

MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2020

MATHEMATIK

18. Juni 2020
8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Hinweise zur Durchführung, Korrektur und Bewertung (gemäß § 29 MSO)

	Seite
Allgemeiner Hinweis	2
Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung	2
Korrektur und Bewertung der Aufgaben	2
Aufgabengruppe I – Ergebnisse	4
Aufgabengruppe II – Ergebnisse	9

Nicht für die Prüflinge bestimmt!

Auf die Bestimmungen zum Nachteilsausgleich (§ 33 BaySchO) und Notenschutz (§ 34 BaySchO) wird hingewiesen.

1. Allgemeiner Hinweis

Prüflingen mit nichtdeutscher Muttersprache ist die Verwendung **eines** Wörterbuches – auch zweisprachig – in allen Prüfungsteilen **ausschließlich** als Printversion erlaubt.

2. Auswahl der Aufgabengruppe und Durchführung der Prüfung

2.1 Es werden zwei Aufgabengruppen angeboten.

2.2 Die Prüfungskommission wählt daraus **eine Aufgabengruppe** verbindlich aus, die von den Schülerinnen und Schülern einer Klasse in **150 Minuten** zu bearbeiten ist. Ein Austausch einzelner Aufgaben zwischen den verschiedenen Aufgabengruppen ist **nicht zulässig**.

2.3 Gibt es mehr als eine Klasse der Jahrgangsstufe 10 an einer Schule, können für die einzelnen Klassen jeweils auch unterschiedliche Aufgabengruppen verbindlich ausgewählt werden.

Die Schule stellt sicher, dass **alle externen Teilnehmerinnen und Teilnehmer** die **gleiche Aufgabengruppe** bearbeiten.

2.4 Die mit der Aufsicht betrauten Lehrkräfte achten zu Beginn der schriftlichen Abschlussprüfung darauf, dass die Prüflinge jeweils die Aufgabengruppe bearbeiten, die der Prüfungsausschuss der Schule für sie verbindlich ausgewählt hat.

2.5 Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 06.11.2019 Nr. III.2 – BS7200.0/41/1).

3. Korrektur und Bewertung der Aufgaben

3.1 Für die Bewertung der Arbeiten im Fach Mathematik wird folgende Zuordnung von erreichter Punktzahl und Note einheitlich festgesetzt:

Notenstufen	1	2	3	4	5	6
Punkte	45,0 – 38,0	37,5 – 31,0	30,5 – 23,0	22,5 – 15,0	14,5 – 7,0	6,5 – 0

3.2 Die Punkteverteilung für einzelne (Teil-)Aufgaben ist vorgegeben. Die Aufteilung der Teilpunkte innerhalb der Teilaufgaben wird vom Prüfungsausschuss festgesetzt. Halbe Punkte können vergeben werden.

3.3 Bei einigen Aufgaben und/oder Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege denkbar. Für richtige andere Lösungswege gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Gesamtpunktzahl bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht überschritten werden. Für einzelne Teilaufgaben werden nicht weniger als 0 Punkte vergeben.

3.4 Bei fehlerhaften Teilergebnissen werden keine Punkte vergeben. Für einen anschließenden richtigen Lösungsablauf (Folgefehler) erhält der Prüfling die jeweils angegebenen Punkte für den **weiteren Lösungsverlauf**, wenn dies inhaltlich, rechnerisch und vom Umfang her gerechtfertigt ist. Dabei ist ein strenger Maßstab anzusetzen.

3.5 Bei der Korrektur der Arbeiten sind die Punkte und Teilpunkte den einzelnen Lösungsschritten und Teilergebnissen eindeutig zuzuordnen.

Die Zweitkorrektur muss als solche klar ersichtlich, eigenständig und nachvollziehbar sein.

3.6 Ergebnisse dürfen nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt des Prüflings ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.

3.7 Bei Aufgaben mit Lösungsauswahl muss für die mehr als gefordert abgegebenen Antworten je eine Bewertungseinheit abgezogen werden. Weniger als 0 Punkte dürfen jedoch nicht vergeben werden.

