Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe P 1**

Name:_____________________________ Vorname:_____________________________

Klasse:____________ Platzziffer:____________ Punkte:____________

P 1.0 Die nebenstehende Tabelle zeigt die Anzahl der vom Aussterben bedrohten Sägefische. Die Entwicklung seit 1987 kann mit einer Exponentialfunktion der Form $y = a \cdot b^x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$; $a \in \mathbb{N}$; $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$) beschrieben werden. Dabei steht x für die Anzahl der Jahre seit 1987, y beschreibt die Anzahl der lebenden Sägefische. Biologen gehen davon aus, dass auch die zukünftige Entwicklung durch diese Exponentialfunktion beschrieben werden kann.

Jahr (Stand 1. Januar)	Anzahl der Sägefische
1987	60 000
1992	29 056
1997	14 071
2002	6 814
2007	3 300

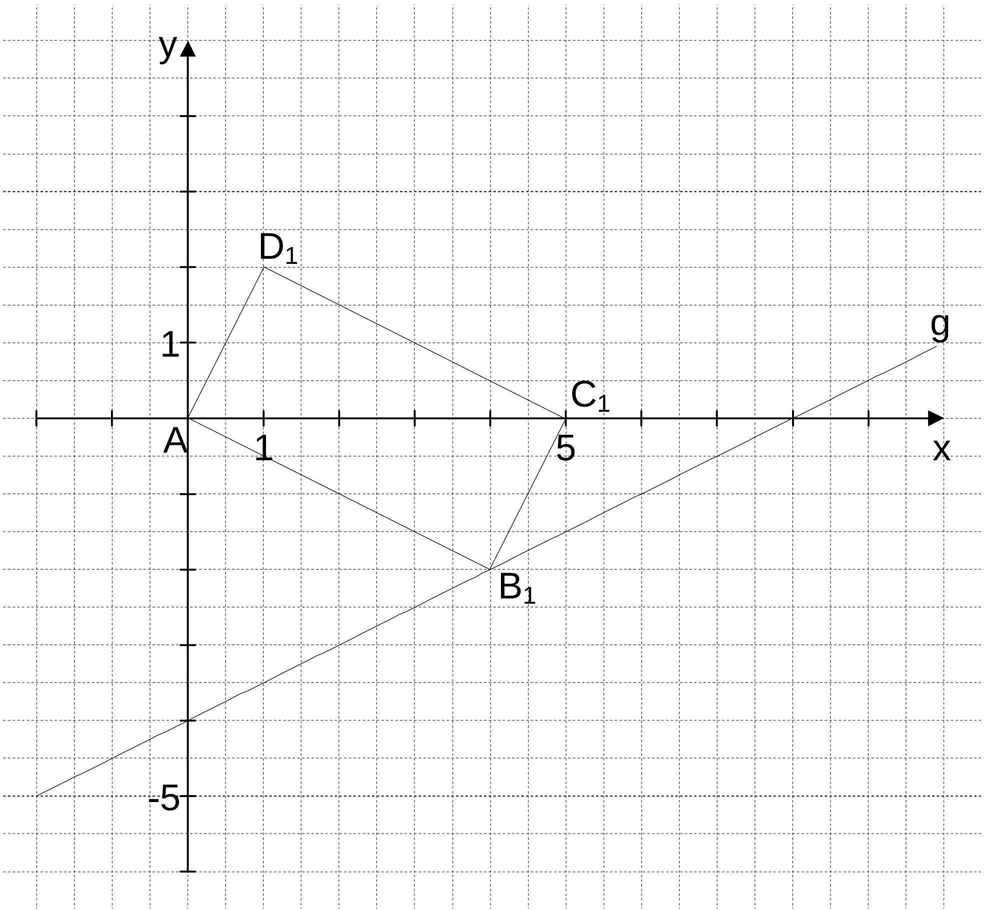
P 1.1 Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung. (Runden Sie den Wert für b auf drei Stellen nach dem Komma.) 2 P

