$

…

$\Leftrightarrow \quad x = -3$ $\mathbb{L} = \{-3\}$

4

A 1.2 Für $x > -4$ ($x \in \mathbb{R}$) gilt: $(x+4)^{-\frac{2}{3}} > 0 \Leftrightarrow 1 + (x+4)^{-\frac{2}{3}} > 1$. — L4 K1 K5

Daraus folgt, dass die Seitenlänge der Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ stets größer als 2 LE ist und somit der Flächeninhalt der Quadrate $A_nB_nC_nD_n$ stets größer als 4 FE ist.

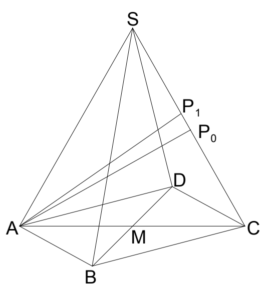
1

RAUMGEOMETRIE

A 2.1 $\tan\varepsilon = \dfrac{10{,}50\text{ m}}{0{,}5 \cdot 11{,}90\text{ m}}$ $\varepsilon = 60{,}46°$ $\varepsilon \in]0°;90°[$ — L2 K5

1

A 2.2 Zeichnung im Maßstab 1 : 2 — L3 K4



	$\frac{\overline{AP_1}}{\sin 60{,}46°} = \frac{11{,}90\text{ m}}{\sin(180° - (35° + 60{,}46°))}$ $\quad \overline{AP_1} = 10{,}40\text{ m}$ Der zugehörige Stützbalken ist 10,40 m lang.	2	L2 K2 K5
A 2.3	$\frac{\overline{AP_n}(\varphi)}{\sin 60{,}46°} = \frac{11{,}90\text{ m}}{\sin(180° - (\varphi + 60{,}46°))}$ $\quad \varphi \in]0°; 60{,}46°[$ $\overline{AP_n}(\varphi) = \frac{10{,}35}{\sin(60{,}46° + \varphi)}\text{ m}$	2	L4 K2 K5
A 2.4	Diagramm B. Aus dem Schrägbild zu 2.0 (bzw. aus dem Ergebnis von 2.3) folgt, dass die Länge der möglichen Stützbalken mit zunehmendem Winkelmaß φ (im gegebenen Intervall) abnimmt, ein Minimum erreicht und dann zunimmt.	2	L4 K1 K3
A 2.5	Einzeichnen der Strecke $[AP_0]$ Minimale Streckenlänge: $\overline{AP_0} = 10{,}35\text{ m}$ (für $\varphi + 60{,}46° = 90° \Leftrightarrow \varphi = 29{,}54°$) $\sin 29{,}54° = \frac{h}{10{,}35\text{ m}}$ $\quad h = 5{,}10\text{ m}$	2	L3 K4 L2 K2 K5
EBENE GEOMETRIE			
A 3.1	$\cos \sphericalangle EAD = \frac{0{,}5 \cdot 10\text{ cm}}{6\text{ cm}}$ $\quad \sphericalangle EAD \in]0°; 90°[$ $\sphericalangle EAD = 33{,}56°$	1	L3 K5
A 3.2	$\frac{\overline{B_nD}(\varepsilon)}{\sin \varepsilon} = \frac{6\text{ cm}}{\sin(180° - (\varepsilon + 56{,}44°))}$ $\quad \varepsilon \in]0°; 33{,}56°[$ $\overline{B_nD}(\varepsilon) = \frac{6 \cdot \sin \varepsilon}{\sin(\varepsilon + 56{,}44°)}\text{ cm}$ $\frac{6 \cdot \sin \varepsilon}{\sin(\varepsilon + 56{,}44°)} = 3$ $\quad \varepsilon \in]0°; 33{,}56°[$ $\ldots$ $\Leftrightarrow \quad \varepsilon = 29{,}93°$ $\quad \mathbb{L} = \{29{,}93°\}$	4	L4 K2 K5
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung

an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe B 1**

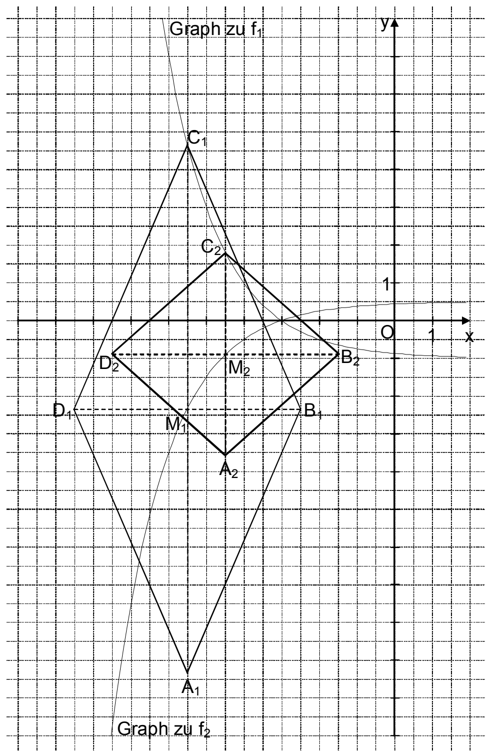
Lösungsmuster und Bewertung

FUNKTIONEN

B 1.1 $\mathbb{D}_{f_1} = \mathbb{R}$; $\mathbb{D}_{f_2} = \mathbb{R}$ L4 K5

$\mathbb{W}_{f_1} = \{y \mid y > -1\}$; $\mathbb{W}_{f_2} = \{y \mid y < \frac{1}{2}\}$ $y \in \mathbb{R}$

Zeichnung im Maßstab $1:2$ L4 K4



4

B 1.2 Aus der Abbildungsgleichung der orthogonalen Affinität folgt: L4 K5

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + \frac{1}{2} = k \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] \qquad x \in \mathbb{R};\ k \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] = k \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right]$$

$$k = -\frac{1}{2}$$

3

B 1.3 Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ L3 K4

2

B 1.4 $\overline{M_nC_n} = \overline{M_nB_n}$ L4 K2 K5

$$\overline{M_nC_n}(x) = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1 - \left[-\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + \frac{1}{2}\right]\right] \text{LE} \qquad x < -3;\ x \in \mathbb{R}$$

$$\overline{M_nC_n}(x) = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) - 1{,}5\right] \text{LE}$$

$$\overline{M_nC_n}(x) = 1{,}5 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] \text{LE}$$

$$1{,}5 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] = 3 \qquad x < -3;\ x \in \mathbb{R}$$

$\dots$

$$\Leftrightarrow \quad x = -4{,}58 \qquad \mathbb{L} = \{-4{,}58\}$$

4

B 1.5 $\tan 35° = \dfrac{\overline{D_4M_4}}{\overline{M_4C_4}}$ — L4 K2 K5

$$1{,}5 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] = \frac{3}{\tan 35°} \qquad x < -3;\ x \in \mathbb{R}$$

$\dots$

$$\Leftrightarrow \quad x = -4{,}95 \qquad \mathbb{L} = \{-4{,}95\}$$

2

B 1.6 $A_{\text{Rauten } A_nB_nC_nD_n} = \dfrac{1}{2} \cdot \overline{A_nC_n} \cdot \overline{D_nB_n}$ — L4 K2 K5

$$A_{\text{Rauten } A_nB_nC_nD_n}(x) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1{,}5 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] \cdot 2 \cdot 3 \text{ FE} \qquad x < -3;\ x \in \mathbb{R}$$

$$A_{\text{Rauten } A_nB_nC_nD_n}(x) = 9 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] \text{FE}$$

$$9 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1\right] = 27 \qquad x < -3;\ x \in \mathbb{R}$$