3.8 Fehlen bei Endergebnissen einzelner (Teil-)Aufgaben dazugehörige Einheiten, soll von der vorgesehenen Gesamtpunktzahl dieser Aufgabe nur **einmal** ein halber Punkt abgezogen werden.
Alle sinnvollen Rundungen sind zu akzeptieren. Bei nicht gerundeten Ergebnissen erfolgt kein Punktabzug.

3.9 Es wird darauf hingewiesen, dass die Abbildungen sowohl bei den Aufgabenstellungen als auch im Lösungsheft lediglich Skizzen darstellen und nicht maßstabs- bzw. DIN-gerecht sind.

3.10 Zu zulässigen Abweichungen im Ergebnis kann es kommen

- durch eine unterschiedliche Anzahl der Dezimalstellen, die vom jeweiligen Taschenrechner bei der Durchführung der Rechenoperationen berücksichtigt werden,
- durch die Benutzung der π -Taste des Taschenrechners an Stelle des im Lösungsvorschlag verwendeten Wertes von $\pi = 3,14$,
- durch Rundungen, die vom Lösungsvorschlag abweichen.

3.11 Auf mathematische Genauigkeit und korrekte Schreibweisen ist zu achten.

Aufgabengruppe I – Ergebnisse

1. a) Normalform der Parabel p_1 :

$$S_1(-2|3)$$

$$\Rightarrow p_1: y = -x^2 - 4x - 1$$

Punkte

1

- b) Nachweis:

$$2 \neq (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 1,5$$

$$\Rightarrow A \text{ liegt nicht auf } p_2$$

$$-1,5 = (-3)^2 + 4 \cdot (-3) + 1,5$$

$$\Rightarrow B \text{ liegt auf } p_2$$

1

- c) Scheitelpunkt S_2 der Parabel p_2 :

$$p_2: y = (x+2)^2 - 2,5 \Rightarrow S_2(-2|-2,5)$$

1

- d) Koordinaten des Schnittpunkts R:

$$x^2 + 4x + 1,5 = 2x + 0,5$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -1$$

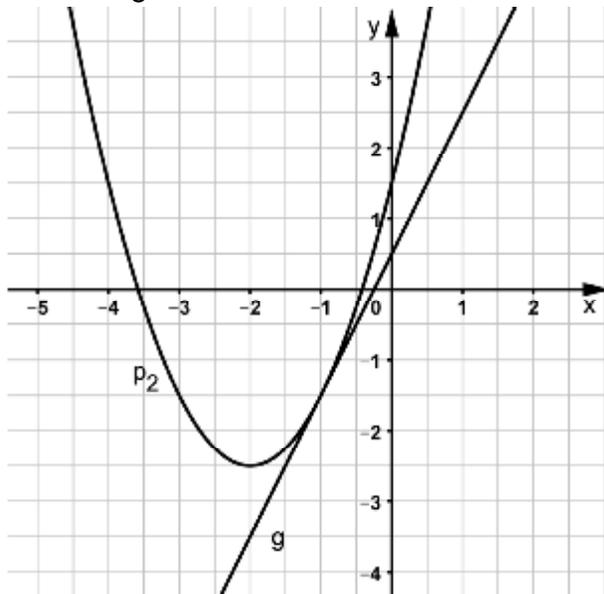
$$\Rightarrow y_1 = -1,5$$

$$\Rightarrow R(-1|-1,5)$$

1

0,5

- e) Zeichnung:



Quelle: StMUK

Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen.

1

- f) Funktionsgleichung von p_5 in Scheitelpunktform:

