

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2019

MATHEMATIK

**27. Juni 2019
8:30 Uhr – 11:00 Uhr**

Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 29 MSO)

	Seite
Allgemeiner Hinweis	2
Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	10

Nicht für die Prüflinge bestimmt!

Auf die Bestimmungen zum Nachteilsausgleich (§ 33 BaySchO) und Notenschutz (§ 34 BaySchO) wird hingewiesen.

1. Allgemeiner Hinweis

Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist die Verwendung **eines** Wörterbuches – auch zweisprachig – in allen Prüfungsteilen **ausschließlich** als Printversion erlaubt.

2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.

Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.

2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.

2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45,0 – 38,0	37,5 – 31,0	30,5 – 23,0	22,5 – 15,0	14,5 – 7,0	6,5 – 0

3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.

3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält der Prüfling die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.

3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.

Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.

3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.

3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.

3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.

3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.

3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen

- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
- durch die Benutzung der π -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von $\pi = 3,14$,
- durch Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

3.11 Auf mathematische Genauigkeit und korrekte Schreibweisen ist zu achten. Abweichungen sind mit Punktabzug zu bewerten (vgl. KMS vom 03.06.2018 Az. III.2 – BS 7501, 2018/36/1).

Aufgabengruppe I – Ergebnisse

1. a) (1) und (3)

b) Scheitelpunkt der Parabel p_1 :

$$p_1: y = (x - 3,5)^2 - 2,25 \quad \Rightarrow \quad S_1(3,5 | -2,25)$$

c) Koordinaten der Schnittpunkte mit der x-Achse:

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x_1 = 5 \quad \Rightarrow \quad N_1(5 | 0)$$

$$x_2 = 2 \quad \Rightarrow \quad N_2(2 | 0)$$

Koordinaten des Schnittpunkts mit der y-Achse:

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 10 \quad \Rightarrow \quad Y(0 | 10)$$

Hinweis: Die Schnittpunkte können beliebig benannt werden.

d) Koordinaten des Schnittpunkts T:

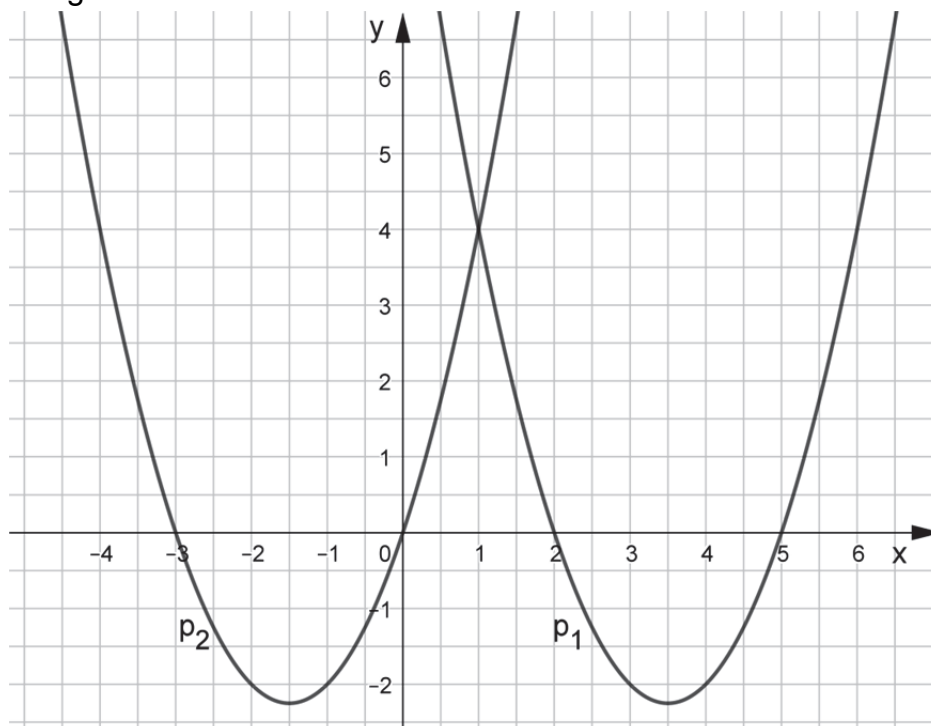
$$x^2 - 7x + 10 = x^2 + 3x$$

$$x = 1 \quad y = 4$$

$$\Rightarrow T(1 | 4)$$

e) Funktionsgleichung in Scheitelpunktform für beliebige Parabel p_4 , die die Forderung erfüllt (z. B. $p_4: y = (x + 2)^2 + 1,5$).

f) Zeichnung:



Hinweise: Die Umformung von p_2 in die Scheitelpunktform ist nicht zwingend notwendig zur Lösung dieser Teilaufgabe. Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen.