$\dots$

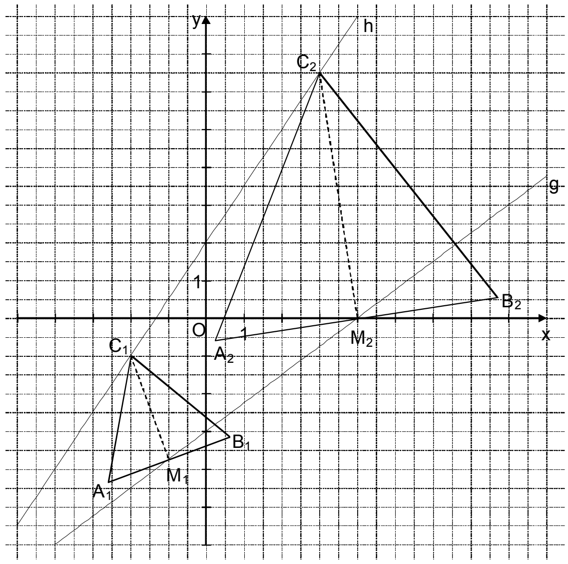
$$\Leftrightarrow \quad x = -5 \qquad \mathbb{L} = \{-5\}$$

2

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

EBENE GEOMETRIE		
B 2.1 Zeichnung im Maßstab 1 : 2  Einzeichnen der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$	3	L4 K4 L3 K4
B 2.2 $C_n(x-1 \mid 1{,}5\cdot(x-1)+2)$ $\quad x \in \mathbb{R}$ $C_n(x-1 \mid 1{,}5x+0{,}5)$	1	L4 K5
B 2.3 $\overline{M_nC_n}(x)=\sqrt{(x-1-x)^2+[1{,}5x+0{,}5-(0{,}75x-3)]^2}$ LE $\quad x \in \mathbb{R}$ $\overline{M_nC_n}(x)=\sqrt{0{,}56x^2+5{,}25x+13{,}25}$ LE $\sqrt{0{,}56x^2+5{,}25x+13{,}25}=4$ $\quad x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow \quad x=-9{,}87 \quad \vee \quad x=0{,}50$ $\quad \mathbb{L}=\{-9{,}87;\,0{,}50\}$	3	L4 K2 K5
B 2.4 $\overrightarrow{OA_n}=\overrightarrow{OM_n}\oplus\overrightarrow{M_nA_n}$ $\overrightarrow{M_nC_n} \xrightarrow{M_n;\varphi=90^\circ} \overrightarrow{M_nC_n'}$; $\overrightarrow{M_nC_n'} \xrightarrow{M_n;k=\frac{1}{3}\sqrt{3}} \overrightarrow{M_nA_n}$ $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\odot\begin{pmatrix} -1 \\ 0{,}75x+3{,}5 \end{pmatrix}$ $\quad \mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$; $x \in \mathbb{R}$		L4 K2 K5

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x' \in \mathbb{R}\,;\; y' \in \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{|ll} & x'' = -0{,}43x - 2{,}02 \\ \wedge & y'' = -0{,}58 \\ \hline \end{array} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x \in \mathbb{R}$$

$$\overrightarrow{M_nA_n}(x) = \begin{pmatrix} -0{,}43x - 2{,}02 \\ -0{,}58 \end{pmatrix} \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\overrightarrow{OA_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ 0{,}75x - 3 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -0{,}43x - 2{,}02 \\ -0{,}58 \end{pmatrix} \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\overrightarrow{OA_n}(x) = \begin{pmatrix} 0{,}57x - 2{,}02 \\ 0{,}75x - 3{,}58 \end{pmatrix} \qquad A_n(0{,}57x - 2{,}02 \,|\, 0{,}75x - 3{,}58)$$

5

B 2.5

$$\begin{array}{|ll} & x' = 0{,}57x - 2{,}02 \\ \wedge & y' = 0{,}75x - 3{,}58 \\ \hline \end{array} \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\,;\; x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \quad y' = 1{,}32x' - 0{,}92$$

$$t\colon\; y = 1{,}32x - 0{,}92 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

2

L4 K5

B 2.6

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0{,}75x + 3{,}5 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 1 \\ 1{,}5 \end{pmatrix} = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \qquad x = -3{,}78 \qquad \mathbb{L} = \{-3{,}78\}$$

$M_5(-3{,}78 \,|\, -5{,}84)$

2

L4 K2 K5

B 2.7

$$\overrightarrow{M_6C_6} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0{,}75 \cdot \left(-4\frac{2}{3}\right) + 3{,}5 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{M_6C_6} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ Die Höhe $[M_6C_6]$ des Dreiecks $A_6B_6C_6$ verläuft parallel zur x-Achse.

1

L3 K5

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.