$$S_4(0,5|4)$$

$$\Rightarrow S_5(0,5|-4)$$

$$\Rightarrow p_5: y = (x - 0,5)^2 - 4$$

1,5

7

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
2. a) Restmenge N_t Kobalt nach 13 Jahren in kg: $t = 13 : 5 = 2,6$ $N_t = 3,675 \cdot 0,5^{2,6} \Rightarrow N_t \approx 0,61$	0,5 1
b) Zerfall in Jahren: $0,5^n = 0,1 : 3,675 \Rightarrow n \approx 5,2$ $5,2 \cdot 5 = 26$	1,5 0,5
c) Ausgangsmenge N_0 in kg: $38 : 5 = 7,6$ $N_0 \cdot 0,5^{7,6} = 0,742 \Rightarrow N_0 \approx 144$	0,5 1
	5
3. Winkel α in Grad: $\cos \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha \approx 37$	1
\overline{DF} in cm: $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \Rightarrow \overline{DF} = 3$	0,5
\overline{BC} in cm: $3 : \overline{BC} = 1 : 3 \Rightarrow \overline{BC} = 9$	1
Winkel β in Grad: $\beta = 180 - 90 - 37 \Rightarrow \beta = 53$	0,5
\overline{EC} in cm: $\sin 53^\circ = \frac{\overline{EC}}{9} \Rightarrow \overline{EC} \approx 7,2$	1
<i>Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich.</i>	1
	4
4. Vereinfachter Term: $2x^5 \cdot 0,5y^{-3} \cdot 4x^3 \cdot 2 \cdot y \cdot \frac{1}{8} \cdot y^2 \cdot x^{-7} + x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{2}} =$ $1 \cdot x^1 y^0 + x = 2x$	2

Fortsetzung nächste Seite

5. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

$$m_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad t_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad g_1: y = \frac{1}{3}x$$

1

b) Funktionsgleichung der Geraden g_3 :

$$\begin{aligned} m_2 = 1 & \quad \Rightarrow \quad m_3 = -1 \\ -23 = (-1) \cdot 11 + t_3 & \quad \Rightarrow \quad t_3 = -12 \\ g_3: y = -x - 12 \end{aligned}$$

0,5

1

c) Mögliche Funktionsgleichung von g_4 :

$$g_4: y = x + t \quad \text{mit } t \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{z. B. } g_4: y = x - 1,5$$

1

d) Steigung m_5 :

$$-1 = m_5 \cdot 4 - 4 \quad \Rightarrow \quad m_5 = 0,75$$

1

e) Koordinaten des Schnittpunkts S:

$$\begin{aligned} x - 2,5 = -2x + 3,5 & \quad \Rightarrow \quad x = 2 \quad \Rightarrow \quad y = -0,5 \\ S(2 \mid -0,5) \end{aligned}$$

1

0,5

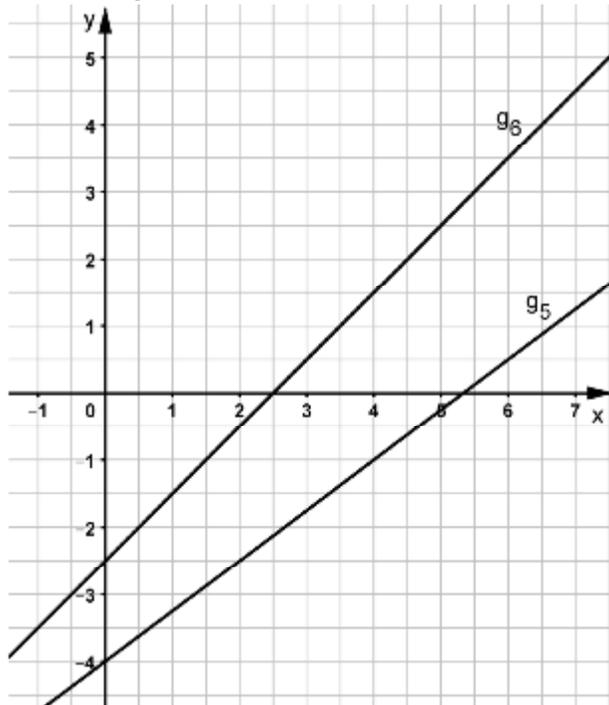
f) Koordinaten des Schnittpunkts N:

$$\begin{aligned} -2x + 3,5 = 0 & \quad \Rightarrow \quad x = 1,75 \\ N(1,75 \mid 0) \end{aligned}$$

0,5

0,5

g) Zeichnung:



Quelle: StMUK

Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen.

