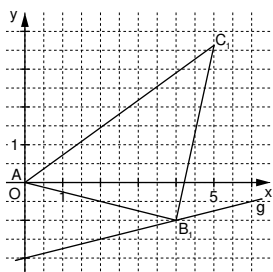



Mathematik I
Aufgaben A 1 – 3
Haupttermin
EBENE GEOMETRIE

A 1.0



Zeichnung im Maßstab 1:2

A 1.1 Einzeichnen des Dreiecks AB_1C_1

1

L 3
K 4

A 1.2 $\vec{AB}_2 = \begin{pmatrix} 8 \\ 0,25 \cdot 8 - 2 \end{pmatrix}$

$\vec{AB}_2 = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = 1,5 \cdot \begin{pmatrix} \cos 50^\circ & -\sin 50^\circ \\ \sin 50^\circ & \cos 50^\circ \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$

3

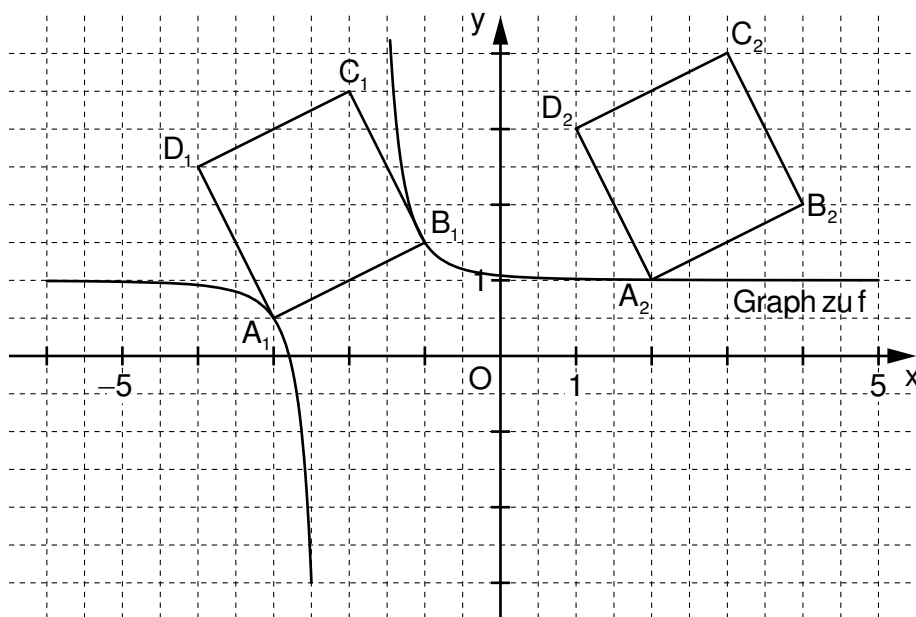
L 2
K 2
K 5

$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7,71 \\ 9,19 \end{pmatrix}$

$C_2(7,71 | 9,19)$

FUNKTIONEN

A 2.0


A 2.1 Einzeichnen des Graphen zu f für $x \in [-6; -2,5]$

2

L 4
K 4
K 5

$\mathbb{W} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

A 2.2 Einzeichnen der Quadrate $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$