Punkte
1

1,5

1,5

0,5

1

0,5

1

1

8

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
2. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$	0,5
<i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Definitionsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	
$x \cdot (4x - 8) - 0,25 \cdot (2x - 2) \cdot (4x - 8) = 2 \cdot (2x - 2)$	
$2x^2 - 6x = 0$	
$x_1 = 0$	
$x_2 = 3$	3
$L = \{0; 3\}$	0,5
<i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Lösungsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	
	4
3. Größe des Mittelpunktswinkels α :	0,5
$\alpha = 360^\circ : 5 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 72^\circ$	
Höhe h des Bestimmungsdreiecks in m:	
$\tan 36^\circ = \frac{1,5}{h} \quad \Rightarrow \quad h \approx 2,1$	
Flächeninhalt A_F des regelmäßigen Fünfecks in m^2 :	
$A_F = 5 \cdot (3 \cdot 2,1 : 2) \quad \Rightarrow \quad A_F \approx 15,8$	2
Radius r des Kreises in m:	
$\sin 36^\circ = \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \quad r \approx 1,7$	
<i>Hinweis: Die Berechnung von r kann auch über den Strahlensatz erfolgen.</i>	
Flächeninhalt A_K des Kreises in m^2 :	
$A_K = 1,7 \cdot 1,7 \cdot 3,14 \quad \Rightarrow \quad A_K \approx 9,1$	2
Grauer Flächeninhalt A_{Ges} in m^2 :	
$A_{Ges} = A_F - A_K \quad \Rightarrow \quad A_{Ges} = 6,7$	0,5
<i>Hinweis: Die Anmerkungen zur Korrektur und Bewertung der Aufgaben – insbesondere Abschnitt 3.10 auf Seite 3 dieses Lösungsheftes – sind zu beachten.</i>	
	5
Fortsetzung nächste Seite	

4. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

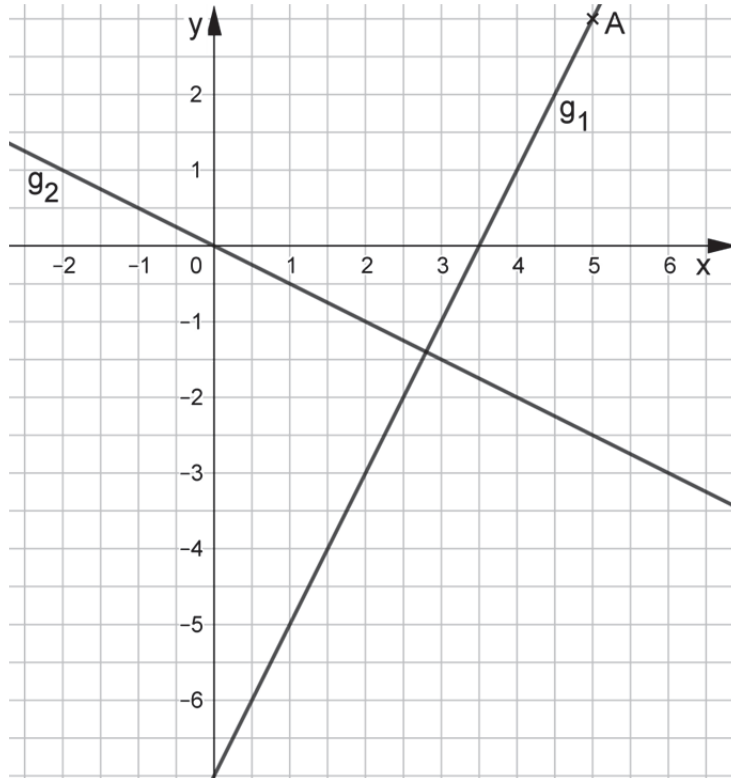
$$m_1 = 2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = -7 \quad \Rightarrow \quad g_1: y = 2x - 7$$

b) Funktionsgleichung der Geraden g_2 :

$$m_1 = 2 \quad \Rightarrow \quad m_2 = -\frac{1}{2}$$

$$t_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad g_2: y = -0,5x$$

c) Zeichnung:



Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen.

d) Winkel α :

$$\tan \alpha = 2 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 63,4^\circ$$

e) Begründung:

$$g_3: y = 2x + 1,5 \quad \Rightarrow \quad m_3 = 2 \quad \Rightarrow \quad g_3 \text{ ist parallel zu } g_1$$

$$g_4: y = -2x - 2 \quad \Rightarrow \quad m_4 \neq 2 \quad \Rightarrow \quad g_4 \text{ ist nicht parallel zu } g_1$$

f) Funktionsgleichung der Geraden g_5 :

$$m_5 = -1,5 \quad \Rightarrow \quad t_5 = 1 \quad \Rightarrow \quad g_5: y = -1,5x + 1$$

Punkte

1

1,5

1

1

2

1,5

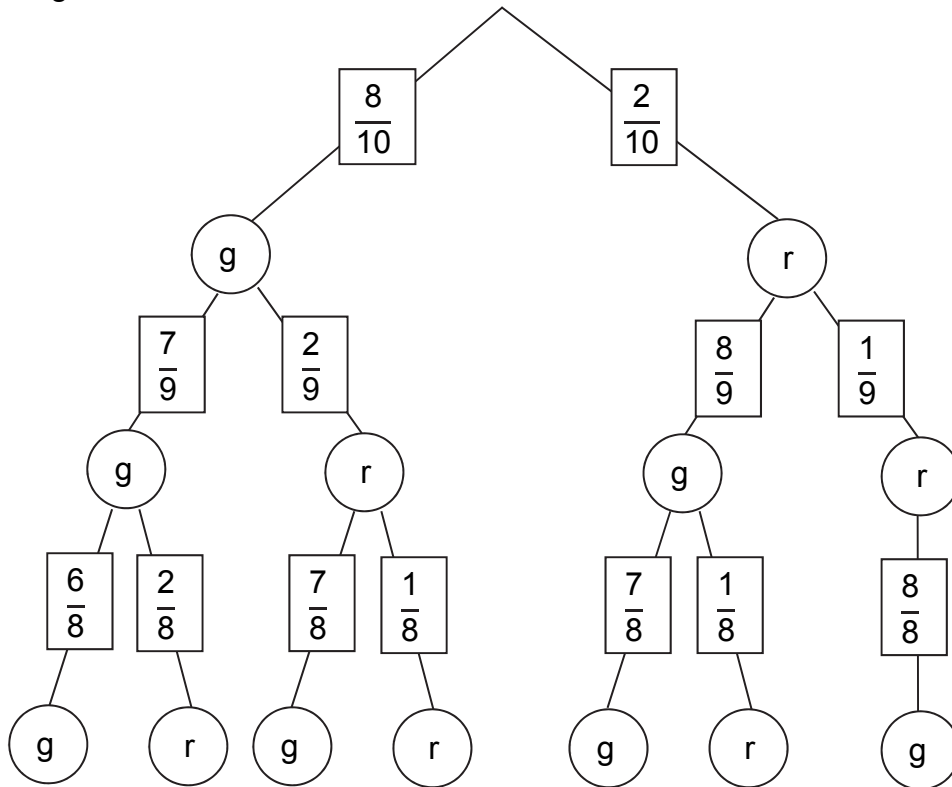
8

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
5. a) Volumen der verdrängten Wassermenge in cm ³ : $5 \cdot 5 \cdot 3,14 \cdot 1,5 = 117,75$	1
Masse von 1 cm ³ dieses Metalls in g: $\frac{1050}{117,75} \approx 8,9$	1
b) Durchmesser der Metallkugel in cm: $\frac{4}{3} \cdot r_{\text{Kugel}}^3 \cdot 3,14 = 560 \Rightarrow r_{\text{Kugel}} \approx 5,1 \Rightarrow d_{\text{Kugel}} = 10,2$ $\Rightarrow d_{\text{Kugel}} > d_{\text{Zylinder}}$	2
	4
6. a) $\frac{b+c}{a} = \frac{k}{i}$	1
b) $\frac{e}{d} = \frac{b}{a}$	1
c) $\frac{b+c}{k} = \frac{b}{h}$	1
	3
7. a) Streckungsfaktor: $k^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow k = \frac{1}{3}$	1
b) Ursprünglicher Radius in cm: $r^2 \cdot 3,14 \cdot 4 = (r+6)^2 \cdot 3,14 \Rightarrow r_1 = 6; (r_2 = -2 \text{ nicht definiert})$ $\Rightarrow r = 6$ Neuer Radius in cm: $r' = 12$ Alternativlösung: $k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$ $\Rightarrow 2 \cdot r = r + 6 \Rightarrow r = 6 \Rightarrow r' = 12$	2
	3
Fortsetzung nächste Seite	

	Punkte