1

8

	Punkte
6. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$	
<i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Definitionsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	0,5
$-x \cdot 4 \cdot (x-2) + 2 \cdot (x+3) \cdot 4 \cdot (x-2) = 1 \cdot (x+3) \cdot 4 \cdot (x-2) - 3x \cdot (x+3)$	
$3x^2 + 21x - 24 = 0$	
$x^2 + 7x - 8 = 0$	
$x_1 = -8; \quad x_2 = 1$	3
$L = \{-8; 1\}$	
<i>Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Lösungsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.</i>	0,5
	4
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>	
7. a) Volumen einer kleinen Kugel in mm^3 :	
$\frac{4}{3} \cdot 20^3 \cdot 3,14 : 6 \approx 5582$	1
Radius einer kleinen Kugel in mm:	
$5582 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3,14 \quad \Rightarrow \quad r \approx 11$	1
Oberflächeninhalt der großen Kugel in mm^2 :	
$O_g = 4 \cdot 20^2 \cdot 3,14 \quad \Rightarrow \quad O_g = 5024$	0,5
Oberflächeninhalt einer kleinen Kugel in mm^2 :	
$O_k = 4 \cdot 11^2 \cdot 3,14 \quad \Rightarrow \quad O_k \approx 1520$	0,5
Vergleich:	
$6 \cdot O_k > O_g \text{ bzw. } 6 \cdot 1520 > 5024$	1
	4
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>	
8. a) Richtige Lösungen: (1) und (4)	
<i>Hinweis: Werden mehr als zwei Lösungen angegeben, sind 0,5 Punkte für jede zusätzlich angegebene Lösung abzuziehen (vgl. Punkt 3.7 auf Seite 3)</i>	1
b) Länge der Strecke \overline{FC} in cm:	
$\overline{FC} : \overline{ZC} = \overline{EB} : \overline{ZB}$	
$\overline{FC} : 21 = 8 : (21-7) \quad \Rightarrow \quad \overline{FC} = 12$	2
	3
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>	

Fortsetzung nächste Seite

	Punkte
9. a) (1) $(2a - \boxed{2b^8})^2 = \boxed{4a^2} - \boxed{8ab^8} + 4b^{16}$	1,5
(2) $\left(\frac{1}{5}c^3 + \frac{2}{9}d^2\right) \cdot \left(\frac{1}{5}c^3 - \frac{2}{9}d^2\right) = \frac{1}{25}c^6 - \frac{4}{81}d^4$	1,5
b) $(x + \boxed{4}) \cdot (x - \boxed{3}) = 0$	1
	4
10. a) Kombinationsmöglichkeiten: $4! = 24$	1
b) Ergebnismenge: $\Omega = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{1}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3} \right\}$	1
Wahrscheinlichkeit für den Wert des Bruches 0,5: Brüche mit Wert 0,5: $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{4} \Rightarrow p(0,5) = \frac{2}{12}$	1
<i>Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als gekürzter Bruch, Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.</i>	
c) Mögliche Begründungen: Der Versuch ist mit Zurücklegen, da z. B. <ul style="list-style-type: none"> • die Kugel mit der Nummer 1 in einem Pfad zweimal vorkommt. • von jeder Ziffer vier Pfade abgehen. <i>Hinweis: Eine Begründung muss nachvollziehbar sein..</i>	1
	4
Summe:	45

Aufgabengruppe II – Ergebnisse

1. a) Funktionsgleichung der Geraden g_1 :

$$g_1: y = -\frac{2}{3}x + 3$$

Punkte

1

b) Funktionsgleichung der Geraden g_2 :

$$m_2 = -\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad t_2 = 4,5 \quad \Rightarrow \quad g_2: y = -\frac{1}{4}x + 4,5$$

1

c) Koordinaten des Schnittpunkts T:

$$\begin{aligned} -2x + 6 &= 0,5x - 1,5 &\Rightarrow x = 3; &\quad \Rightarrow y = 0 \\ &\Rightarrow T(3|0) \end{aligned}$$