P 1.2 Geben Sie an, um wie viel Prozent die Anzahl der Sägefische jährlich gesunken ist. 1 P

P 1.3 Geben Sie die voraussichtliche Anzahl an Sägefischen im Jahr 2015 an. Runden Sie auf Hunderter. 1 P

P 1.4 Berechnen Sie, in welchem Jahr die Anzahl von 500 Sägefischen voraussichtlich erstmals unterschritten wird. 1 P

P 2.0 Der Punkt $A(0|0)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rechtecken $AB_nC_nD_n$, wobei die Seiten $[AB_n]$ doppelt so lang wie die Seiten $[B_nC_n]$ sind. Die Punkte B_n mit der Abszisse x liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y = 0,5x - 4$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).



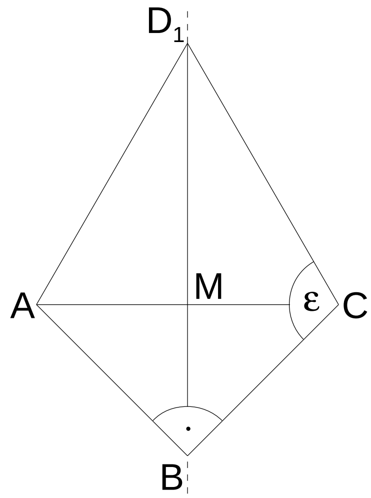
P 2.1 Zeichnen Sie das Rechteck $AB_2C_2D_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 2.0 ein. 1 P

P 2.2 Unter den Rechtecken $AB_nC_nD_n$ hat das Rechteck $AB_0C_0D_0$ den minimalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rechtecks $AB_0C_0D_0$. 4 P

P 2.3 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n. 4 P

P 3.0 Gegeben ist das gleichschenklig-rechtwinklige Dreieck ABC mit der 4 cm langen Hypotenuse [AC]. Der Mittelpunkt der Hypotenuse [AC] ist der Punkt M.
Punkte D_n liegen auf der Geraden MB, wobei die Winkel D_nCB das Maß ε mit $\varepsilon \in]45°;135°[$ haben.
Die Punkte A, B, C und D_n sind die Eckpunkte von konvexen Drachenvierecken $ABCD_n$.

Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck $ABCD_1$ für $\varepsilon = 105°$.



P 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecken $[D_nC]$ in Abhängigkeit von ε. 2 P

P 3.2 Die Drachenvierecke $ABCD_n$ rotieren um die Gerade BD_n.
Bestimmen Sie durch Rechnung das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von ε. 3 P

Prüfungsdauer: 150 Minuten	**Abschlussprüfung 2008** an den Realschulen in Bayern	**R4/R6**

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 1**

C 1.0 Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 2^x - 6$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

C 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion f sowie die Gleichung der Asymptote h an. 2 P

C 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion f für $x \in [-4; 3]$ mit $\Delta x = 1$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet und zeichnen Sie den Graphen zu f in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 6$; $-7 \leqq y \leqq 3$. 2 P

C 1.3 Der Graph der Funktion f wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab k auf den Graphen der Funktion f′ mit der Gleichung $y = 2^{x-1} + c$ $(k, c \in \mathbb{R})$ abgebildet.
Ermitteln Sie die Werte für k und c und zeichnen Sie den Graphen zu f′ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.
[Ergebnis: $c = -3$] 3 P

C 1.4 Der Graph zu f kann auch durch Parallelverschiebung mit dem Verschiebungsvektor $\overrightarrow{v}$ auf den Graphen zu f′ abgebildet werden.
Ermitteln Sie die Koordinaten des Verschiebungsvektors $\overrightarrow{v}$. 2 P

C 1.5 Punkte A_n auf dem Graphen zu f und Punkte D_n auf dem Graphen zu f′ haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und C_n die Eckpunkte von Rechtecken $A_nB_nC_nD_n$. Es gilt: $y_{A_n} < y_{D_n}$ und $\overline{A_nD_n} = 0{,}5 \cdot \overline{A_nB_n}$.
Zeichnen Sie die Rechtecke $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 1$ in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.
Ermitteln Sie rechnerisch, für welche Belegungen von x es Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