8. a) Anzahl Elektroautos 2003: $1931 = W_0 \cdot 1,04^3 \quad \Rightarrow \quad W_0 \approx 1717$	1
b) Durchschnittliche jährliche Zunahme in %: $34022 = 1931 \cdot q^{12} \quad \Rightarrow \quad q \approx 1,27 \quad \Rightarrow \quad p = 27$	1,5
c) Dauer in Jahren: $131255 = 34022 \cdot 1,31^n \quad \Rightarrow \quad n \approx 5$	1,5
	4
<hr/>	
9. a) $x = -3$	1
b) $x = 1$	1
c) $x = -5$	1
<i>Hinweis: Alle nachvollziehbaren Lösungswege (z. B. Anwenden der Potenzgesetze, systematisches Annähern, formales Lösen der Gleichung) sind zuzulassen.</i>	
	3
Fortsetzung nächste Seite	

10. a) Baumdiagramm



Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeiten als gekürzter Bruch, Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.

1,5

b) Wahrscheinlichkeit für genau ein rohes Ei:

$$\frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{7}{8} + \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{7}{8} = \frac{336}{720} \approx 0,467$$

Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als gekürzter Bruch, Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.

1,5

3

Summe:

45

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

$$m_1 = -2,5 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 5 \quad \Rightarrow \quad g_1: y = -2,5x + 5$$

- b) Koordinaten des Schnittpunkts N:

$$0 = \frac{2}{4}x + 1 \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

$$\Rightarrow N(-2|0)$$

Hinweis: Auch eine zeichnerische Lösung ist zulässig.

- c) Koordinaten des Schnittpunkts T:

$$2y + 4 = 4x \quad \Rightarrow \quad y = 2x - 2$$

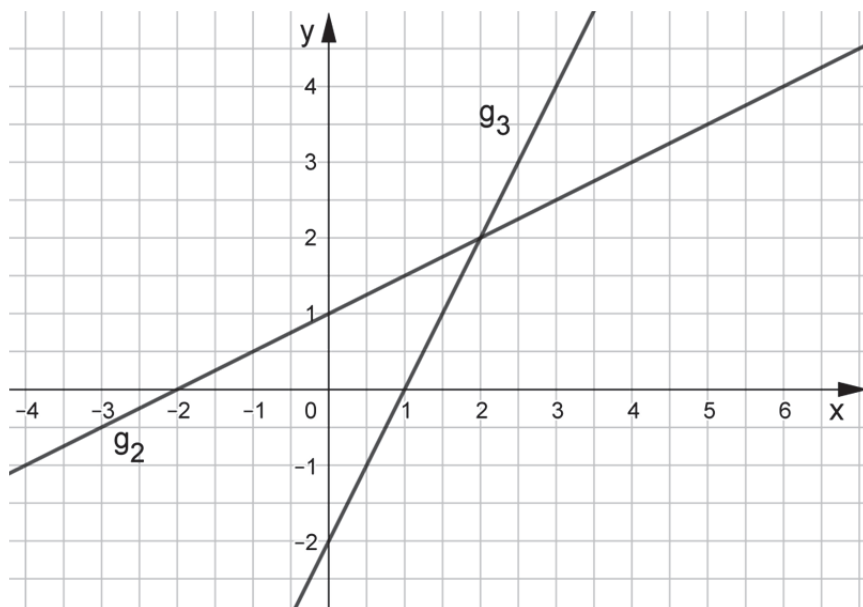
$$\frac{2}{4}x + 1 = 2x - 2 \quad \Rightarrow \quad x = 2; y = 2$$