1

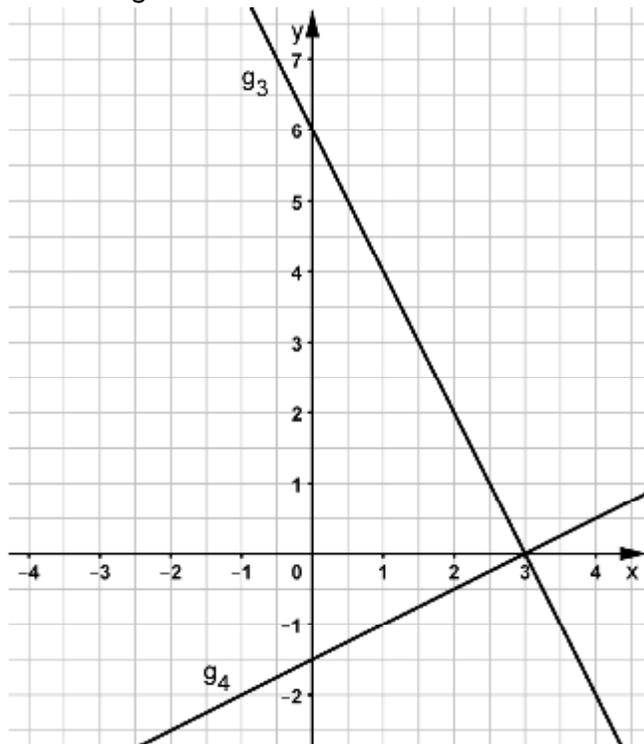
0,5

d) Nachweis:

$$11,75 \neq -2 \cdot 7,25 + 6 \quad \Rightarrow \quad P \text{ liegt nicht auf } g_3$$

0,5

e) Zeichnung:



Quelle: StMUK

Hinweis: Bei einem unvollständigen Koordinatensystem werden 0,5 Punkte abgezogen.

1

f) Schnittpunkt N mit der x-Achse:

$$g_5: 0 = -4x + 0,5 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad N\left(\frac{1}{8} \mid 0\right)$$

1

Fortsetzung nächste Seite

g) Mögliche Wertepaare:

x	1	2
y	-3,5	-7,5

*Hinweis: Andere Wertepaare sind möglich.*h) Winkel α in Grad:

$$\tan \alpha = \frac{3}{4,5} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 34$$

Punkte

1

1

8

2. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$ *Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Definitionsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.*

$$8x + 7 = 9x + 9 - 2x^2 - 4x$$

$$x^2 + 1,5x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0,5 \text{ und } (x_2 = -2)$$

$$L = \{0,5\}$$

Hinweis: 0,5 Punkte werden nur vergeben, wenn die Lösungsmenge mathematisch und formal richtig sowie vollständig dargestellt wird.

0,5

3

0,5

4

3. a) Wiederverkaufswert in €

$$W_6 = 50000 \cdot 0,91^2 \cdot 0,92^4 \quad \Rightarrow \quad W_6 \approx 29662$$

1

b) Wertverlust in Prozent:

$$19500 = 45000 \cdot q^{12} \quad \Rightarrow \quad q \approx 0,933 \quad \Rightarrow \quad p \approx 6,7$$

1,5

c) Zeitspanne in Jahren:

$$9750 = 19500 \cdot 0,934^n \quad \Rightarrow \quad n \approx 10$$

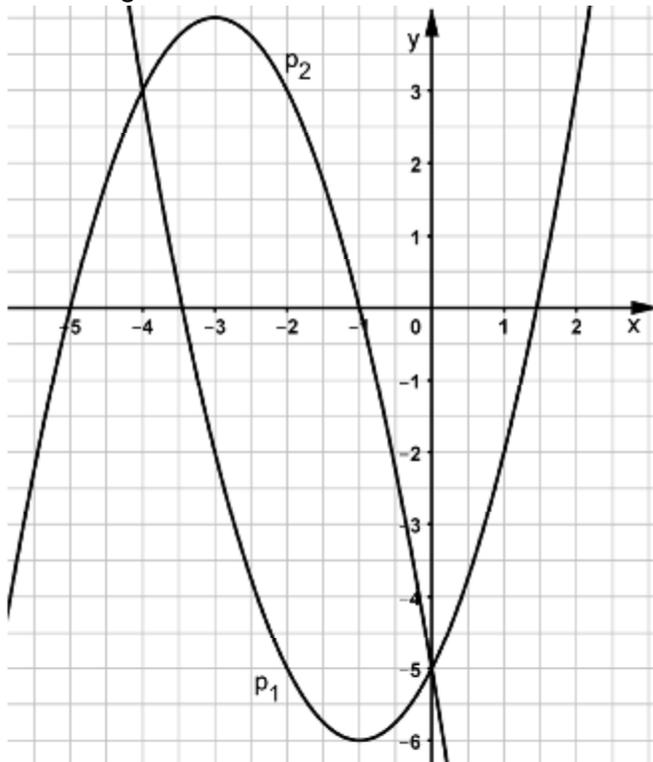
1,5

4

Fortsetzung nächste Seite

		Punkte
4. a)	Länge der Strecke [DE] in cm: $\sin 60^\circ = \frac{\overline{DE}}{8} \quad \Rightarrow \quad \overline{DE} \approx 6,9$	
	Länge der Strecke [AD] in cm: $\cos 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{8} \quad \Rightarrow \quad \overline{AD} = 4$	1,5
	Länge der Strecke [GF] in cm: $\overline{GF}^2 = 1 \cdot (11 + 4) \quad \Rightarrow \quad \overline{GF} \approx 3,9$	
	Flächeninhalt Trapez DGFE in cm ² : $A_{DGFE} = \frac{(6,9 + 3,9) \cdot 11}{2} \quad \Rightarrow \quad A_{DGFE} = 59,4$	2
b)	Länge der Strecke [EF] in cm: $\overline{EF} = \sqrt{(6,9 - 3,9)^2 + 11^2} \quad \Rightarrow \quad \overline{EF} \approx 11,4$	
	Umfang in cm: $11 + 3,9 + 11,4 + 6,9 = 33,2$ <p><i>Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich.</i></p>	1,5
		5
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>		
5. a)	Parabel p ₁ in der Normalform: $p_1: y = (x + 1)^2 - 6 \quad \Rightarrow \quad p_1: y = x^2 + 2x - 5$	1
b)	x-Koordinaten der Nullstellen: $-x^2 - 6x - 5 = 0$ $x_1 = -1, \quad x_2 = -5$	1
c)	Scheitelpunkt S ₂ der Parabel p ₂ : $p_2: y = -(x + 3)^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad S_2 (-3 4)$	1,5
Fortsetzung nächste Seite		

d) Zeichnung:



Grafik: StMUK

e) Funktionsgleichung von p_3 in Normalform:

$$(I) 2 = (-1)^2 - p + q$$

$$(II) -5 = 6^2 + 6p + q$$

$$p = -6$$

$$\Rightarrow q = -5$$

$$\Rightarrow p_3: y = x^2 - 6x - 5$$

f) Begründung:

$$y = -x^2 + 12x - 8 \Rightarrow \text{negativer Faktor vor dem quadratischen Glied}$$

$$\Rightarrow \text{nach unten geöffnet}$$

1

1,5

1

7

6. a) Entfernung in km:

$$2,047 - 0,9 = 1,147$$

$$2,962 - 0,9 = 2,062$$

$$\frac{28 + x}{2,062} = \frac{28}{1,147}$$

$$\Rightarrow x \approx 22$$

Hinweis: mehrere Lösungswege möglich

b) Streckungsfaktor k:

$$\frac{2062}{1147} \approx 1,8$$

2

1

3

7. Beispiele für eine mögliche Lösung:

$$1x^8 - 120x^4y^3 + 3600y^6 = (1x^4 - 60y^3)^2$$

$$4x^8y^6 - 120x^4y^3 + 900 = (2x^4y^3 - 30)^2$$

Hinweis: Alle korrekten Anwendungen dieser binomischen Formel sind zuzulassen.