2

L 4
K 4

<p>A 2.3 Die Länge aller Seiten der Quadrate $A_n B_n C_n D_n$ ist konstant.</p> <p>Es gilt: $\overline{A_n B_n} = \sqrt{2^2 + 1^2} \text{ LE}$</p> <p>Hieraus ergibt sich:</p>	2	L 2 K 1 K 5
<p>A 2.4 $\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OA_n} \oplus \overrightarrow{A_n B_n} \oplus \overrightarrow{B_n C_n}$</p> <p>$\overrightarrow{B_n A_n} \xrightarrow{O; \alpha = -90^\circ} \overrightarrow{B_n C_n}$</p> <p>$\overrightarrow{A_n B_n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{B_n A_n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{B_n C_n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$</p> <p>$\overrightarrow{OC_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ 0,5 \cdot (x+2)^{-3} + 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$</p> <p>$\overrightarrow{OC_n}(x) = \begin{pmatrix} x+1 \\ 0,5 \cdot (x+2)^{-3} + 4 \end{pmatrix} \quad C_n(x+1 \mid 0,5 \cdot (x+2)^{-3} + 4)$</p>	3	L 4 K 2 K 5
<p>A 2.5 $C_3(0 \mid 4,5)$</p>	1	L 4 K 2
RAUMGEOMETRIE		
<p>A 3.1 $\sin \varphi = \frac{\overline{B_n E_n}}{3 \text{ cm}} \quad \overline{B_n E_n}(\varphi) = 3 \cdot \sin \varphi \text{ cm} \quad \varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$</p> <p>$\cos \varphi = \frac{\overline{CE_n}}{3 \text{ cm}} \quad \overline{CE_n}(\varphi) = 3 \cdot \cos \varphi \text{ cm} \quad \varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$</p> <p>$\overline{AE_n}(\varphi) = (3 \cdot \cos \varphi + 2) \text{ cm} \quad \varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$</p>	2	L 3 L 4 K 5
<p>A 3.2 $V = \frac{1}{3} \cdot \overline{B_n E_n}^2 \cdot \pi \cdot \overline{AE_n} - \frac{1}{3} \cdot \overline{B_n E_n}^2 \cdot \pi \cdot \overline{CE_n}$</p> <p>$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot \sin \varphi)^2 \cdot \pi \cdot 2 \text{ cm}^3 \quad V(\varphi) = 6 \cdot \pi \cdot \sin^2 \varphi \text{ cm}^3 \quad \varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$</p>	2	L 3 L 4 K 5
<p>A 3.3 Die dritte Aussage ist richtig: Für das Volumen V gilt: $V(\varphi) < 6 \cdot \pi \text{ cm}^3$.</p>	1	L 3 K 6
19		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.



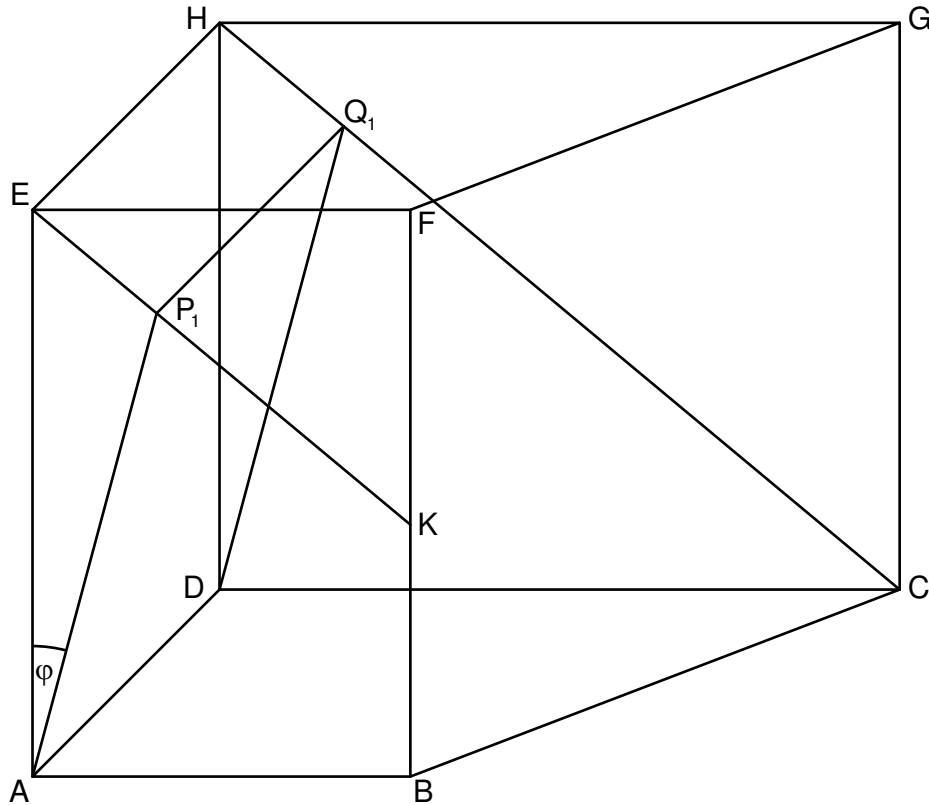
Mathematik I

Aufgabe B 1

Haupttermin

RAUMGEOMETRIE

B 1.1



$$\tan \angle DHC = \frac{9}{7,5}$$

$$\angle DHC = 50,19^\circ$$

$$\overline{HC} = \sqrt{9^2 + 7,5^2} \text{ cm}$$

$$\overline{HC} = 11,72 \text{ cm}$$

4

L 2
L 3
K 4
K 5

B 1.2 Einzeichnen der Strecke $[EK]$ sowie des Dreiecks AP_1E

1

L 3
K 4

$$\frac{\overline{AP_n}}{\sin \angle AEK} = \frac{\overline{AE}}{\sin \angle EP_nA}$$

$$\varphi \in]0^\circ; 56,31^\circ]$$

$$\frac{\overline{AP_n}(\varphi)}{\sin 50,19^\circ} = \frac{7,5 \text{ cm}}{\sin(180^\circ - (50,19^\circ + \varphi))}$$

$$\overline{AP_n}(\varphi) = \frac{5,76}{\sin(\varphi + 50,19^\circ)} \text{ cm}$$