$$\Rightarrow T(2|2)$$

- d) Nachweis:

$$2 \cdot (-1) + 4 \neq 4 \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad C \text{ liegt nicht auf } g_3$$

- e) Zeichnung:



Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen.

- f) Winkel α :

$$\tan \alpha = 0,5 \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 26,6^\circ$$

Punkte

1,5

1

0,5

0,5

1

0,5

1

1

1

8

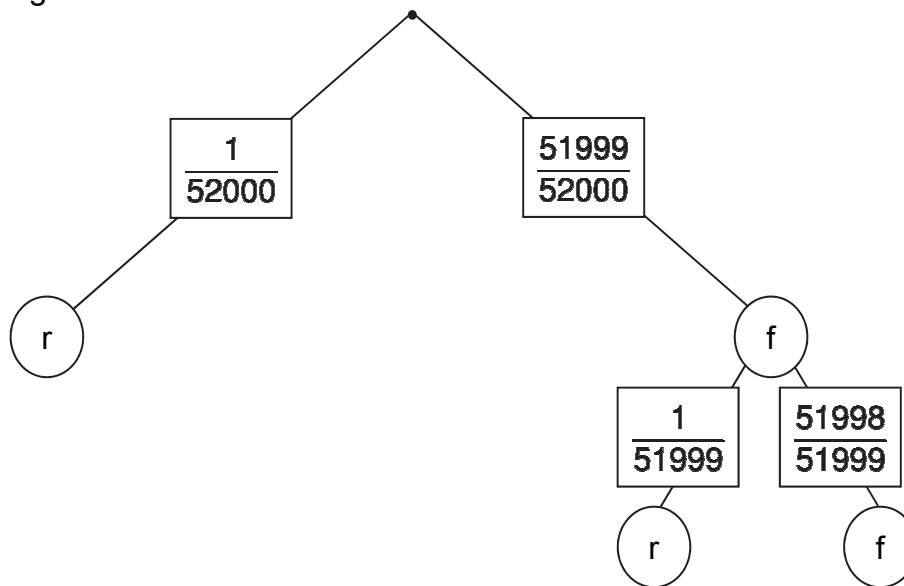
Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
2. a) Produzierte Biermenge in Hektoliter: $W_5 = 5000 \cdot 1,06^5 \Rightarrow W_5 \approx 6691$	1
b) Zeit in Jahren: $10000 = 5000 \cdot 1,06^n \Rightarrow n \approx 12$	1,5
c) Durchschnittliche Steigerung nach 10 Jahren in Prozent: $10000 = 5000 \cdot q^{10} \Rightarrow q \approx 1,072 \Rightarrow p = 7,2$	1,5
	4
<hr/>	
3. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 6\}$ <i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Definitionsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i> $4x + 2x^2 + 12x - 2x^2 = 36 - x^2$ $x^2 + 16x - 36 = 0$ $x_1 = 2$ $x_2 = -18$ $L = \{-18; 2\}$ <i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Lösungsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	0,5
	3
	0,5
	4
<hr/>	
4. Volumen Würfel in m^3 : $V_{\text{Würfel}} = 1$	0,5
Volumen Kugel in m^3 : $V_{\text{Kugel}} = 0,25$	0,5
Radius der Kugel in m: $\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3,14 = 0,25 \Rightarrow r \approx 0,39$	
Abstand x in m: $\Rightarrow x = 0,11$	2
	3
<hr/>	
Fortsetzung nächste Seite	