C 1.6 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Umfang u der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$u(x) = (-3 \cdot 2^x + 18)$ LE.
Begründen Sie sodann, dass der Umfang der Rechtecke $A_nB_nC_nD_n$ stets kleiner als 18 LE ist. 3 P

C 1.7 Das Rechteck $A_3B_3C_3D_3$ hat den Flächeninhalt 2 FE.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. 2 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

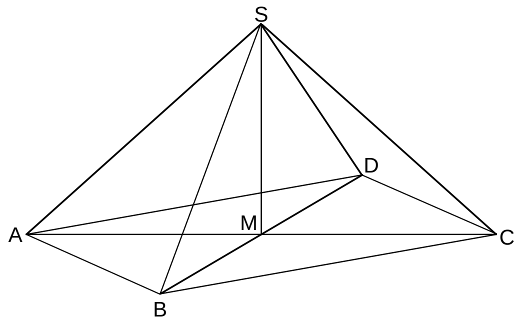
Abschlussprüfung 2008

an den Realschulen in Bayern

R4/R6

Mathematik I **Nachtermin** **Aufgabe C 2**

C 2.0 Fast 4000 Jahre lang war die Cheops-Pyramide in Ägypten das höchste Bauwerk der Erde.
Die nebenstehende Skizze zeigt ein Modell dieser Pyramide: Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der quadratischen Grundfläche ABCD mit der Seitenlänge $\overline{AB} = 230$ m.
Es gilt: $\overline{MS} = 146$ m.



C 2.1 Berechnen Sie die Länge der Diagonalen [AC] auf Meter gerundet und zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS im Maßstab $1:2500$, wobei die Diagonale [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 30°$. 3 P

C 2.2 Der Winkel SQM ist der Neigungswinkel der Seitenfläche BCS gegenüber der Grundfläche der Pyramide.
Zeichnen Sie das Dreieck QSM in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie das Maß δ des Winkels SQM. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.
[Ergebnis: $\delta = 51{,}8°$] 2 P

C 2.3 Stellt man sich zur Grundfläche der Pyramide parallele Ebenen vor, die die Kanten der Pyramide in den Punkten $K_n \in [AS]$, $E_n \in [BS]$, $O_n \in [CS]$ und $P_n \in [DS]$ schneiden, so entstehen Quadrate $K_nE_nO_nP_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten N_n.
Es gilt: $\overline{MN_n} = x$ m mit $0 < x < 146$; $x \in \mathbb{R}$.
Zeichnen Sie das Quadrat $K_1E_1O_1P_1$ für $x = 80$ maßstabsgetreu in das Schrägbild zu 2.1 ein und zeigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Quadrate $K_nE_nO_nP_n$ in Abhängigkeit von x gilt (Werte auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet):
$A(x) = 2{,}48 \cdot (146 - x)^2\ \text{m}^2$. 4 P

C 2.4 Das Quadrat $K_2E_2O_2P_2$ hat den Flächeninhalt $1000\ \text{m}^2$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x. Runden Sie auf Ganze. 2 P

C 2.5 Für das Quadrat $K_3E_3O_3P_3$ gilt: $x = 100$.
Ermitteln Sie rechnerisch, wie viel Prozent des Volumens der Pyramide ABCDS sich unterhalb der Schnittfläche befinden. 3 P

C 2.6 Um die Lage einer Grabkammer zu bestimmen, wurden folgende Überlegungen angestellt: Im Dreieck ABS ist der Mittelpunkt der Seite [AB] der Punkt F. Punkte G_n liegen auf der Höhe [FS] des Dreiecks ABS.
Berechnen Sie die Länge der Strecken $[G_nM]$ in Abhängigkeit vom Maß γ der Winkel G_nMF. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma. 3 P