3

L 3
L 4
K 2

Für die Strecke $[AP_0]$ gilt: $\varphi = 39,81^\circ$.

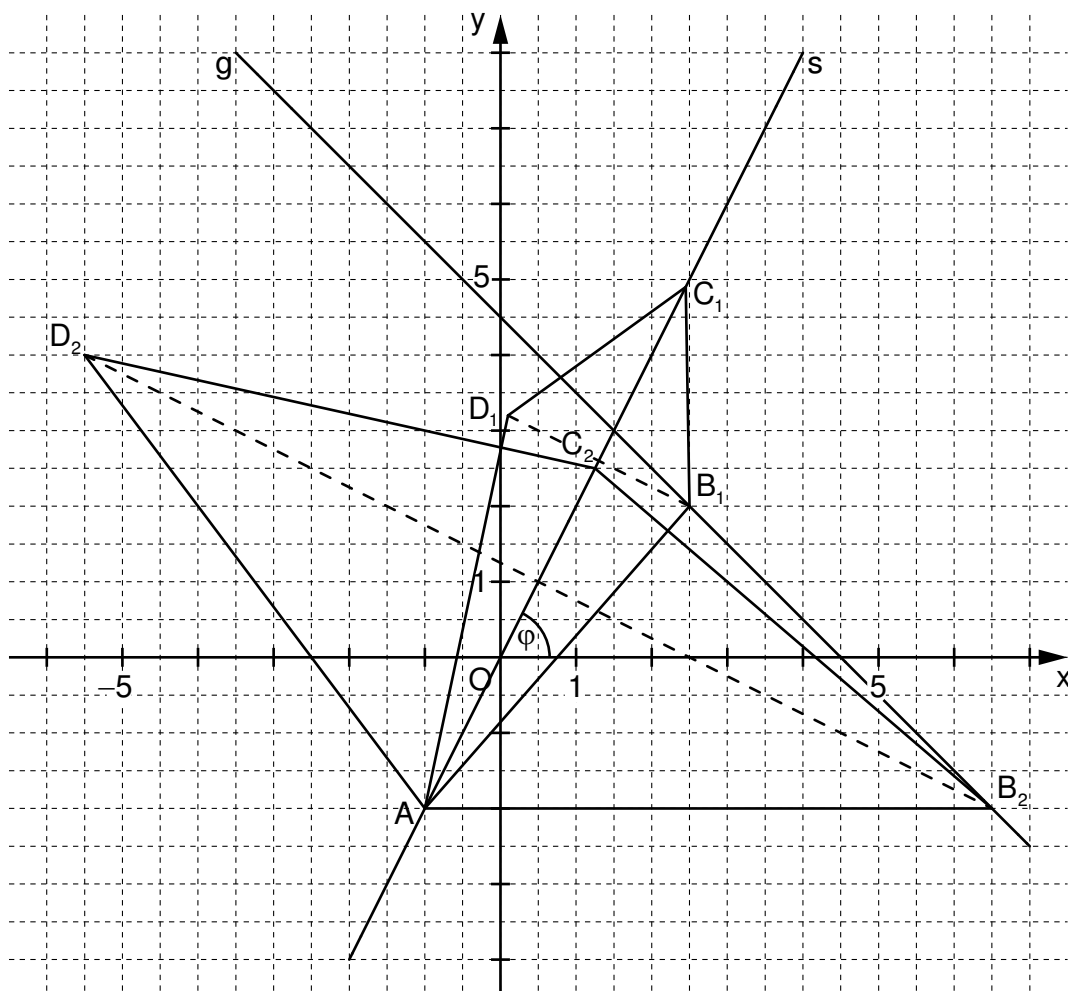
<p>B 1.4 Einzeichnen des Prismas AP_1EDQ_1H</p> $V(\varphi) = 0,5 \cdot \frac{5,76}{\sin(\varphi + 50,19^\circ)} \cdot 7,5 \cdot \sin \varphi \cdot 7 \text{ cm}^3$ $V(\varphi) = \frac{151,2 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 50,19^\circ)} \text{ cm}^3$	3	L 3 L 4 K 4 K 5
<p>B 1.5 $V_{ABCDEFGH} = 0,5 \cdot (5 + 9) \cdot 7 \cdot 7,5 \text{ cm}^3$</p> $0,3 \cdot 367,5 = \frac{151,2 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 50,19^\circ)}$ <p>...</p> <p>$\Leftrightarrow \varphi = 46,41^\circ$</p>	4	L 2 L 4 K 5
<p>B 1.6 Für φ muss gelten: $\varphi \leq \sphericalangle KAE$</p> $\cos(90^\circ - 50,19^\circ) = \frac{5 \text{ cm}}{\overline{EK}}$ $\overline{AK} = \sqrt{7,5^2 + 6,51^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot 6,51 \cdot \cos 50,19^\circ} \text{ cm}$ $\frac{\sin \sphericalangle KAE}{6,51 \text{ cm}} = \frac{\sin 50,19^\circ}{6,01 \text{ cm}}$ <p>Folglich muss $\varphi \leq 56,31^\circ$ gelten.</p>	3	L 3 K 2 K 5
18		