2

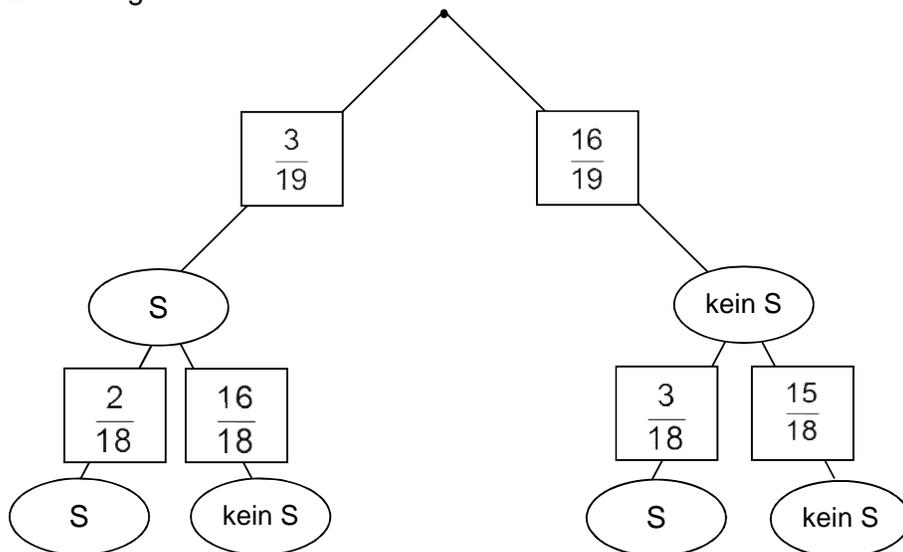
8. a) Wahrscheinlichkeit für ein N:

$$\frac{2}{19}$$

Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.

0,5

b) Baumdiagramm:



0,5

1

Grafik: StMUK

Wahrscheinlichkeit für mindestens ein S:

$$\frac{3}{19} + \frac{16}{19} \cdot \frac{3}{18} = \frac{102}{342}$$

Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als gekürzter Bruch, Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.

1

c) Wahrscheinlichkeit für ein S:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{16}{120}$$

Hinweis: Die Angabe der Wahrscheinlichkeit als gekürzter Bruch, Dezimalbruch oder in Prozentschreibweise ist auch als richtig zu werten.

1

d) Anzahl der Reihenfolgen:

$$5! = 120$$

1

5

		Punkte
9. Vereinfachung:		
	$x^2 \cdot x \cdot x^{-6} \cdot x^6 \cdot x^{-2} + x^{\frac{4}{2}} \cdot x^{-2} =$ $x^1 + x^0 = x + 1$	2
<hr/>		
10. a) Fläche in m ² :		
	$O_{K_a} = 4 \cdot 1^2 \cdot 3,14 \Rightarrow O_{K_a} = 12,56$	1
b) Masse in t:		
	$V_{K_a} = \frac{4}{3} \cdot 1^3 \cdot 3,14 \Rightarrow V_{K_a} \approx 4,19$	
	$V_{K_i} = \frac{4}{3} \cdot 0,968^3 \cdot 3,14 \Rightarrow V_{K_i} \approx 3,80$	
	$\Rightarrow V_{\text{Hohlkugel}} \approx 0,39$	
	$m_{\text{Hohlkugel}} \approx 0,39 \cdot 7,870 \Rightarrow m_{\text{Hohlkugel}} \approx 3,07$	2
c) Mindesthöhe des Tauchbeckens in m:		
	$V_{K_a} = 4,19$	
	$V_{\text{Wasser}} = 1,5^2 \cdot 3,14 \cdot 3 \Rightarrow V_{\text{Wasser}} \approx 21,20$	
	$\Rightarrow V_{\text{ges.}} \approx 25,39$	
	$25,39 = 1,5^2 \cdot 3,14 \cdot h_{\text{Tauchbecken}} \Rightarrow h_{\text{Tauchbecken}} \approx 3,593$	1,5
	$\Rightarrow h_{\text{min dest}} = 3,6$	0,5
	<i>Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich.</i>	
		5
Summe:		45