	Punkte
5. a) $(\boxed{6a} - 9d)^2 = 36a^2 - \boxed{108ad} + 81d^2$	1
b) $\frac{(a+b)^2 \cdot (a-b)^2}{a^2 - b^2} = \frac{(a+b)^2 \cdot (a-b)^2}{(a+b) \cdot (a-b)} = (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$	2
	3
<hr/>	
6. a) Berechnung der Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform: $y = x^2 - 6x + 7$ Hinweis: Berechnung über Punkte oder Scheitelpunkt möglich	1,5
b) x-Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 : $0 = x^2 - 5x + 2,25$ $x_1 = 0,5 \quad x_2 = 4,5$	1,5
c) Koordinaten der Schnittpunkte R und T: $x^2 - 5x + 2,25 = -x^2 + 5x - 8,25$ $x^2 - 5x + 5,25 = 0$ $x_1 = 1,5 \Rightarrow y_1 = -3 \Rightarrow R(1,5 -3)$ $x_2 = 3,5 \Rightarrow y_2 = -3 \Rightarrow T(3,5 -3)$	2,5
d) Fehlende Koordinate des Punktes W: $y_W = -(-22,5)^2 + 5 \cdot (-22,5) - 8,25 \Rightarrow y_W = -627$	0,5
e) Parabel p_4 in der Normalform: $p_4: y = -(x+1)^2 + 2 \Rightarrow p_4: y = -x^2 - 2x + 1$	1
f) Funktionsgleichung der Geraden f: $f: y = -2$	1
	8
<hr/>	
7. Vereinfachungen:	
a) $\frac{3a^3 \cdot 4b^{-7} \cdot 3a^{-1} \cdot 3b^8}{9a^{-2} \cdot 15b} = \frac{4}{5}a^4$	1
b) $\sqrt[5]{c^3} \cdot a^{-6} \cdot \sqrt[5]{c^2} \cdot a^{12} = c \cdot a^6$	1
	2
<hr/>	
Fortsetzung nächste Seite	

8. a) Anzahl der möglichen Kombinationen:
 $52 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 52000$

Baumdiagramm:



- b) Wahrscheinlichkeit für einen Treffer bei zwei Versuchen:

$$\frac{1}{52000} + \frac{51999}{52000} \cdot \frac{1}{51999} = \frac{1}{26000} \approx 0,00004$$

Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als gekürzter Bruch, Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.

c) $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{32} \approx 0,03$

Punkte

1

2

1

1

5

9. a) Länge der Strecke [DB] in cm:

$$4^2 = 8 \cdot \overline{DB} \quad \Rightarrow \quad \overline{DB} = 2$$

- b) Größe des Winkels β :

$$\tan \beta = \frac{4}{2} \quad \Rightarrow \quad \beta \approx 63,4^\circ$$

- c) Länge der Strecke [FG] in cm:

$$3^2 = x \cdot (x + 5,4)$$

$$\overline{FG} \approx 1,3$$

Hinweis: Die Anmerkungen zur Korrektur und Bewertung der Aufgaben – insbesondere die Abschnitt 3.3 und 3.10 auf den Seiten 2 und 3 dieses Lösungsheftes – sind zu beachten.

- d) mehrere Anwendungen möglich, z. B.

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BE}}$$

1

1

2

1

5

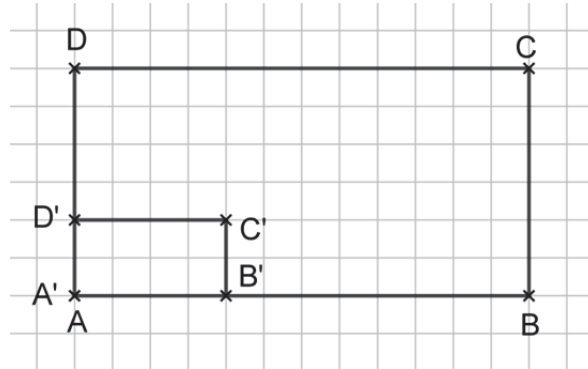
Fortsetzung nächste Seite

10. a) Länge von a' in cm:
 $a' = 6,3$

b) Einstellung in Prozent:

$$k^2 = \frac{17,28}{12} \Rightarrow k = 1,2 \Rightarrow 120$$

c) Zentrische Streckung:



Punkte
0,5
1,5
1
3
Summe: 45