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

EBENE GEOMETRIE

B 2.1



4

L 3
K 4

B 2.2 $B_n \xrightarrow{AC_n} D_n$

$$\tan \varphi = 2$$

$$\varphi = 63,43^\circ$$

Für $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; 1,5 < x < 14$ gilt:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2 \cdot 63,43^\circ) & \sin(2 \cdot 63,43^\circ) \\ \sin(2 \cdot 63,43^\circ) & -\cos(2 \cdot 63,43^\circ) \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} x \\ -x + 4,5 \end{pmatrix}$$

...

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,40x + 3,60 \\ 0,20x + 2,70 \end{pmatrix}$$

$$D_n(-1,40x + 3,60 \mid 0,20x + 2,70)$$

3

L	3
K	2
K	5

B 2.3	$\begin{cases} x_{D_n} = -1,40x + 3,60 \\ \wedge y_{D_n} = 0,20x + 2,70 \end{cases}$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x \in \mathbb{R}; 1,5 < x < 14$	2	L 4 K 5
\Rightarrow	$y_{D_n} = -0,14x_{D_n} + 3,21 \quad t: y = -0,14x + 3,21 \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$		
B 2.4	$0,20x + 2,70 = -(-1,40x + 3,60) \quad x \in \mathbb{R}; 1,5 < x < 14$ $\Leftrightarrow x = 5,25 \quad \mathbb{IL} = \{5,25\} \quad x_{B_3} = 5,25$ $x_{D_3} = -1,40 \cdot 5,25 + 3,60 \quad x_{D_3} = -3,75$	3	L 4 K 2 K 5
B 2.5	$\{B_4\} = AB_4 \cap g$ $AB_4: y = m_{AB_4} \cdot (x - x_A) + y_A \quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}; 1,5 < x < 14$ $m_{AB_4} = \tan(63,43^\circ - 35^\circ) \quad m_{AB_4} = 0,54$ $AB_4: y = 0,54 \cdot (x + 1) - 2$ $0,54 \cdot (x + 1) - 2 = -x + 4,5 \quad x \in \mathbb{R}; 1,5 < x < 14$ $\Leftrightarrow x = 3,87 \quad \mathbb{IL} = \{3,87\}$	3	L 4 K 2 K 5
B 2.6	<p>Es gilt: $\sphericalangle B_5AD_5 = 90^\circ$.</p> <p>Folglich ist das Dreieck AB_5M_5 gleichschenkelig-rechtwinklig mit $\overline{M_5B_5} = \overline{AM_5}$.</p> $A = 0,5 \cdot \overline{AC_5} \cdot \overline{B_5D_5}$ $\overline{AC_5} = 1,5 \cdot \overline{AM_5}$ $\overline{B_5D_5} = 2 \cdot \overline{AM_5}$ $A = 0,5 \cdot 1,5 \cdot \overline{AM_5} \cdot 2 \cdot \overline{AM_5} \quad A = 1,5 \cdot \overline{AM_5}^2$	2	L 3 K 1 K 6
			17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.